

Im gleichen Zeitraum wird eine Größe mit dem gleichen Faktor multipliziert.

Beispiel: Die Bakterien in einer Nährlösung verdreifachen sich alle 40 min

Beispiel: Der Wert des Geldes nimmt alle 2 Monate um 2% ab ($\hat{=}$ Faktor 0,98)

Beispiel: Die Bierschaumaufgabe

Zeit in Minuten	1	2	3
Schaumhöhe in mm	20	15	11,25
		$\cdot \frac{15}{20}$	$\cdot \frac{11,25}{15}$
		$\cdot \frac{3}{4}$	$\cdot \frac{3}{4}$

Der Bierschaum nimmt jede Minute mit dem Faktor $\frac{3}{4} = 0,75$ ab.

Die Modellierung des exponentiellen Wachstums und des exponentiellen Zerfalls mithilfe von Funktionen.

Die Bakterien

Zu Beginn : 10 Bakterien

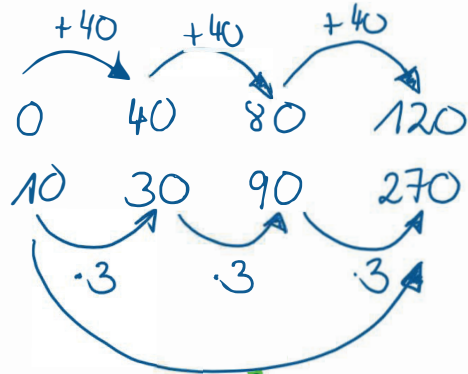
Zeitdauer : 40 Minuten

Faktor : 3

Wertetabelle

Zeit in min

Anzahl Bakterien



$\cdot 3^3$ weil 3-mal
40min vergangen
sind

Anzahl nach 400 min?

Es sind 10-mal 40 min
vergangen.

Deshalb muss die Anfangsmenge mit
3 multipliziert werden.

$$B(400) = 10 \cdot 3 \quad \text{weil } \frac{400}{40} = 10$$

$$B(x) = 10 \cdot 3^{\frac{x}{40}}$$

$$B(x) = \text{Anfangswert} \cdot \text{Faktor}^{\frac{x}{\text{Zeit, auf den sich der Faktor bezieht}}}$$

Geldwert:

Anfangswert : 100 €

Zeitraum : 2 Monate

Faktor : 0,98

$$\text{Wert}(x) = 100 \text{ €} \cdot 0,98^{\frac{x}{2}}$$

Nach einem Jahr?

$$\text{Wert}(12) = 100 \text{ €} \cdot 0,98^{\frac{12}{2}} = 88,58 \text{ €}$$

Der Bierschaum

Zeit in min	1	2	3
Schaumhöhe in mm	20	15	11,25

Anfangswert : ? h_0

Zeitraum : 1

Faktor : 0,75

$$h(x) = h_0 \cdot 0,75^{\frac{x}{1}} = h_0 \cdot 0,75^x$$

$$h(1) = 20 \text{ mm}$$

$$h_0 \cdot 0,75^1 = 20 \quad | : 0,75$$

$$h_0 = 20 : 0,75 = 26,6$$

$$h(x) = 26,6 \cdot 0,75^x$$

Prozentuales Wachstum / Prozentuater Zerfall

Beispiel: Auf einem Konto wächst das Kapital jedes Jahr um 2%

Zu Beginn:	100%	} · 1,02
1 Jahr	102%	
2 Jahre	104,04%	· 1,02

$$K(x) = K_0 \cdot 1,02^{\frac{x}{1}}$$

Allgemein: Wächst eine Größe in einem immer gleichen Zeitraum um immer den gleichen Prozentsatz p , so ist der Faktor:

$$1 + \frac{p}{100}$$

Zerfällt eine Größe in immer
gleichen Zeiträumen um immer
den gleichen Prozentsatz, so ist der

Faktor

$$1 - \frac{p}{100}$$

Nach einmal der Bierschaum

$$h(x) = 26,6 \text{ mm} \cdot 0,75^x$$

$$0,75 = 1 - \frac{p}{100} \quad | -1$$

$$-0,25 = - \frac{p}{100} \quad | \cdot 100$$

$$\underline{25} = p$$

Die Höhe des Bierschaumes nimmt pro Minute
um 25% ab.

Rechnen mit den Funktionen in Geogebra:

Schaumhöhe nach 5 Minuten

$$h(5) = 26,6 \text{ mm} \cdot 0,75^5 \approx 6,33 \text{ mm}$$

Wann hat der Schaum nur noch eine Höhe von 1mm?

$$h(x) = 1$$

$$26,6 \cdot 0,75^x = 1 \quad | \text{CAS}$$

$$x \approx 11,43$$

$$h(x) = 0 \quad | \text{CAS}$$

keine Lösung!

Exponentialfunktion werden
niemals 0

⇒ Der Bierschaum wird niemals 0! ↴