## 10 Reticulars

### 10.38 Encavallada. Mètode matricial

En el llibre 'Geometria estructural' del perfil de l'autor a la pagina web de GeoGebra, s'analitzen encavallades per mètodes gràfics o analítics (capítol 10 i 21) i estructures per mètodes matricials (capítol 33). Aquesta aplicació estudia, amb el programa GeoGebra, una encavallada pel mètode matricial. La font utilitzada ha estat '*Statique Graphique et Statique Analytique*' de *Gaston R. Nicolet* editat per *l'École d'Ingénieurs de Fribourg* (E.I.F) el 2006, amb la intenció de comprovar, entre altres coses, la velocitat amb que el programa inverteix una matriu de 11 fileres per 11 columnes.

Es tracta d'una estructura articulada amb entregues en els punts A i B, amb 9 nusos i 14 barres. Com es pot comprovar fàcilment, les barres 2-3, 3-4 i 6-7 no tenen funció resistent atès que l'únic que fan es subdividir triangles. En punts lliscants apareix la llum L i l'altura H, que defineixen la geometria de l'encavallada. També es donen les càrregues gravitatòries situades en els nusos 1 i 4, F1 i F4 respectivament (fig. 10.100). Es calculen els angles $\alpha$ i $\beta$ i, d'aquests, els seus sinus i cosinus.

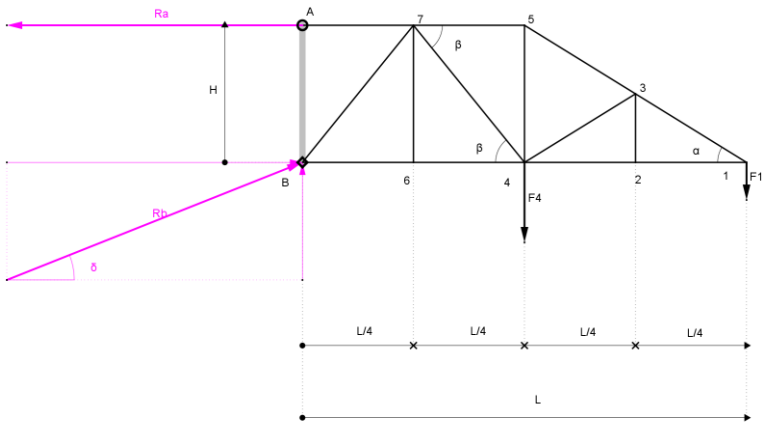



Fig. 10.100

Seguint les instruccions donades per Gaston R. Nicolet es fan les següents operacions:

.1 Es calculen les reaccions a les entregues Ra i Rb. Aquesta última es pot descompondre en Rb,x i Rb,y o bé indican l'angle $\delta$, tal com es fa a l'aplicació.

.2 S'imposen les condicions d'equilibri $\Sigma Fx= 0$ i $\Sigma Fy= 0$ a cadascun dels nusos. Per exemple, en el nus 1 serà:
$\Sigma Fx= 0 \rightarrow$ -F1-5·cos($\alpha$)-F1-4= 0
$\Sigma Fy= 0 \rightarrow$ F1-5·sin($\alpha$)-F1= 0
...i de la mateixa manera als nusos restants.

.3 Es quantifica la matriu de l'estructura. Per exemple:
La primera filera, corresponent a la força F1-4, s'omplirà amb -1 per a la primera columna i -cos($\alpha$) per a la segona columna, i la resta seran zeros.
La segona filera, corresponent a la força F1-5, s'omplirà la segona columna amb el sin($\alpha$) i la resta, zeros
...i de la mateixa manera la resta de caselles de la matriu.

.4 Es carrega el vector de càrregues, que en aquest cas és F1, a la segona filera i F4 a la quarta.

.5 S'inverteix la matriu. Cosa que en GeoGebra es realitza de forma automàtica, simplement elevant a -1 la matriu associada a l'estructura.

Les operacions aquí indicades, així com la matriu i la seva inversa, es troben al full de càlcul de l'aplicació (fig. 10.101).

En variar el valor de las forces, varia el seu vector associat, però la matriu queda inalterada, amb la qual cosa no s'inverteix. Quan es modifica la geometria queda alterada la matriu de l'estructura i aquesta s'inverteix. Com es pot apreciar, la inversió es realitza pràcticament a l'instant.

| **Matriu** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N1,x | -1 | -0.85 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | F1-4 | | 0 |
| N1,y | 0 | 0.52 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | F1-5 | | 4.35 |
| N4,x | 1 | 0 | 0 | -0.78 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | F4-5 | | 0 |
| N4,y | 0 | 0 | 1 | 0.78 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | F5-7 | | 9.26 |
| N5,x | 0 | 0.85 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | F4-B | | 0 |
| N5,y | 0 | -0.52 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | F5-7 | = | 0 |
| N7,x | 0 | 0 | 0 | 0.78 | 0 | 1 | -1 | -0.78 | 0 | 0 | 0 | | F7-A | | 0 |
| N7,y | 0 | 0 | 0 | -0.78 | 0 | 0 | 0 | -0.78 | 0 | 0 | 0 | | F7-B | | 0 |
| NA,x | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | | FAx | | 0 |
| NB,x | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0.78 | 0 | 1 | 0 | | FBx | | 0 |
| NB,y | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.78 | 0 | 0 | 1 | | FBy | | 0 |

| **Inversa** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -1 | -1.62 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1.91 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1.29 | 0 | 1.29 | 0 | 1.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | -1 | -2.62 | -1 | -1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 1.62 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 3.62 | 0 | 2 | -1 | 2 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | -1.29 | 0 | -1.29 | 0 | -1.29 | 0 | -1.29 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | -3.62 | 0 | -2 | 1 | -2 | 1 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | 1 | 3.62 | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Fig. 10.101