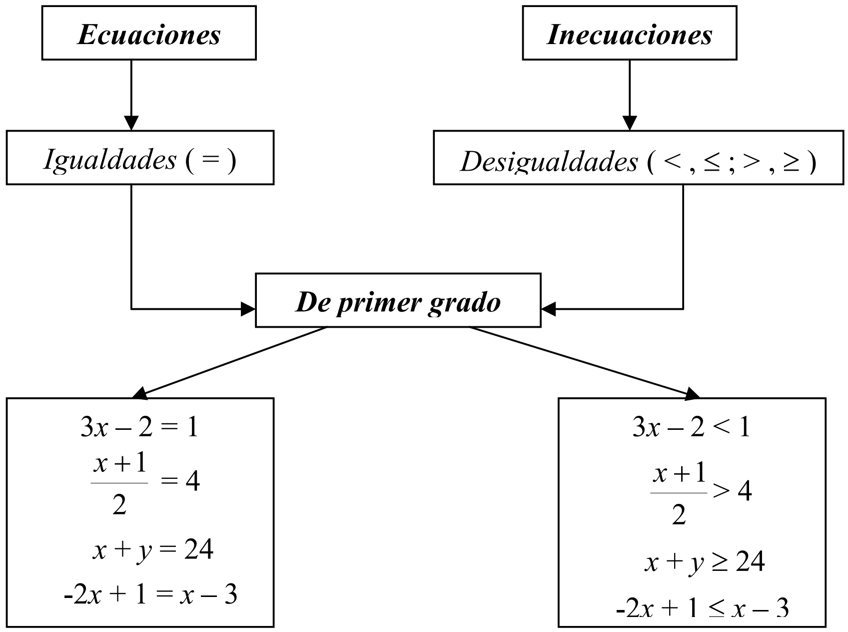
INECUACIONES LINEALES



Resolver una inecuación significa hallar los valores que deben tomar las incógnitas para que se cumpla la desigualdad.

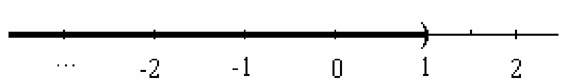
Ejemplos: Resolver

a) $3\,x - 2 < 1$

Despejando	Aplicando propiedades
$3x - 2 < 1$	$3\,x - 2 < 1$
$3\,x < 1 + 2$	$3\,x - 2 + 2 < 1 + 2$
$3\,x < 3$	$\frac{1}{3}\,3\,x < \frac{1}{3}\,3$
$x < 3 : 3$	$x < 1$
$x < 1$	

Solución: $S = (-\infty , 1)$

Representación gráfica:



b) $\dfrac{x+1}{2} > 4$

Despejando

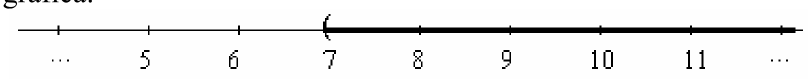
$$\frac{x+1}{2} > 4$$
$$x+1 > 4 \,.\, 2$$
$$x+1 > 8$$
$$x > 8 - 1$$
$$x > 7$$

Aplicando propiedades

$$\frac{x+1}{2} > 4$$
$$\frac{x+1}{2} \,.\, 2 > 4 \,.\, 2$$
$$x+1 > 8$$
$$x + 1 + (-1) > 8 + (-1)$$
$$x > 7$$

Solución: S = (7 , + ∞)

Representación gráfica:



c) $x + y \geq 24$

Es una ecuación lineal con dos incógnitas que se verifica para infinitas parejas de números. Por ejemplo:

$x = 0$; $y = 24$

$x = 2$; $y = 23$

$x = -3$; $y = 30$

$x = \dfrac{1}{2}$; $y = ...$

$x = ...$ $y = \sqrt{2}$

$x = 1$; $y = 10$

¿ verifican la ecuación ?

d) $-2x + 1 \leq x - 3$

Despejando

$$-2x + 1 \leq x - 3$$
$$-2x - x \leq -3 - 1$$
$$-3x \leq -4$$
$$x \geq -4 : (-3)$$

Aplicando propiedades

$$-2x + 1 \leq x - 3$$
$$-2x + 1 + (-x) \leq x - 3 + (-x)$$
$$[-2x + (-x)] + 1 \leq [x + (-x)] - 3$$
$$-3x + [1 + (-1)] \leq -3 + (-1)$$
$$-3x \leq -4$$

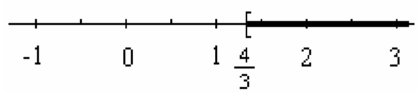
$$x \geq \frac{4}{3}$$

$$-\frac{1}{3}\,.\,(-3)\,x \geq -\frac{1}{3}\,.(-4)$$

$$x \geq \frac{4}{3}$$

Solución: $S = \left[\ \frac{4}{3}\ , +\infty \right)$

Representación gráfica:



Las inecuaciones permiten resolver problemas. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo**:** Una furgoneta pesa 875 kg. La diferencia entre el peso de la furgoneta vacía y el peso de la carga que lleve no debe ser inferior que 415 kg. Si hay que cargar cuatro cajones iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada uno de ellos para poder llevarlos en esa furgoneta?.

En primer lugar, traducimos el enunciado al lenguaje simbólico, llamamos x al peso de cada cajón y planteamos la siguiente inecuación:

Peso de la furgoneta - peso de 4 cajones no es menor que 415 kg

$$875 - 4\,.\,x \geq 415$$

Una forma de resolver la inecuación es seguir los siguientes pasos:

- Restamos 875 a ambos miembros de la desigualdad $\longrightarrow$ $-4\,.\,x \geq 415 - 875$
- Hacemos el cálculo en el segundo miembro $\longrightarrow$ $-4\,.\,x \geq -460$
- Para despejar x , multiplicamos a ambos miembros por $-\frac{1}{4}$
  (**Cuidado:** como multiplicamos por un número negativo, debemos cambiar el sentido de la desigualdad) $\longrightarrow$ $x \leq \left(-\frac{1}{4}\right)\cdot(-460)$
- Hacemos el cálculo $\longrightarrow$ $x \leq 115$

Esto significa que el peso de cada cajón no podrá superar los 115 kg. Además, como se trata de un peso, $x > 0$.

Entonces, la solución está formada por todos los números reales pertenecientes al intervalo (0 , 115]. Graficamos la solución en la recta real:

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Ejercicio 1 : Resolver las siguientes inecuaciones y representar el conjunto solución en la recta real:

a) $2\,x - 3 < 4 - 2\,x$

b) $5 + 3\,x \leq 4 - x$

c) $4 - 2\,t > t - 5$

d) $x + 8 \leq 3\,x + 1$

e) $2 \,.\left(x - \frac{1}{2}\right) > 3\,x$

f) $\frac{a+2}{4} \leq \frac{a-1}{3}$

g) $3\,x - 12 \leq \frac{5\,x - 6}{4}$

h) $3 \,.\,(4 - x) > 18\,x + 5$

i) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} > 5 - \frac{x}{6}$

j) $-\frac{x}{4} - 4 \geq \frac{5\,x}{3} - \frac{1}{6}$

k) $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} > \frac{x+14}{2} - 2$

l) $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 < 0$

m) $\left(2 - \frac{1}{3}x\right)(-3) + 4 \,.\left(-\frac{1}{2}\,x + \frac{7}{4}\right) > 0$

n) $x - \sqrt{2} > 0$

Ejercicio 2 : Indicar si la siguiente resolución es V o F justificando la respuesta:

$$\frac{3}{x} < 2$$

$$\frac{3}{x}\,x < 2\,x$$

$$3 < 2x$$

$$\frac{1}{2}\,3 < \frac{1}{2}\,2x$$

$$\frac{3}{2} < x$$

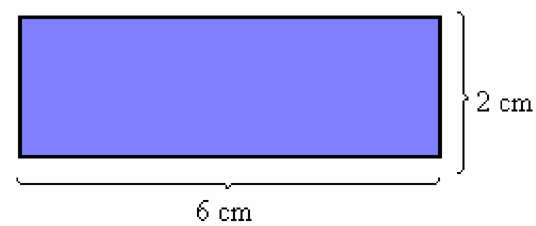
<u>Ejercicio 3</u> : ¿Cuáles son los números cuyo triplo excede a su duplo en más de 20?.

<u>Ejercicio 4</u> : ¿Cuál es el menor número entero múltiplo de 4, que satisface la siguiente inecuación:

$x + 2 < 3\,x + 1$?.

<u>Ejercicio 5</u> : Si el lado de un cuadrado es mayor o igual que 7. ¿Qué se puede decir de su perímetro p ?.

<u>Ejercicio 6</u> : El perímetro de un cuadrado no supera el perímetro del rectángulo de la figura. ¿Qué se puede asegurar acerca de la superficie S del cuadrado ?.



<u>Ejercicio 7</u> : Un padre y su hijo se llevan 22 años. Determinar en qué período de sus vidas, la edad del padre excede en más de 6 años al doble de la edad del hijo.

<u>Ejercicio 8</u> : Un coche se desplaza por una carretera a una velocidad comprendida entre 100 Km/h y 150 Km/h. ¿Entre qué valores oscila la distancia del coche al punto de partida al cabo de 3 horas?.

<u>Ejercicio 9</u> : Una fábrica paga a sus viajantes \$10 por artículo vendido más una cantidad fija de \$500.Otra fábrica de la competencia paga \$15 por artículo y \$300 fijas. ¿Cuántos artículos debe vender el viajante de la competencia para ganar más dinero que el primero?.

<u>Ejercicio 10</u> : Sean $A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x + 1 < 4\}$ y $B = \left(-\infty , \frac{3}{2}\right] \cup \left[3 , +\infty\right)$. Determinar $A \cap B$

<u>Ejercicio 11</u> : Determinar:

$$\{x \,/\, x \in \mathbb{R} \wedge 2x - 4 > 0\} \cap \{x \,/\, x \in \mathbb{R} \wedge 3 - x \geq 0\}$$

Ejercicio 12 : Hallar y representar en la recta los números reales que verifican:

a) $|x - 4| > 2$

b) $|x + 2| \leq 3$

c) $|4 - x| > 0$

d) $0 < |x + 3| < 1$

e) $0 < |x - 3| < \frac{1}{4}$

f) $|12 - 4x| > 3$

g) $|4x - 3| \leq 5$

h) $|-3x + 6| < 2$

i) $|1 + 2x| \geq \frac{1}{2}$

j) $|3 - x| - 5 \geq 0$

k) $-2|x + 1| + 8 < 0$