



„Identifiziere die Ortskurve“ ist als GeoGebra-Aktivität <https://www.geogebra.org/m/uxzfxrww> oder über den QR-Code abrufbar. Mithilfe der Anleitung kann die Erstellung nachvollzogen und variiert werden.



In der **Basisversion** wird die Ortskurve des Höhenschnittpunktes eines Dreiecks betrachtet, wenn eine Dreiecksecke parallel zur gegenüberliegenden Dreiecksseite verschoben wird.

In den **Erweiterungen 1 und 2** wird die analytische Beschreibung dieser Kurve erkundet und stellt so eine Verbindung der Teilgebiete Geometrie und Analysis dar. Weiterhin werden interaktive Bedienelemente eingebaut, die eine elegante Besprechung ermöglichen.

In **Erweiterung 3** erfolgt die exakte analytische Bestimmung der Kurve mittels des CAS-Moduls. Die Konstruktion kann direkt in der GeoGebra-Aktivität nachvollzogen werden.

Basisversion (rein geometrische Vermutung ohne Analyse)

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Alternativ in der Eingabezeile:
	Die Zeichenfläche wird zunächst ohne Koordinatensystem und -gitter benutzt. Setzen Sie vier freie Punkte A bis D.	z.B. $A=(1,2)$ usw. <i>Koordinaten beliebig</i>
	Zeichnen Sie die Dreiecksseite c als Verbindungsstrecke der Punkte A und B	$c=Strecke(A,B)$
	Zeichnen Sie eine Parallele zu c durch den Punkt D und benennen Sie diese mit d. Färben Sie diese schwarz (Rechtsklick auf die Gerade → Einstellungen → Farbe).	<i>SetzeFarbe(c,blau)</i>
	Hängen Sie den Punkt C an die Gerade d an.	
	Ergänzen Sie die Punkte A, B und C zu einem Dreieck	$Vieleck(A,B,C)$
	Zeichnen Sie mittels der Schaltfläche „Senkrechte Gerade“ die Höhen des Dreiecks ein. Benennen Sie sie mit h_1 bis h_3 .	z.B. $h_1=Senkrechte(C,c)$ usw.
	Markieren Sie den Höhenschnittpunkt und benennen Sie ihn mit dem Namen H.	$H=Schnittpunkt$
	Blenden Sie die nicht benötigten Elemente und Beschriftungen aus (alles außer dem Dreieck und seinen Punkten, der Geraden d und dem Höhenschnittpunkt H). Färben Sie die Figur ansprechend ein. Eine mögliche Konstellation sehen Sie rechts.	
	Aktivieren Sie die Spur des Höhenschnittpunktes H (z.B. Rechtsklick auf H öffnet das Kontextmenü des Punktes). Wählen Sie Spur anzeigen	
	Bewegen Sie C und betrachten Sie die Spur des Höhenschnittpunktes H. Was für eine Kurve beschreibt er?	



Erweiterung 1: Hinführung zur analytischen Beschreibung der Kurve

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Alternativ in der Eingabezeile:
	Blenden Sie Koordinatensystem und -gitter ein.	
Eingabezeile	Richten Sie für eine erste Annäherung die Dreiecksseite AB parallel zur x-Achse aus und variieren Sie die Punkte A und B so, dass sie symmetrisch zur y-Achse liegen. Dies geschieht am einfachsten, indem Sie in der Eingabezeile durch Doppelklick in die Punktkoordinaten für A und B entsprechende Koordinaten eingeben.	
 	<p>Optionale Vereinfachungen:</p> <p>1) Sie können den Punkt C automatisch wandern lassen. Wählen Sie dazu nach einem Rechtsklick auf C.  Animation</p> <p>Im Grafikfenster unten links kann nun die Animation gestoppt und wieder gestartet werden.</p> <p>2) Blenden Sie die Kurve, auf der H wandert, ständig ein: Wählen Sie hierzu die Option „Ortslinie“.</p>	
Eingabezeile	<p>Vermutungen über den Funktionsterm der Ortskurve von H können nun direkt über die Eingabezeile überprüft werden.</p> <p><i>Bem.1: Eine günstige Konstellation zum Beginn ist z.B. $A(-1/-0,5)$; $B(1/-0,5)$; $D(.../1,5)$. Hier ergibt sich als Kurve der Graph von f mit $f(x) = -0,5x^2$.</i></p> <p><i>Bem.2: Eine analytische Beschreibung kann nur erfolgen, wenn die Dreiecksseite AB parallel zur x-Achse liegt.</i></p>	



Erweiterung 2: Ausbau zur verbesserten experimentellen Erkundung

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Alternativ in der Eingabezeile:
	<p>Fügen Sie der Datei drei Schieberegler a, b, c hinzu.</p> <p><i>Bem.: etwaige Kollisionen in der Benennung (a, b und c waren gerade die Dreiecksseiten) verhindert GeoGebra automatisch durch Hinzufügen von Indizes bei den vorherigen Objekten.</i></p>	Schieberegler(...)
Eingabezeile	<p>Geben Sie für die Parabelgleichung einen Term in Scheitelform ein, dessen Parameter auf die Schieberegler zugreifen.</p> <p><i>Bem.: Standardschrittweite der Schieberegler ist 0,1. Für feinere Untersuchungen kann diese in den Einstellungen auch kleiner gewählt werden.</i></p>	$a \cdot (x - b) + c$
Optional: Ausgabe der aktuellen Funktionsgleichung in einem eigenen Fenster:		
	<p>Wählen Sie die Schaltfläche „Text“ aus und klicken Sie auf die Zeichenfläche. Evtl. müssen Sie das „Erweitert“-Fenster zusätzlich ausklappen.</p> <p>Im oberen Fenster können Sie Text eintippen und sehen im unteren Fenster die Vorschau.</p> <p>Um auf Werte aus der Konstruktion zuzugreifen, wählen Sie das GeoGebra-Symbol im unteren Fenster. Es erscheint eine Liste der Konstruktionselemente. Diese werden durch Klicken ausgewählt und erscheinen im oberen Fenster in farbigen Kästchen (hier werden dann in der Ausgabe die jeweils aktuellen Werte eingesetzt). Abschluss der Konfiguration erfolgt durch einen Klick auf OK.</p> <p>Rechts sehen Sie eine Darstellung des Textfensters mit fertiger Eingabe.</p>	
	<p>Optional - Erweiterung 2 kann auch direkt vorbereitet und bei Bedarf über ein Kontrollkästchen eingeblendet werden:</p> <p>Nach Klick auf die Schaltfläche und die Zeichenfläche öffnet sich ein Dialogfenster, in dem das Kontrollkästchen benannt wird und die Objekte, die es steuert, ausgewählt werden können. Bei Klick auf das Häkchen öffnet sich eine Auswahlliste. Wählen Sie hier die Schieberegler, den Graphen der Parabel und das Textfeld mit der Funktionsgleichung aus. Nach Bestätigung mit OK ist das Kontrollkästchen einsatzbereit.</p>	
	<p><i>Bemerkung: es empfiehlt sich, den Punktfang zu aktivieren, um die Punkte A und B leichter adäquat ausrichten zu können. Sie finden die Schaltfläche im Menü .</i></p>	

Viel Freude und Erfolg beim Experimentieren!



Erweiterung 3: exakte Lösung mittels GeoGebra-CAS

Erläuterung des prinzipiellen Vorgehens:

- Die Dreiecksseite c muss parallel zur x -Achse liegen, da ansonsten die Parabel gedreht wird (siehe Basisversion) und so nicht mehr als Funktion dargestellt werden kann.
- In dieser Lage sind x_c und x_H identisch. y_H in Abhängigkeit von x_c stellt gerade den Funktionsterm der Ortskurve dar, wenn x_c als Variable angesehen wird.
- Berechnung von y_H : Zunächst wird die lineare Funktion bestimmt, die die Höhe h_b beschreibt. In deren Funktionsterm wird x_c eingesetzt. y_H stellt dann gerade den Funktionsterm der Ortskurve (in Abhängigkeit von x_c) dar.

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Eingabe:
	Zeile 1 – 3: Die benötigten Punkte werden mit allgemeinen Koordinaten definiert: Da A, B, C belegt sind, werden diese mit A_1, \dots bezeichnet. Die Koordinate x_c dient später als Variable und wird somit gleich als x bezeichnet.	z.B. $A_1=(x_A, y_A)$ <i>Bem.: die Benennung der Koordinaten ist beliebig, insbesondere haben Indizes keine besondere Bedeutung.</i>
	Zeile 4: Die Steigung m der linearen Funktion, die die Höhe h_c beinhaltet, wird berechnet. <i>Bemerkungen:</i> - zum besseren Verständnis: die CAS-Variablen für den Funktionsterm lauten hier „ $mx + h$ “. - Ergebnisse werden grundsätzlich exakt angegeben. Dies ist hin und wieder unübersichtlich. Mittels der Schaltfläche kann eine einfachere Ansicht erzeugt werden.	<i>Wichtig ist hier die wissenschaftliche Schreibweise „:=“ für die Definition einer Variablen.</i>
	Zeile 5: Der y -Achsenabschnitt h wird berechnet. Dies erfolgt mittels einer Punktprobe mit $B(x_B / y_B)$ und der „halb fertigen“ linearen Funktion $y_B = mx_B + h$. <i>Bemerkung:</i> hier wurde der Funktionsterm schon nach h aufgelöst eingegeben. Der Befehl <code>Löse(Gleichung, Variable)</code> hier speziell <code>Löse(y_B = mx_B + h, h)</code> löst die Gleichung nach h auf.	
	Zeile 6: Der Funktionsterm q der Ortskurve wird berechnet: x als Variable wird mit den oben berechneten Variablen m und h kombiniert.	
	Zeile 7: Die Funktionsgleichung der Ortskurve wird bestimmt. Hierzu wird $g(x)$ durch die Syntax " $g(x):=$ " als Funktion definiert. Der Term wird bestimmt, indem in den Term q die entsprechenden Koordinaten (die aus dem Grafikenfenster bekannt sind) mittels des Befehls <code>Ersetze(Ausdruck, Substitutionsliste)</code> eingesetzt werden. Die Ausgabe des Funktionsterms erfolgt in einem Textfenster wie in Erweiterung 2 beschrieben.	