ĐỀ TỰ LUYỆN SỐ 03

Câu 1 (TH): Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=-\dfrac{3}{2}$

B. $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{3x-2}{x+1}=-\infty$

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=+\infty$

D. $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{3x-2}{x+1}=-\infty$

Câu 2 (VD): Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{\log\left(x^2-9\right)}{\log\left(3-x\right)}\le 1$ là:

A. $\varnothing$ **B.** $\left(-4;-3\right)$ **C.** $\left(3;4\right]$ **D.** $\left[-4;-3\right)$

Câu 3 (TH): Cho số phức $z\ne 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $z+\overline{z}$ là số thực

B. $z-\overline{z}$ là số ảo

C. $\dfrac{z}{\overline{z}}$ là số thuần ảo

D. $z.\overline{z}$ là số thực

Câu 4 (NB): Vecto nào sau đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-1}$?

A. $\left(-3;2;1\right)$ **B.** $\left(-2;1;-3\right)$ **C.** $\left(3;-2;1\right)$ **D.** $\left(2;1;3\right)$

Câu 5 (NB): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A\left(0;2;-1\right),B\left(-5;4;2\right)$ và $C\left(-1;0;5\right)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là:

A. $\left(-1;1;1\right)$ **B.** $\left(-2;2;2\right)$ **C.** $\left(-6;6;6\right)$ **D.** $\left(-3;3;3\right)$

Câu 6 (VD): Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2\left|x^2-4\right|$ với đường thẳng $y=3$ là:

A. 8 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6

Câu 7 (TH): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$

B. $2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0$

C. $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$

D. $2x^2+2y^2+2z^2+4x+8y+6z+3=0$

Câu 8 (TH): Cho một cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=5$ và tổng 40 số hạng đầu bằng 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

A. 4 **B.** -4 **C.** 8 **D.** -8

Câu 9 (TH): Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 10 (NB): Trong không gian với hệ tọa độ cho điểm $A\left(-3;1;2\right)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là:

A. $\left(3;-1;-2\right)$ **B.** $\left(3;-1;2\right)$ **C.** $\left(-3;-1;2\right)$ **D.** $\left(3;1;-2\right)$

Câu 11 (TH): Tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{7-x}$ là:

A. $\left[2;2\sqrt{2}\right]$ **B.** $\left[3;7\right]$ **C.** $\left[0;2\sqrt{2}\right]$ **D.** $\left(3;7\right)$

Câu 12 (TH): Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{\ln\left(\ln x\right)}$ là:

A. $f'(x)=\dfrac{1}{2x\ln x\sqrt{\ln(\ln x)}}$ **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{x\ln x\sqrt{\ln(\ln x)}}$

C. $f'(x)=\dfrac{1}{2x\sqrt{\ln(\ln x)}}$ **D.** $f'(x)=\dfrac{1}{\ln x\sqrt{\ln(\ln x)}}$

Câu 13 (VD): Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-i|=10$

A. 12π **B.** 20π **C.** 15π **D.** Đáp án khác

Câu 14 (VD): Cho hàm số $f(x)$ với bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 5 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 7

Câu 15 (TH): Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BC'. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng:

A. $(C'MN)$ **B.** $(A'CN)$ **C.** $(A'BN)$ **D.** (BMN)

Câu 16 (VD): Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $0<m<4$ **B.** $4<m<8$ **C.** $8<m<10$ **D.** $m>10$

Câu 17 (TH): Số $20182019^{20192020}$ có bao nhiêu chữ số?

A. 147501991 **B.** 147501992 **C.** 147433277 **D.** 147433276

Câu 18 (VD): Phương trình $\cos 2x+2\cos x-3=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2019)$?

A. 1009 **B.** 1010 **C.** 320 **D.** 321

Câu 19 (VD): Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}7-4x^2 & khi\ \ 0\le x\le 1\\ 4-x^2 & khi\ \ x>1\end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x=0, x=3, y=0$

A. $\dfrac{16}{3}$ **B.** $\dfrac{20}{3}$ **C.** 10 **D.** 9

Câu 20 (TH): Cho hình chóp tứ giác *SABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, mặt bên *SAB* là một tam giác đều và nằm trong một mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp *SABCD*.

A. $\dfrac{a^3}{6}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3}{2}$

Câu 21 (TH): Cho số tự nhiên *n* thỏa mãn $C_n^2+A_n^2=15n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. *n* chia hết cho 7 **B.** *n* không chia hết cho 2

C. *n* chia hết cho 5 **D.** *n* không chia hết cho 11

Câu 22 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $H(1;2;-2)$. Mặt phẳng (α) đi qua *H* và cắt các trục *Ox, Oy, Oz* lần lượt tại các điểm *A, B, C* sao cho *H* là trực tâm của ΔABC. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *OABC*.

A. $\frac{81\pi}{2}$ **B.** $\frac{243\pi}{2}$ **C.** 81π **D.** 243π

Câu 23 (VD): Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh *a*. Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA'

A. $\pi\left(\sqrt{6}+2\right)a^2$ **B.** $\pi\left(\sqrt{3}+2\right)a^2$ **C.** $2\pi\left(\sqrt{2}+1\right)a^2$ **D.** $2\pi\left(\sqrt{6}+1\right)a^2$

Câu 24 (VD): Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi bán kính của khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.

B. Chiều cao mô hình không quá 1,5 mét.

C. Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét.

D. Chiều cao mô hình dưới 2 mét.

Câu 25 (VD): Cho khối chóp tứ giác SABCD có thể tích V, đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA. Tính thể tích khối chóp M.CNQP theo V.

A. $\frac{3V}{4}$ **B.** $\frac{3V}{8}$ **C.** $\frac{3V}{16}$ **D.** $\frac{V}{16}$

Câu 26 (VD): Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)=4x+3$ và $f(1)=-1$. Biết rằng phương trình $f(x)=10$ có hai nghiệm thực $x_1,\ x_2$. Tính tổng $\log_2|x_1|+\log_2|x_2|$

A. 8 **B.** 16 **C.** 4 **D.** 3

Câu 27 (VD): Cho khai triển $\left(\sqrt{3}+x\right)^{2019}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+.....+a_{2019}x^{2019}$. Hãy tính tổng $S=a_0-a_2+a_4-a_6+.....+a_{2016}-a_{2018}$

A. $\left(\sqrt{3}\right)^{1009}$ **B.** 0 **C.** 2^{2019} **D.** 2^{1009}

Câu 28 (VD): Biết tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(5x-1)^n$ bằng 2^{100}. Tìm hệ số của x^3

A. -161700 **B.** -19600 **C.** -2450000 **D.** -20212500

Câu 29 (VD): Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

A. 3 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 9

Câu 30 (VD): Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_0^3 f(x)dx=8$ và $\int_0^5 f(x)dx=4$. Tính $\int_{-1}^1 \left(|4x-1|\right)dx$

A. 3 **B.** 6 **C.** $\frac{9}{4}$ **D.** $\frac{11}{4}$

Câu 31 (VDC): Cho hai số thực $a>1,\ b>1$. Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $a^xb^{x^2-1}=1$. Trong trường hợp biểu thức $S=\left(\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4x_1-4x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $a<b$ **B.** $a\ge b$ **C.** $ab=4$ **D.** $ab=2$

Câu 32 (VD): Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại B với trọng tâm G, cạnh bên SA tạo với đáy (ABC) một góc 30^0. Biết hai mặt phẳng (SBG) và (SCG) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ **B.** $\frac{3\sqrt{15}}{20}$ **C.** $\frac{\sqrt{15}}{10}$ **D.** $\frac{\sqrt{30}}{20}$

Câu 33 (VD): Cho hai dãy ghế dối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam, 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

A. $\frac{1}{252}$ **B.** $\frac{1}{945}$ **C.** $\frac{8}{63}$ **D.** $\frac{1}{63}$

Câu 34 (VD): Phương trình $\sin x = 2019x$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1288 **B.** 1287 **C.** 1290 **D.** 1289

Câu 35 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) là:

A. $(1;-2;0)$ **B.** $(2;3;3)$ **C.** $(5;6;8)$ **D.** $(0;1;3)$

Câu 36 (VD): Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$

A. $\frac{5}{24}$ **B.** $\frac{5}{12}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{5}$

Câu 37 (VD): Cho phương trình $\frac{\cos 4x-\cos 2x+2\sin^2 x}{\sin x+\cos x}=0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Câu 38 (VD): Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị của biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$

A. -7 **B.** -9 **C.** 9 **D.** 7

Câu 39 (VD): Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, bạnh bên bằng $\sqrt{2}a$. Gọi M là trung điểm AB. Tính diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$

A. $\frac{9}{8}a^2$ **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$ **C.** $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$ **D.** $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$

Câu 40 (VD): Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2019;2019]$ để hàm số $y=\ln(x^2+2)-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 4038 **B.** 2019 **C.** 2020 **D.** 1009

Câu 41 (VDC): Cho hai số thực thỏa mãn $x^2+y^2=1$. Đặt $P=\dfrac{x^2+6xy}{1+2xy+2y^2}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Giá trị nhỏ nhất của P là -3 **B.** Giá trị lớn nhất của P là 1

C. P không có giá trị lớn nhất **D.** P không có giá trị nhỏ nhất

Câu 42 (VD): Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ -\dfrac{5}{4} & khi\ x=1\end{cases}$. Tính $f'(1)$

A. 0 **B.** $-\dfrac{7}{50}$ **C.** $-\dfrac{9}{64}$ **D.** không tồn tại

Câu 43 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;3)$, $B(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z+8=0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều.

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** vô số

Câu 44 (VDC): Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=x^2+2x+2$ và điểm M di chuyển trên (C). Gọi d_1, d_2 là các đường thẳng đi qua M sao cho d_1 song song với trục tung và d_1, d_2 đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (C) tại M. Biết rằng khi M di chuyển trên (C) thì d_2 luôn đi qua một điểm $I(a;b)$ cố định. Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

A. $ab=-1$ **B.** $a+b=0$ **C.** $3a+2b=0$ **D.** $5a+4b=0$

Câu 45 (VD): Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $\angle SBA=\angle SCA=90^0$. Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng ABC bằng 45^0. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là:

A. $\dfrac{2\sqrt{51}}{17}a$ **B.** $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}a$ **C.** $\dfrac{\sqrt{39}}{13}a$ **D.** $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}a$

Câu 46 (VD): Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\tan x f\left(\cos^2 x\right)dx=\int\limits_1^8\dfrac{f\left(\sqrt[3]{x}\right)}{x}dx=6$. Tính tích phân $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}}\dfrac{f\left(x^2\right)}{x}dx$

A. 4 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 10

Câu 47 (VD): Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=AD=BC=BD=a$, $(ACD)\perp(BCD)$ và $(ABC)\perp(ABD)$. Tính độ dài cạnh CD.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$ **B.** $2\sqrt{2}a$ **C.** $\sqrt{2}a$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

Câu 48 (VD): Cho một đa giác đều có 48 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác tạo thành từ ba đỉnh đó là một tam giác nhọn.

A. $\dfrac{22}{47}$ **B.** $\dfrac{11}{47}$ **C.** $\dfrac{33}{47}$ **D.** $\dfrac{33}{94}$

Câu 49 (VD): Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+9x$ có đồ thị (C). Gọi *A, B, C, D* là bốn điểm trên đồ thị (*C*) với hoành độ lần lượt là *a, b, c, d* sao cho tứ giác *ABCD* là một hình thoi đồng thời hai tiếp tuyến tại *A, C* song song với nhau và đường thẳng *AC* tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân. Tính tích *abcd*.

A. 144 **B.** 60 **C.** 180 **D.** 120

Câu 50 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho ba điểm $A(8;5;-11), B(5;3;-4), C(1;2;-6)$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=9$. Gọi điểm $M(a;b;c)$ là điểm trên (*S*) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a+b$

A. 9 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 6

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.B	**2.D**	**3.C**	**4.A**	**5.B**	**6.D**	**7.C**	**8.A**	**9.B**	**10.D**
11.A	**12.A**	**13.B**	**14.D**	**15.B**	**16.C**	**17.D**	**18.D**	**19.C**	**20.C**
21.B	**22.B**	**23.A**	**24.D**	**25.C**	**26.D**	**27.B**	**28.C**	**29.D**	**30.A**
31.A	**32.C**	**33.C**	**34.B**	**35.B**	**36.A**	**37.C**	**38.B**	**39.C**	**40.B**

Câu 1:

Phương pháp:

Sử dụng các phương pháp tính giới hạn hàm số để tính các giới hạn và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}-x+2\right)}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-x+1-(x-2)^2}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-3}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-\dfrac{3}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1+\dfrac{2}{x}}=-\dfrac{3}{2}$

+) $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{3x-2}{x+1}=+\infty\ \left(\text{do }\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^-}(3x-2)=-5\\ \lim\limits_{x\to(-1)^-}(x+1)=0;x-1<0\end{cases}\right)$

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}-x+2\right)}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-x+1-(x-2)^2}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-3}{\sqrt{x^2-x+1}-x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-\dfrac{3}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1+\dfrac{2}{x}}=+\infty$

+) $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{3x-2}{x+1}=-\infty\ \left(\text{do }\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+}(3x-2)=-5\\ \lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+1)=0;x-1>0\end{cases}\right)$

Chọn: B

Câu 2:

Phương pháp:

Giải bất phương trình logarit cơ bản $\log_a x<b\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>1\\x<a^b\end{cases}\\ \begin{cases}0<a<1\\x>a^b\end{cases}\end{array}\right.$

Cách giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-9>0 \\ 3-x>0 \\ \log(3-x)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-3 \end{array}\right. \\ x<3 \\ 3-x\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-3 \\ x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x<-3$

$$\frac{\log(x^2-9)}{\log(3-x)}\le 1 \Leftrightarrow \frac{\log(x^2-9)-\log(3-x)}{\log(3-x)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{\log\frac{x^2-9}{3-x}}{\log(3-x)}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log[-(x+3)]}{\log(3-x)}\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log[-(x+3)]\ge 0 \\ \log(3-x)<0 \end{cases} \\ \begin{cases} \log[-(x+3)]\le 0 \\ \log(3-x)>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} -x-3\ge 1 \\ 3-x<1 \end{cases} \\ \begin{cases} -x-3\le 1 \\ 3-x>1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\le -4 \\ x>4 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge -4 \\ x<2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -4\le x<2 \Rightarrow -4\le x<-3$$

Chọn: D

Câu 3:

Phương pháp:

Cho số phức $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$. Sử dụng các phép tính cộng, trừ, nhân, chia để tính và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Gọi số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R};\ a,b\neq 0)\Rightarrow \overline{z}=a-bi$

Ta có: $z+\overline{z}=a+bi+a-bi=2a\Rightarrow z+\overline{z}$ là số thực $\Rightarrow$ đáp án A đúng.

$z-\overline{z}=a+bi-a+bi=2bi\Rightarrow z-\overline{z}$ là số ảo $\Rightarrow$ đáp án B đúng.

$\frac{z}{\overline{z}}=\frac{a+bi}{a-bi}=\frac{(a+bi)^2}{(a-bi)(a+bi)}=\frac{a^2-b^2+2abi}{a^2+b^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}+\frac{2abi}{a^2+b^2}\Rightarrow \frac{z}{\overline{z}}$ là số phức $\Rightarrow$ đáp án C sai.

$z.\overline{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2\Rightarrow z.\overline{z}$ là số thực $\Rightarrow$ đáp án D đúng.

Chọn: C

Câu 4:

Phương pháp:

Đường thẳng $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có 1 VTCP $\vec{u}=(a;b;c)$

Cách giải:

Đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$ có 1 VTCP là: $(3;-2;-1)=-(-3;2;1)$

Chọn: A

Câu 5:

Phương pháp:

Trọng tâm $G\left(x_G;y_G;z_G\right)$ của ΔABC có tọa độ $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \\ z_G = \dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} \end{cases}$

Cách giải:

Ta có tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là: $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} = -2 \\ y_G = \dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} = 2 \\ z_G = \dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G\left(-2;2;2\right)$

Chọn: B

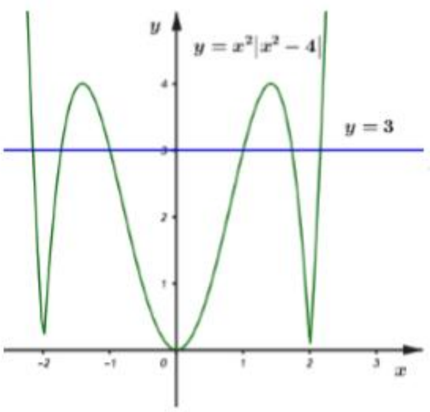
Câu 6:

Phương pháp:

Vẽ đồ thị hoặc BBT của hàm số $y=x^2\left|x^2-4\right|$ và đường thẳng $y=3$ để tìm số giao điểm.

Cách giải:

Ta có đồ thị hàm số:



Như vậy ta thấy đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2\left|x^2-4\right|$ tại 6 điểm phân biệt.

Chọn: D

Câu 7:

Phương pháp:

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0$

Cách giải:

Xét từng đáp án ta được:

+) Đáp án A: $x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$ có: $a=-\dfrac{1}{2};b=1;c=-2,d=-3 \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=\dfrac{33}{4}>0$

$\Rightarrow$ phương trình này là phương trình mặt cầu.

+) Đáp án B: $2x^2+2y^2+2z^2-x-y-z=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}y-\dfrac{1}{2}z=0$ có:

$a=\dfrac{1}{4};b=\dfrac{1}{4};c=\dfrac{1}{4};d=0 \Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=\dfrac{3}{16}>0 \Rightarrow$ phương trình này là phưng trình mặt cầu.

+) Đáp án C: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+10=0$ có: $a=1;b=-2;c=2;d=10\Rightarrow a^2+b^2+c^2-d=-1<0$

$\Rightarrow$ phương trình này không phải là phương trình mặt cầu.

Chọn: C

Câu 8:

Phương pháp:

Công thức tổng quát của CSC có số hạng đầu là u_1 và công sai *d*: $u_n=u_1+(n-1)d$

Tổng của *n* số hạng đầu của CSC có số hạng đầu là u_1 và công sai *d*: $S_n=\dfrac{n(u_1+u_n)}{2}=\dfrac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}$

Cách giải:

Gọi *d* là công sai của CSC đã cho ta có: $S_{40}=\dfrac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}\Leftrightarrow\dfrac{40(2.5+39d)}{2}=3320\Leftrightarrow d=4$

Chọn: A

Câu 9:

Phương pháp:

+) Đường thẳng $x=a$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y=f(x)\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to a}f(x)=\infty$

+) Đường thẳng $y=b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y=f(x)\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=b$

Cách giải:

TXĐ: $D\backslash[-5;5]$

Hàm số đã cho liên tục trong $[-5;5]$ và $\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}=-\infty;\lim\limits_{x\to5^-}\dfrac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường TCĐ là $x=5,x=-5$ và đồ thị hàm số không có TCN.

Chọn: B

Câu 10:

Phương pháp:

Điểm A' đối xứng với $A(a;b;c)$ qua trục $Oy\Rightarrow A'(-a;b;-c)$

Cách giải:

Toạ độ điểm A' đối xứng với $A(-3;1;2)$ qua trục *Oy* là $(3;1;-2)$

Chọn: D

Câu 11:

Phương pháp:

Tìm TXĐ của hàm số sau đó xét sự biến thiên, lập BBT và tìm tập giá trị của hàm số.

Cách giải:

TXĐ: $D=[3;7]$

Xét hàm số $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{7-x}$ ta có: $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-3}}-\dfrac{1}{2\sqrt{7-x}}$

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{2\sqrt{x-3}}-\dfrac{1}{2\sqrt{7-x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{x-3}=\sqrt{7-x}$

$\Leftrightarrow x-3=7-x\Leftrightarrow 2x=10\Leftrightarrow x=5$

Ta có BBT:

x	3		5		7
y'	||	$-$	0	$+$	||
y	2	$\nearrow$	$2\sqrt{2}$	$\searrow$	2

Vậy tập giá trị của hàm số là: $\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Chọn: A

Câu 12:

Phương pháp:

Sử dụng công thức đạo hàm của các hàm số cơ bản và hàm hợp: $\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}},\left(\ln x\right)'=\dfrac{1}{x}$

Cách giải:

Ta có:

$$f'(x)=\left(\sqrt{\ln(\ln x)}\right)'=\frac{\left[\ln(\ln x)\right]'}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}=\frac{\dfrac{(\ln x)'}{\ln x}}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}=\frac{1}{2x\ln x\sqrt{\ln(\ln x)}}$$

Chọn: A

Câu 13:

Phương pháp:

Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức bài cho sau đó tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các điểm đó.

Cách giải:

Ta có: $|z+2-i|+|z-4-i|=10\Leftrightarrow|z-(-2+i)|+|z-(4+i)|=10\ (*)$

Gọi $z=x+yi\Rightarrow M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Gọi $A(-2;1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $-2+i$ và $B(4;1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $4+i$

Từ $(*)\Rightarrow MA+MB=10\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là elip có A, B là hai tiêu điểm và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có $AB=\sqrt{6^2}=6=2c\Rightarrow c=3$ và $MA+MB=2a=10\Rightarrow a=5$

$\Rightarrow b^2=a^2-c^2=5^2-3^2=4^2\Rightarrow b=4$

Vậy $\Rightarrow S_{(E)}=\pi ab=\pi.5.4=20\pi$

Chọn: B

Câu 14:

Phương pháp:

Cách 1: Dựa vào BBT, vẽ BBT của đồ thị hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ và suy ra số các điểm cực trị của hàm số.

Cách 2: Từ BBT suy ra công thức hàm số $y=f(x)$ từ đó vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ và suy ra số các điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị $(-1;-2),(0;3),(2;-4)$

Khi đó ta có BBT của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		2		3		4		$+\infty$
$y=0$			-2				-4		

BBT của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ là:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		4		3		4		$+\infty$
$y=0$			-4				-4		

Như vậy hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có 7 điểm cực trị.

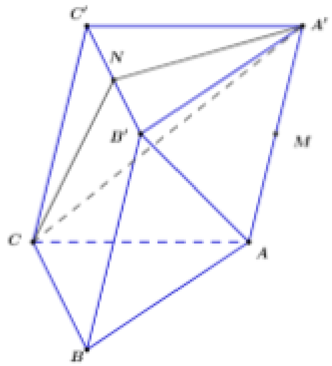
Chọn: D

Câu 15:

Phương pháp:

Sử dụng quan hệ song song trong không gian để chứng minh và chọn đáp án đúng.

Cách giải:



+) Đáp án A: Ta có $(C'MN)$ chính là $(C'MB')$

$\Rightarrow AB'\cap(C'MN)=\{B'\}\Rightarrow$ loại đáp án A.

+) Đáp án C: Ta có $AB'\cap A'B$ vì hai đường thẳng cùng thuộc $(A'B'BA)$

$\Rightarrow$ loại đáp án C.

+) Đáp án D: Ta có $AB'\cap BM$ do hai đường thẳng này cùng thuộc $(A'B'BA)$

$\Rightarrow$ loại đáp án D.

Chọn: B

Câu 16:

Phương pháp:

+) Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y=f(x)$ trên $[a;b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y'=0$ tìm các nghiệm x_i

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ $\left(x_i\in[a;b]\right)$. Khi đó:

$\min\limits_{[a;b]} f(x)=\min\left\{f(a);f(b);f(x_i)\right\}, \max\limits_{[a;b]} f(x)=\max\left\{f(a);f(b);f(x_i)\right\}$

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$. Ta có: $y'=\dfrac{x+1-x-m}{(x+1)^2}=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$

Vì hàm số đã cho là hàm bậc nhất trên bậc nhất nên hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định của hàm số.

$\Rightarrow$ Xét trên $[1;2]$ ta có: $y(1)=\dfrac{1+m}{2};y(2)=\dfrac{2+m}{3}$ là các GTNN và GTLN của hàm số.

$\Rightarrow y(1)+y(2)=\dfrac{m+1}{2}+\dfrac{m+2}{3}=8\Leftrightarrow 3m+3+2m+4=48\Leftrightarrow m=\dfrac{41}{5}$

$\Rightarrow 8<m<10$

Chọn: C

Câu 17:

Phương pháp:

Số các chữ số của số a^m là: $\left[\log a^m\right]+1$ chữ số.

Cách giải:

Ta có: $\left[\log 20182019^{20192020}\right]+1=\left[20192020\log 20182019\right]+1=147501991+1=147501992$

Chọn: B

Câu 18:

Phương pháp:

Giải phương trình lượng giác tìm nghiệm $x=\alpha+k\pi$ sau đó cho nghiệm đó thuộc $(0;2019)$ tìm số các giá trị $k\in\mathbb{Z}$ rồi suy ra số nghiệm của phương trình đã cho.

Cách giải:

$\cos 2x+2\cos x-3=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x+2\cos x-4=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=-2\ (ktm)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

Phương trình có nghiệm thuộc $(0;2019)$

$\Leftrightarrow 0<k2\pi<2019\Leftrightarrow 0<k<321,33$

$\Rightarrow k\in\{1;2;...;321\}$

Chọn: D

Câu 19:

Phương pháp:

Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x=a,x=b\ (a<b)$ và các đồ thị hàm số $y=f(x),y=g(x)$ là: $S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|dx$

Cách giải:

Xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$4-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \notin (1;+\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=2$

$7-4x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{2} \notin [0;1]$

$\Rightarrow S=\int\limits_0^1 |7-4x^3|dx+\int\limits_1^2 |4-x^2|dx+\int\limits_2^3 |4-x^2|dx$

$=\int\limits_0^1 (7-4x^3)dx+\int\limits_1^2 (4-x^2)dx+\int\limits_2^3 (x^2-4)dx$

$=(7x-x^4)\Big|_0^1+\left(4x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2+\left(\dfrac{x^3}{3}-4x\right)\Big|_2^3$

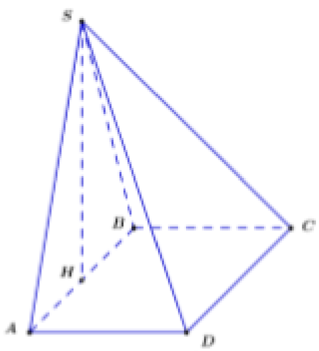
$=7-1+\dfrac{16}{3}-\dfrac{11}{3}-3+\dfrac{16}{3}=10$

Chọn: C

Câu 20:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V=\dfrac{1}{3}Sh$



Cách giải:

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow SH=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Chọn: C

Câu 21:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}, A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$, giải phương trình tìm n rồi chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có:

$C_n^2+A_n^2=15n \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!}+\dfrac{n!}{(n-2)!}=15n \ (n\geq 2)$

$\Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2}+\dfrac{n(n-1)}{1}=15n \Leftrightarrow n^2-n+2n^2-2n-30n=0$

$\Leftrightarrow 3n^2-33n=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=0 \ (ktm) \\ n=11 \ (tm) \end{array}\right.$

Vậy n không chia hết cho 2.

Chọn: B

Câu 22:

Phương pháp:

Gọi tọa độ các điểm A, B, C.

Lập phương trình mặt phẳng đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz bằng phương trình đoạn chắn.

Từ đó tìm được các điểm A, B, C. Từ đó tính được bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC.

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $R: S = 4\pi R^2$

Cách giải:

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox, Oy, Oz.

Khi đó ta có phương trình (α) đi qua các điểm A, B, C: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

$$H \in (\alpha) \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}-\frac{2}{c}=1 \ (1)$$

Theo đề bài ta có H là trực tâm $\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases}$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AH}=(1-a;2;-2), \overrightarrow{BC}=(0;-b;c) \\ \overrightarrow{BH}=(1;2-b;-2), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c) \end{cases}$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b-2c=0 \\ -a-2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2c \\ b=-c \end{cases}$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \frac{1}{-2c}+\frac{2}{-c}-\frac{2}{c}=1 \Rightarrow -\frac{9}{2c}=1 \Leftrightarrow c=-\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-2c=9 \\ b=-c=\frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(9;0;0) \\ B\left(0;\frac{9}{2}0\right) \\ C\left(0;0;-\frac{9}{2}\right) \end{cases}$$

Gọi $I(x_0;y_0;z_0)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp tứ giác OABC.

$$\Rightarrow \begin{cases} OI=IA \\ OI=IB \\ OI=IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2+y_0^2+z_0^2=(x_0-9)^2+y_0^2+z_0^2 \\ x_0^2+y_0^2+z_0^2=x_0^2+\left(y_0-\frac{9}{2}\right)^2+z_0^2 \\ x_0^2+y_0^2+z_0^2=x_0^2+y_0^2+\left(z_0+\frac{9}{2}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2=(x_0-9)^2 \\ y_0^2=\left(y_0-\frac{9}{2}\right)^2 \\ z_0^2=\left(z_0+\frac{9}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-x_0+9 \\ y_0=-y_0+\frac{9}{2} \\ z_0=-z_0-\frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=\frac{9}{2} \\ y_0=\frac{9}{4} \\ z_0=-\frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{9}{2};\frac{9}{4};\frac{9}{4}\right) \Rightarrow R=OI=\frac{9\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow S_{(I)}=4\pi R^2=4\pi.\left(\frac{9\sqrt{6}}{4}\right)^2=\frac{243\pi}{2}$$

Chọn: B

Câu 23:

Phương pháp:

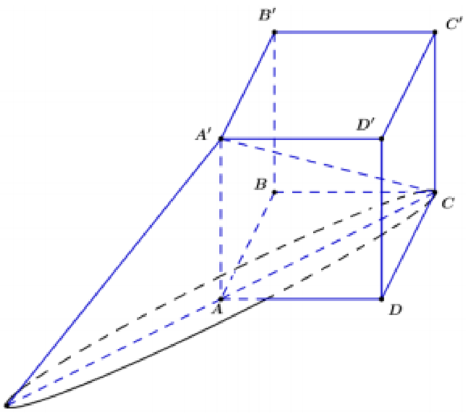
Khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' ta được hình nón có bán kính đáy $R = AC$, đường sinh $l = A'C'$ và chiều cao $h = AA'$

Công thức tính diện tích toàn phần hình nón có bán kính đáy *R*, chiều cao *h* và đường sinh *l*:

$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$

Cách giải:

Khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' ta được hình nón có bán kính đáy $R = AC$, đường sinh $l = A'C'$ và chiều cao $h = AA'$



Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

$A'C = \sqrt{AC^2 + AA'^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi.AC.A'C + \pi.AC^2$

$= \pi\left(a\sqrt{2}.a\sqrt{3} + 2a^2\right) = \pi\left(\sqrt{6} + 2\right)a^2$

Chọn: A

Câu 24:

Phương pháp:

Gọi các quả cầu được xếp trong mô hình là *n* quả.

Bán kính các quả cầu tạo thành cấp số nhân có công bội là 2.

Tổng của *n* số hạng đầu của CSN có số hạng đầu là u_1 và công bội *q*: $S_n = \dfrac{u_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$

Cách giải:

Gọi các quả cầu được xếp trong mô hình là *n* quả. $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$

$\Rightarrow$ Bán kính các quả cầu tạo thành cấp số nhân có công bội là 2.

Gọi bán kính quả cầu trên cùng hay quả cầu nhỏ nhất là R_1. $\left(0 < R_1 < 50\right)$

$\Rightarrow$ Bán kính quả cầu dưới cùng là: $R_n = 50cm = R_1.2^{n-1} \Leftrightarrow 2^n = \dfrac{100}{R_1}$

Khi đó chiều cao của mô hình có thể là: $h = 2S_n = \dfrac{2.R_1\left(2^n - 1\right)}{2 - 1} = 2R_1\left(\dfrac{100}{R_1} - 1\right) = 200 - 2R_1 < 200cm = 2m$

Vậy chiều cao của mô hình là dưới 2 mét.

Chọn: D

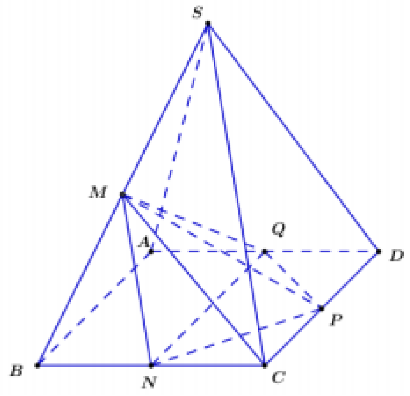
Câu 25:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy *S* và chiều cao *h* là: $V = \dfrac{1}{3}Sh$

Cách giải:

Ta có:



$$S_{CNPQ} = S_{NQDC} - S_{DPQ} = \frac{1}{2}S_{ABCD} - S_{DPQ}$$

$$= \frac{1}{2}S - \frac{1}{8}S = \frac{3}{8}S$$

Lại có: $d\left(M;\left(ABCD\right)\right) = \frac{1}{2}d\left(A;\left(ABCD\right)\right)$

$$\Rightarrow V_{MCNPQ} = \frac{1}{3}d\left(M;\left(ABCD\right)\right).S_{CNPQ} = \frac{1}{2}h.\frac{3}{8}S = \frac{3}{16}V$$

Chọn: C

Câu 26:

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $f\left(x\right) = \int f'\left(x\right)dx$ để tìm hàm số $f\left(x\right)$ sau đó giải phương trình và tính tổng đề bài yêu cầu.

Cách giải:

Ta có: $f\left(x\right) = \int\left(4x+3\right)dx = 2x^3 + 3x + C$

Lại có: $f\left(1\right) = -1 \Rightarrow 2.1 + 3.1 + C = -1 \Leftrightarrow C = -6 \Rightarrow f\left(x\right) = 2x^2 + 3x - 6$

$\Rightarrow f\left(x\right) = 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 6 = 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 16 = 0 \; (*)$

Ta có: $ac = 2.\left(-16\right) = -32 < 0 \Rightarrow (*)$ luôn có hai nghiệm trái dấu.

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{3}{2} \\ x_1x_2 = -8 \end{cases}$

Ta có: $\log_2\left|x_1\right| + \log_2\left|x_2\right| = \log_2\left|x_1x_2\right| = \log_2\left|-8\right| = \log_2 2^3 = 3$

Chọn: D

Câu 27:

Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển của nhị thức: $\left(a+b\right)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$

Cách giải:

$$\left(\sqrt{3}+x\right)^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \left(\sqrt{3}\right)^k x^{2019-k}$$

$$= C_{2019}^0\left(\sqrt{3}\right)^{2019} + C_{2019}^1\left(\sqrt{3}\right)^{2018}x + C_{2019}^2\left(\sqrt{3}\right)^{2017}x^2 + ... + C_{2019}^{2018}.\sqrt{3}x^{2018} + C_{2019}^{2019}x^{2019}$$

$$= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + ... + a_{2019}x^{2019}$$

Ta có: $i^m = \begin{cases} 1 & khi \;\; m = 4l \\ i & khi \;\; m = 4l+1 \\ -1 & khi \;\; m = 4l+2 \\ -i & khi \;\; m = 4l+3 \end{cases} \left(l \in \mathbb{Z}\right)$

Chọn $x = i$ ta có:

$$\left(\sqrt{3}+i\right)^{2019}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2019}^{k}\left(\sqrt{3}\right)^{k}i^{2019-k}\left(i^2=-1\right)$$

$$=C_{2019}^{0}\left(\sqrt{3}\right)^{2019}+C_{2019}^{1}\left(\sqrt{3}\right)^{2018}i+C_{2019}^{2}\left(\sqrt{3}\right)^{2017}i^2+...+C_{2019}^{2018}.\sqrt{3}.i^{2018}+C_{2019}^{2019}i^{2019}$$

$$=a_0+a_1i+a_2i^2+a_3i^3+...+a_{2018}i^{2018}+a_{2019}i^{2019}$$

$$=a_0+a_1i-a_2-a_3i+...-a_{2018}-a_{2019}i$$

Chọn $x=-i$ ta có:

$$\left(\sqrt{3}-i\right)^{2019}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2019}^{k}\left(\sqrt{3}\right)^{k}(-i)^{2019-k}$$

$$=C_{2019}^{0}\left(\sqrt{3}\right)^{2019}-C_{2019}^{1}\left(\sqrt{3}\right)^{2018}i+C_{2019}^{2}\left(\sqrt{3}\right)^{2017}i^2-...+C_{2019}^{2018}.\sqrt{3}.i^{2018}-C_{2019}^{2019}i^{2019}$$

$$=a_0-a_1i+a_2i^2-a_3i^3+...+a_{2018}i^{2018}-a_{2019}i^{2019}$$

$$=a_0-a_1i-a_2+a_3i+...-a_{2018}+a_{2019}i$$

$$\Rightarrow\left(\sqrt{3}+1\right)^{2019}+\left(\sqrt{3}-1\right)^{2019}=2\left(a_0-a_2+a_4-a_6+...+a_{2016}-a_{2018}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2S=\left[\left(\sqrt{3}+1\right)^3\right]^{673}+\left[\left(\sqrt{3}-1\right)^3\right]^{673}=(8i)^{673}+(-8i)^{673}=0$$

$$\Leftrightarrow 2S=8^{673}.i^{673}-8^{673}.i^{673}=0\Leftrightarrow S=0$$

Chọn: B

Câu 28:

Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển của nhị thức $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$

Cách giải:

Ta có: $(5x-1)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k(5x)^k(-1)^{n-k}$

Chọn $x=1$ ta được tổng các hệ số của khai triển

$$\Rightarrow(5.1-1)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k 5^k(-1)^{n-k}=2^{100}$$

$$\Leftrightarrow 2^{100}=4^n\Leftrightarrow 2^{100}=2^{2n}\Leftrightarrow 2n=100\Leftrightarrow n=50$$

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển là: $C_{50}^3.5^3.(-1)^{50-3}=-C_{50}^3.5^3=-2450000$

Chọn: C

Câu 29:

Phương pháp:

Sử dụng lý thuyết khối đa diện để làm bài toán.

Cách giải:

Hình bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn: D

Câu 30:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp tích phân đổi biến.

Cách giải:

Ta có: $I=\int\limits_{-1}^{1} f\left(\left|4x-1\right|\right)dx=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{4}} f\left(-4x+1\right)dx+\int\limits_{\frac{1}{4}}^{1} f\left(4x-1\right)dx$

Xét $I_1=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{4}} f\left(-4x+1\right)dx$

Đặt $-4x+1=t\Rightarrow dt=-4dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-1\Rightarrow t=5 \\ x=\dfrac{1}{4}\Rightarrow t=0 \end{cases}$

$\Rightarrow I_1=-\frac{1}{4}\int\limits_{5}^{0} f\left(t\right)dt=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{5} f\left(t\right)dt=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{5} f\left(x\right)dx=\frac{1}{4}.4=1$

Xét $I_2=\int\limits_{\frac{1}{4}}^{1} f\left(4x-1\right)dx$

Đặt $4x-1=t\Rightarrow dt=4dx$. Đổi xận: $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=3 \\ x=\dfrac{1}{4}\Rightarrow t=0 \end{cases}$

$\Rightarrow I_2=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{3} f\left(t\right)dt=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{3} f\left(t\right)dt=\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{3} f\left(x\right)dx=\frac{1}{4}.8=2$

$I=I_1+I_2=1+2=3$

Chọn: A

Câu 31:

Phương pháp:

+) Lấy loganepe hai vế, đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn *x*.

+) Tìm điều kiện để phương trình có 2 nghiệm. Áp dụng định lí Vi-ét.

+) Sử dụng BĐT Cô-si cho 3 số không âm đánh giá biểu thức S.

Cách giải:

$a^x b^{x^2-1}=1\Leftrightarrow a^x b^{x^2}=b\Leftrightarrow \ln\left(a^x b^{x^2}\right)=\ln b$

$\Leftrightarrow x\ln a+x^2\ln b=\ln b\Leftrightarrow x^2\ln b+x\ln a-\ln b=0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \ln b\ne 0\ \left(luon\ dung\ do\ b>1\right) \\ \ln^2 a+4\ln^2 b\ge 0\left(luon\ dung\right) \end{cases}$

Do đó phương trình luôn có 2 nghiệm với mọi $a,b>1$. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình đã cho. Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-\ln a}{\ln b}=-\log_b a \\ x_1x_2=\dfrac{-\ln b}{\ln b}=-1 \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$S=\left(\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4x_1-4x_2=\left(\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4\left(x_1+x_2\right)$$

$$S=\left(\frac{-1}{-\log_b a}\right)^2+4\log_b a=\frac{1}{\log_b^2 a}+4\log_b a$$

Do $a,b>1\Rightarrow \log_b a>\log_b 1=0$

Áp dụng BĐT Cô-si ta có:

$$S=\frac{1}{\log_b^2 a}+4\log_b a=\frac{1}{\log_b^2 a}+2\log_b a+2\log_b a\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{\log_b^2 a}.2\log_b a.2\log_b a}=3\sqrt[3]{4}$$

$\Rightarrow S_{\min}=3\sqrt[3]{4}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{\log_b^2 a}=2\log_b a\Leftrightarrow \log_b^3 a=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \log_b a=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\Leftrightarrow a=b^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}$

Ta có: $b^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}<b^1=b\ (do\ b>1)\Rightarrow a<b$

Chọn: A

Câu 32:

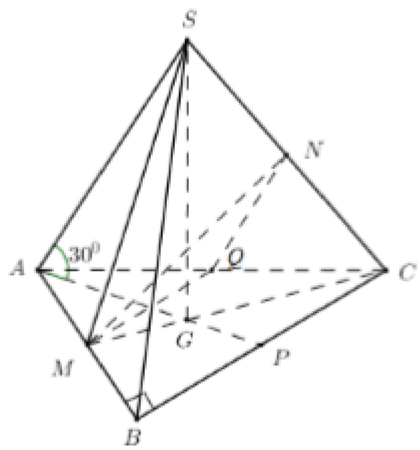
Phương pháp:

+) Gọi *M, N, P, Q* lần lượt là trung điểm của *AB, SC, BC, AC*. Chứng minh $\angle(SA;BC)=\angle(NQ;MQ)$.

+) Áp dụng định lí cosin trong tam giác *MNQ*.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases}(SBG)\perp(ABG)\\(SCG)\perp(ABC)\\(SBG)\perp(SCG)=SG\end{cases}\Rightarrow SG\perp(ABC)$



Gọi *M, N, P, Q* lần lượt là trung điểm của *AB, SC, BC, AC*.

Đặt $AB=BC=1\Rightarrow AC=\sqrt{2}$

Ta có: $\angle(SA;(ABC))=\angle(SA;GA)=\angle SAG=30^0$

Ta có *NQ* là đường trung bình của tam giác $SAC\Rightarrow NQ//SA$

MQ là đường trung bình của tam giác $ABC\Rightarrow MQ//BC$

$\Rightarrow\angle(SA;BC)=\angle(NQ;MQ)$

Ta có: $AP=\sqrt{1+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}=CM\Rightarrow AG=\frac{2}{3}AP=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow SG=AG.\tan 30^0=\frac{\sqrt{5}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{15}}{9};SA=\frac{AG}{\cos 30^0}=\frac{2\sqrt{15}}{9}$

$\Rightarrow NQ=\frac{1}{2}SA=\frac{\sqrt{15}}{9}$ và $MQ=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}$

Ta có $MC=\frac{\sqrt{5}}{2}\Rightarrow GC=\frac{2}{3}MC=\frac{\sqrt{5}}{3};GM=\frac{1}{3}MC=\frac{\sqrt{5}}{6}$

Áp dụng định lí Pytago ta có: $SC=\sqrt{SG^2+GC^2}=\frac{2\sqrt{15}}{9};SM=\sqrt{SG^2+GM^2}=\frac{\sqrt{105}}{18}$

Xét tam giác *SMC* ta có: $MN^2=\frac{SM^2+MC^2}{2}-\frac{SC^2}{4}=\frac{65}{108}\Leftrightarrow MN=\frac{\sqrt{195}}{18}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác MNQ:

$$\cos\angle MQN = \frac{MQ^2+NQ^2-MN^2}{2.MQ.NQ} = \frac{\frac{1}{4}+\frac{5}{27}-\frac{65}{108}}{2.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{15}}{9}} = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{\sqrt{15}}{9}} = -\frac{\sqrt{15}}{10} < 0$$

Vậy $\cos\angle(NQ;MQ) = \frac{15}{10} = \cos\angle(SA;BC)$

Chọn: C

Chú ý: Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn nên cosin của góc giữa hai đường thẳng là giá trị dương.

Câu 33:

Phương pháp:

Xếp lần lượt chỗ ngồi cho từng học sinh nam và nữ sao cho mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ. Sử dụng quy tắc nhân.

Cách giải:

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh vào 10 ghế cho 10! cách xếp $\Rightarrow n(\Omega) = 10!$

Gọi A là biến cố: "mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ".

+) Xếp học sinh nam thứ nhất vào 1 trong 10 vị trí cho 10 cách xếp.

Chọn 1 trong 5 bạn nữ xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ nhất có 5 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 2 vào 1 trong 8 vị trí còn lại có 8 cách xếp.

Chọn 1 trong 4 bạn nữ còn lại xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ hai có 4 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 3 vào 1 trong 6 vị trí còn lại có 6 cách xếp.

Chọn 1 trong 3 bạn nữ còn lại xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ ba có 3 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 4 vào 1 trong 4 vị trí còn lại có 4 cách xếp.

Chọn 1 trong 2 bạn nữ còn lại xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ tư có 2 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 5 vào 1 trong 2 vị trí còn lại có 2 cách xếp.

Xếp 1 bạn nữ còn lại vào vị trí cuối cùng có 1 cách xếp.

$\Rightarrow n(A) = 10.5.8.4.6.3.4.2.2.1 = 460800$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{460800}{10!} = \frac{8}{63}$

Chọn: C

Câu 34:

Chọn: B

Câu 35:

Phương pháp:

+) $\begin{cases}(\alpha)\perp(\beta)\\(\alpha)\supset(d)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{n_\beta};\overrightarrow{u_d}\right]$

+) Lấy $A\in d \Rightarrow A\in(\alpha) \Rightarrow$ Viết phương trình mặt phẳng (α).

+) Xác định điểm vừa thuộc (α) vừa thuộc (β).

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{u_d} = (1;1;2)$ là 1 VTCP của đường thẳng (d) và $\overrightarrow{n_\beta} = (1;1;-2)$ là 1 VTPT của mặt phẳng (β).

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$ là 1 VTPT của mặt phẳng (α).

Ta có: $\begin{cases}(\alpha)\perp(\beta)\\(\alpha)\supset(d)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}=0\\\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{u_d}=0\end{cases}\Leftrightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{n_\beta};\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-4;0)//(1;-1;0)$

Lấy $A(1;2;3)\in(d)\Rightarrow A\in(\alpha)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α): $1(x-2)-1(y-3)=0\Leftrightarrow x-y+1=0$

$\Rightarrow$ Giao tuyến của (α) và (β) có phương trình $\begin{cases}x-y+1=0\\x+y-2z+1=0\end{cases}(*)$

Dựa vào 4 đáp án ta thấy chỉ có điểm $(2;3;3)$ thỏa mãn (*)

Chọn: B

Câu 36:

Phương pháp:

Nhân liên hợp để khử dạng $\dfrac{0}{0}$

Cách giải:

$$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}-4\right)\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16\right)}{(x+4)(x-2)\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16\right)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{5f(x)-16-64}{(x+4)(x-2)\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16\right)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{5\left[f(x)-16\right]}{(x+4)(x-2)\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16\right)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{f(x)-16}{x-2}.\frac{5}{\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16\right)}$$

Ta có $\lim_{x\to2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12\Leftrightarrow f(2)=16;\ f'(2)=12$

$$\Rightarrow\lim_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}=12.\frac{5}{6\left(4^2+4.4+16\right)}=\frac{5}{24}$$

Chọn: A

Câu 37:

Phương pháp:

+) Tìm ĐKXĐ của phương trình.

+) Sử dụng công thức nhân đôi $\cos4x=2\cos^2 2x-1$ và công thức hạ bậc $\sin^2 x=\dfrac{1-\cos2x}{2}$ đưa phương trình về dạng phương trình bậc cao đối với 1 hàm số lượng giác.

+) Giải phương trình, biểu diễn các họ nghiệm trên đường tròn lượng giác.

+) Xác định các điểm và tính diện tích đa giác đó.

Cách giải:

ĐK: $\sin x+\cos x\ne 0\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\ne 0\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}\ne k\pi \Leftrightarrow x\ne -\frac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

$PT\Leftrightarrow \cos 4x-\cos 2x+2\sin^2 x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x-1-\cos 2x+1-\cos 2x=0$

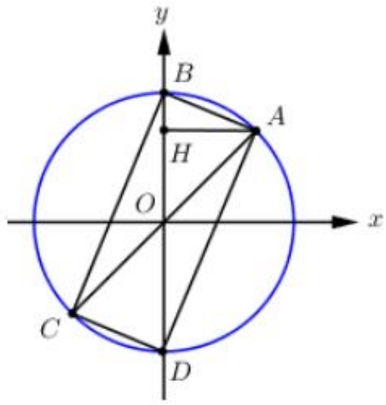
$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x-2\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 2x\left(\cos 2x-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \cos 2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ 2x=\pi+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Đối chiếu điều kiện ta có: $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Biểu diễn hai họ nghiệm trên trên đường tròn lượng giác ta được 4 điểm *A, B, C, D* như sau:



Trong đó $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Gọi *H* lần lượt là hình chiếu của *A* trên $Oy\Rightarrow H\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Ta có: $S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}AH.BD=\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}.2=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $S_{ABCD}=2S_{ABD}=\sqrt{2}$

Chọn: C

Chú ý: Chú ý đối chiếu điều kiện xác định để loại nghiệm.

Câu 38:

Phương pháp:

+) $A,B\in\left(P\right)\Rightarrow$ Thay tọa độ *A, B* vào phương trình mặt phẳng (*P*) được 2 phương trình.

+) Gọi $M=\left(P\right)\cap Ox;\ N=\left(P\right)\cap Oy$. Xác định tọa độ điểm *M, N*.

+) Từ giả thiết $OM=ON\Rightarrow$ Phương trình thứ 3.

+) Giải hệ 3 phương trình $\Rightarrow\left(P\right),\left(Q\right)$ từ đó tính $b_1b_2+c_1c_2$

Cách giải:

Ta có: $A,B\in\left(P\right)\Rightarrow\begin{cases}1+b_1+c_1+d_1=0\\ -2b_1+2c_1+d_1=0\end{cases}$

Gọi $\begin{cases}M=\left(P\right)\cap Ox\Rightarrow M\left(-d_1;0;0\right)\Rightarrow OM=\left|d_1\right|>0\\ N=\left(P\right)\cap Oy\Rightarrow N\left(0;\frac{-d_1}{b_1};0\right)\Rightarrow ON=\left|\frac{-d_1}{b_1}\right|=\left|\frac{d_1}{b_1}\right|>0\end{cases}$

Theo bài ra ta có $OM=ON\Leftrightarrow\left|d_1\right|=\left|\frac{d_1}{b_1}\right|\Leftrightarrow\left|d_1\right|\left(\left|b_1\right|-1\right)=0\Leftrightarrow b_1=\pm1$ $\left(\text{Do }\left|d_1\right|>0\right)$

TH1: $b_1=1\Leftrightarrow\begin{cases}2+c_1+d_1=0\\-2+2c_1+d_1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c_1=4\\d_1=-6\end{cases}\Rightarrow(P):x+y+4z-6=0$

TH2: $b_1=-1\Leftrightarrow\begin{cases}c_1+d_1=0\\2+2c_1+d_1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c_1=-2\\d_1=2\end{cases}\Rightarrow(P):x-y-2z+2=0$

Do vai trò của $(P),(Q)$ là như nhau nên không mất tính tổng quát ta có $(P):x+y+4z-6=0$ và $(Q):x-y-2z+2=0$

$\Rightarrow b_1b_2+c_1c_2=1(-1)+4.(-2)=-9$

Chọn: B

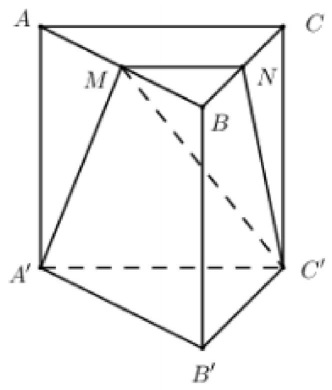
Câu 39:

Phương pháp:

+) Xác định thiết diện dựa vào các yếu tố song song. Chứng minh thiết diện là hình thang cân.

+) Tính diện tích hình thang cân.

Cách giải:



Gọi N là trung điểm của BC ta có MN là đường trung bình của tam giác $ABC\Rightarrow MN//AC$.

Ta có $(A'C'M)$ chứa $A'C'//AC\Rightarrow(A'C'M)$ cắt ABC theo giao tuyến là đường thẳng qua M và song song với $AC\Rightarrow(A'C'M)\cap(ABC)=MN$.

Vậy thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi mặt phẳng $(A'C'M)$ là tứ giác $A'C'NM$.

Ta có $MN//AC//A'C'\Rightarrow A'C'NM$ là hình thang.

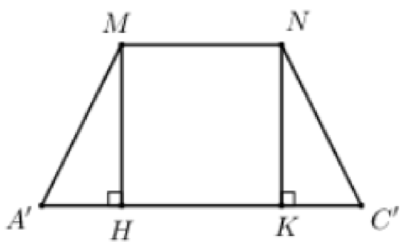
Xét $\Delta A'AM$ và $\Delta C'CN$ có:

$A'A=C'C;\angle A'AM=\angle C'CM=90^0;AM=CN=\dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow\Delta A'AM=\Delta C'CN\ (c.g.c)\Rightarrow A'M=C'N$

Dễ dàng nhận thấy $A'M$ và $C'N$ không song song nên $A'C'NM$ là hình thang cân.

Có $A'C'=a;MN=\dfrac{a}{2}$



Kẻ $MH\perp A'C'\ (H\in A'C');NK\perp A'C'\ (K\in A'C')$ ta có $MNKH$ là hình chữ nhật $\Rightarrow MN=HK=\dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow A'H=C'K=\dfrac{A'C'-HK}{2}=\dfrac{a-\frac{a}{2}}{2}=\dfrac{a}{4}$

Xét tam giác vuông $A'AM$ có $A'M=\sqrt{A'A^2+AM^2}=\sqrt{2a^2+\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{3a}{2}$

Xét tam giác vuông $A'MH$ có $MH=\sqrt{A'M^2-A'H^2}=\dfrac{9a^2}{4}-\dfrac{a^2}{16}=\dfrac{a\sqrt{35}}{4}$

Vậy $S_{A'C'NM} = \frac{1}{2}(A'C' + MN).MH = \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right).\frac{a\sqrt{35}}{4} = \frac{3\sqrt{35}a^2}{16}$

Chọn: C

Câu 40:

Phương pháp:

+) Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \ge 0\ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Cô lập *m*, đưa bất phương trình về dạng

$\Leftrightarrow m \le g(x)\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \le \min\limits_{\mathbb{R}} g(x)$

+) Lập BBT của hàm số $y = g(x)$ và kết luận.

Cách giải:

Hàm số $y = \ln(x^2+2) - mx + 1$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = \frac{2x}{x^2+2} - m$

Để hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \ge 0\ \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+2} - m \ge 0\ \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m \le \frac{2x}{x^2+2} = g(x)\ \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \le \min\limits_{\mathbb{R}} g(x)$

Xét hàm số $g(x) = \frac{2x}{x^2+2}$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ và $g'(x) = \frac{2(x^2+2) - 2x.2x}{(x^2+2)^2} = \frac{-2x^2+4}{(x^2+2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

BBT:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	0

Từ BBT ta suy ra $\min\limits_{\mathbb{R}} g(x) = g(-\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Kết hợp điều kiện đề bài ta có $\begin{cases} m \in \left[-2019; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2019; -2018; ...; -1\}$

Vậy có 2019 giá trị *m* thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn: B

Câu 41:

Chọn: A

Câu 42:

Phương pháp:

+) Kiểm tra tính liên tục của hàm số tại $x = 1$

+) Nếu hàm số liên tục tại $x=1$, sử dụng công thức tính đạo hàm bằng định nghĩa:

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

Cách giải:

Trước hết ta xét tính liên tục của hàm số tại $x=1$

Ta có

$$\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{3x+1}-2x\right)\left(\sqrt{3x+1}+2x\right)}{(x-1)\left(\sqrt{3x+1}+2x\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x+1-4x^2}{(x-1)\left(\sqrt{3x+1}+2x\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{-(x-1)(4x+1)}{(x-1)\left(\sqrt{3x+1}+2x\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-4x-1}{\sqrt{3x+1}+2x}=\frac{-4-1}{\sqrt{4}+2}=\frac{-5}{4}=f(1)$$

$\Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x=1$

Tính $f'(1)$

$$\Rightarrow f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{\dfrac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1}+\dfrac{5}{4}}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{4\sqrt{3x+1}-8x+5x-5}{4(x-1)^2}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{4\sqrt{3x+1}-3x-5}{4(x-1)^2}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(4\sqrt{3x+1}-3x-5\right)\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}{4(x-1)^2\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{16(3x+1)-\left(9x^2+30x+25\right)}{4(x-1)^2\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{-9x^2+18x-9}{4(x-1)^2\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-9(x-1)^2}{4(x-1)^2\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{-9}{4\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}=\frac{-9}{64}$$

Chọn: C

Chú ý: Trước khi tính đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại điểm $x=x_0$ cần kiểm tra tính liên tục của hàm số tại điểm đó.

Câu 43:

Phương pháp:

+) Gọi $C(a;b;c)\in(\alpha)\Rightarrow$ phương trình (1).

+) Tam giác ABC đều $\Leftrightarrow AB=BC=CA\Rightarrow$ phương trình (2), (3).

+) Giải hệ 3 phương trình 3 ẩn *a*, *b*, *c*.

Cách giải:

Gọi $C(a;b;c)\in(\alpha)\Rightarrow 2a-b+2c+8=0\quad(1)$

Tam giác ABC đều $\Leftrightarrow AB=BC=CA$

$\Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = AC^2 \\ AC^2 = BC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ a^2 + b^2 + (c-3)^2 = (a+2)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ -6c + 9 = 4a + 4 - 2c + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ 4a + 4c = 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 & (2) \\ a + c = 1 & (3) \end{cases}$

Ta có hệ phương trình: $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b + 2c + 8 = 0 \\ a^2 + b^2 + (c-3)^2 = 8 \\ a + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 - a \\ 2a - b + 2(1-a) + 8 = 0 \\ a^2 + b^2 + (c-3)^2 = 8\ (vo\ nghiem) \end{cases}$

Vậy không có điểm C nào thỏa mãn.

Chọn: B

Câu 44:

Chọn: D

Câu 45:

Phương pháp:

+) Trong (ABC) gọi AH là đường kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Chứng minh $SH \perp (ABC)$.

+) Trong (ABC) kẻ đường thẳng qua B song song với AC cắt HC tại M. Chứng minh

$d(SB; AC) = d(C; (SBM))$.

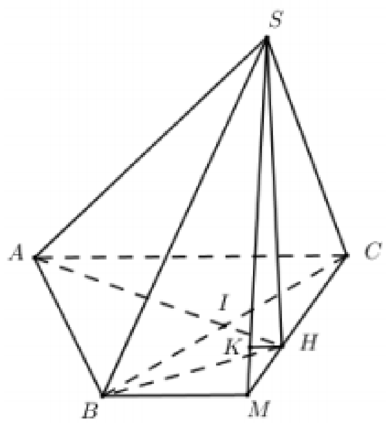
+) Sử dụng phương pháp đổi đỉnh, chứng minh $d(C; (SBM)) = 3d(H; (SBM))$

+) Dựng khoảng cách từ H đến (SBM) và tính.

Cách giải:

Trong (ABC) gọi I là trung điểm của BC, gọi AH là đường kính

đường tròn ngoại tiếp ΔABC.



$\Rightarrow HB \perp AB, HC \perp AC$

Ta có: $\begin{cases} BH \perp AB \\ SB \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp SH$

Chứng minh tương tự ta có $AC \perp SH$

$\Rightarrow SH \perp (ABC)$

Trong (ABC) kẻ đường thẳng qua B song song với AC cắt HC tại M.

Ta có $AC // BM \Rightarrow d(SB; AC) = d(AC; (SBM)) = d(C; (SBM))$

Ta có $CH \perp AC \Rightarrow CM \perp BM$

Xét tam giác vuông ACH có: $CH = AC.\tan 30^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác vuông BCM có: $CM = BC.\cos 30^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$$CH \cap (SBM) = M \Rightarrow \frac{d(H;(SBM))}{d(C;(SBM))} = \frac{HM}{CM} = 1 - \frac{CH}{CM} = 1 - \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}$$

Trong (SHM) kẻ $HK \perp SM$ $(K \in SM)$ ta có:

$$\begin{cases} BM \perp HM \\ BM \perp SH \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SHM) \Rightarrow BM \perp HK$$

$$\begin{cases} HK \perp BM \\ HK \perp SM \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBM) \Rightarrow d(H;(SBM)) = HK$$

Ta có: $\angle(SA;(ABC)) = \angle(SA;HA) = \angle SAH = 45^0$

$\Rightarrow \Delta SAH$ vuông cân tại $H \Rightarrow SH = AH = \dfrac{AC}{\cos 30^0} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$

$$HM = \frac{1}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông *SMH* ta có:

$$HK = \frac{SH.HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{\frac{2a}{\sqrt{3}}.\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{4a^2}{3} + \frac{3a^2}{36}}} = \frac{\frac{a^2}{3}}{\frac{a\sqrt{51}}{6}} = \frac{2a\sqrt{51}}{51}$$

Vậy $d(SB;AC) = \dfrac{2a\sqrt{51}}{17}$

Chọn: A

Câu 46:

Chọn: C

Câu 47:

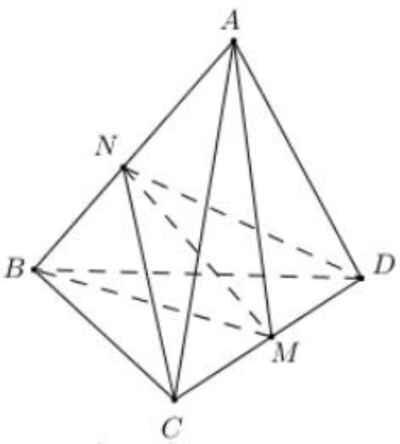
Phương pháp:

+) Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *CD*, *AB*. Chứng minh ΔCDN và ΔABM vuông cân và $MN \perp AB, MN \perp CD$

+) Đặt $CD = x$. Áp dụng định lí Pytago tính *x*.

Cách giải:

Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *CD*, *AB*.



ΔACD và ΔBCD cân $\Rightarrow AM \perp CD, BM \perp CD$

Ta có:

$$\begin{cases} (ACD) \cap (BCD) = CD \\ (ACD) \supset AM \perp CD \\ (BCD) \supset BM \perp CD \end{cases} \Rightarrow \angle((ACD);(BCD)) = \angle(AM;BM) = 90^0$$

$\Rightarrow AM \perp BM$

Và ta dễ dàng chứng minh được $\Delta ACD = \Delta BCD (c.c.c) \Rightarrow AM = BM$

$\Rightarrow \Delta ABM$ vuông cân tại $M \Rightarrow MN \perp AB$

Chứng minh tương tự ta có ΔCDN vuông cân tại *N* và $MN \perp CD$

Đặt $CD = x$. Áp dụng định lí Pytago ta có: $AM^2 = a^2 - \dfrac{x^2}{4}$

ΔABM vuông cân tại $M \Rightarrow AB^2 = 2AM^2 = 2a^2 - \dfrac{x^2}{2} \Rightarrow AN^2 = \dfrac{1}{4}AB^2 = \dfrac{a^2}{2} - \dfrac{x^2}{8}$

Áp dụng định lí Pytago ta có: $DN^2 = AD^2 - AN^2 = a^2 - \dfrac{a^2}{2} + \dfrac{x^2}{8} = \dfrac{a^2}{2} + \dfrac{x^2}{8}$

ΔCDN vuông cân tại $N \Rightarrow CD^2 = 2DN^2 = a^2 + \dfrac{x^2}{4} = x^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$

Chọn: A

Câu 48:

Phương pháp:

Xác suất của biến cố A được tính bởi công thức: $P(A) = \dfrac{n_A}{n_\Omega}$

Cách giải:

Số cách chọn 3 đỉnh bất kì của đa giác là: $n_\Omega = C_{48}^3$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Gọi biến cố A: "Chọn 3 đỉnh bất kì của đa giác để được một tam giác nhọn".

Lấy điểm A thuộc đường tròn (O), kẻ đường kính AA' $\Rightarrow$ A' cũng thuộc đường tròn (O).

Khi đó AA' chia đường tròn (O) thành hai nửa, mỗi nửa có 23 đỉnh.

Chọn 2 đỉnh B, C cùng thuộc 1 nửa đường tròn có C_{23}^2 cách chọn $\Rightarrow$ có C_{23}^2 tam giác ABC là tam giác tù.

Tương tự như vậy đối với nửa còn lại nên ta có $2C_{23}^2$ tam giác tù được tạo thành.

Đa giác đều có 48 đỉnh nên có 24 đường chéo $\Rightarrow$ có $24.2.C_{23}^2$ tam giác tù.

Ứng với mỗi đường kính ta có 23.2 tam giác vuông. Vậy số tam giác vuông là: 23.2.24 = 1104 tam giác.

$\Rightarrow n_A = C_{48}^3 - 48C_{23}^2 - 1104 = 4048$ tam giác.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{4048}{C_{48}^3} = \dfrac{11}{47}$

Chọn: B

Câu 49: Chọn: D

Câu 50:

Cách giải:

Gọi điểm $I(a;b;c)$ thỏa mãn: $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (8-a;5-b;-11-c) - (5-a;3-b;-4-c) - (1-1;2-b;-6-c) = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8-a-5+a-1+a=0 \\ 5-b-3+b-2+b=0 \\ -11-c+4+c+6+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow I(-2;0;1)$$

Theo đề bài ta có: $\left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ Min

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IC}\right| = \left|3\overrightarrow{MI} + \left(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}\right)\right| = 3\left|\overrightarrow{MI}\right| = 3MI$ Min

Ta có: (S) có tâm $J(2;4;-1), R = 3$. $M \in (S) \Rightarrow MI_{\min} = IJ - R = \sqrt{16+16+4} - 3 = 3$

Có: $\overrightarrow{IJ}=(4;4;-2)=2(2;2;-1)\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $IJ:\begin{cases}x=-2+2t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$

$M\in IJ\Rightarrow M(-2+2t;2t;1-t)$

$M\in(S)\Rightarrow(-4+2t)^2+(2t-4)^2+(2-t)^2=9\Leftrightarrow 9(t-2)^2=9$

$\Leftrightarrow(t-2)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t-2=1\\t-2=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\Rightarrow M(4;6;-2)\\t=1\Rightarrow M(0;2;0)\end{array}\right.$

Do $MI=3\Rightarrow M(0;2;0)$ thỏa mãn $\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=2\end{cases}\Rightarrow a+b=2$

Chọn: C