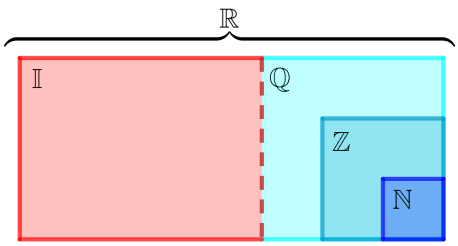
Conjuntos Numéricos

Introdução

Os conjuntos numéricos como são conhecidos hoje são frutos do trabalho de muitos cientistas que perdurou vários séculos, superando intrigas religiosas e disputas políticas. Cada conjunto numérico (exceto $\mathbb{N}$) fora construído para completar o conjunto imediatamente "menor", desenvolvidos para ajudar a responder as novas perguntas e problemas da respectiva época.



Neste material abordam-se os principais subconjuntos de $\mathbb{R}$, a reta numérica, intervalos reais e o plano cartesiano.

Conjunto dos Números Naturais

O conjunto dos números naturais é um conjunto infinito e ordenado.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}.$$

Conjunto dos Números Inteiros

O conjunto dos números inteiros é constituído por todos os números naturais mais os seus respectivos simétricos

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}.$$

Observação 1.

- *Conjunto dos números inteiros não negativos*

$$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N}.$$

- *Conjunto dos números inteiros não positivos*

$$\mathbb{Z}_- = \{..., -3, -2, -1, 0\}$$

- *Conjunto dos números inteiros não nulos*

$$\mathbb{Z}^* = \{..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...\}$$

Conjunto dos Números Racionais

O conjunto dos números racionais é formado por todos os números que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$ com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$. É possível observar que o conjunto dos números racionais contém todos os números inteiros e todos os números naturais. Em símbolos:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b};\ a, b \in \mathbb{Z} \text{ com } b \neq 0 \right\}.$$

Observação 2. *Um número racional pode ser representado, também, por um número decimal:*

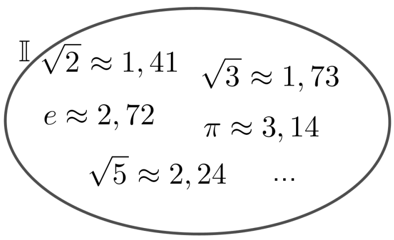
1º. *Decimal exata: quantidade finita de casas decimais. (Exemplos: 3,4; 52,13.)*

2º. *Dízima periódica: quantidade infinita de casas decimais que se repetem. (Exemplos: 0,333...; -2,414141...)*

Conjunto dos Números Irracionais

O conjunto dos números irracionais é formado por todos os números cuja representação decimal é infinita e não periódica.

$$\mathbb{I} = \{x;\ x \text{ é um número decimal não exato e não periódico}\}.$$



Algumas aproximações importantes.

Conjunto dos Números Reais

O conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais é constituído por todos os números decimais, isto é, decimais exatos ou dízimas periódicas ($\mathbb{Q}$) ou dízimas não periódicas ($\mathbb{I}$). Em símbolos:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}.$$

Observação 3. *Note que*

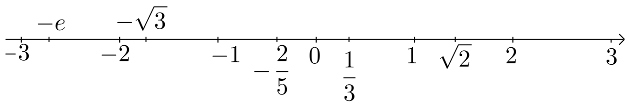
- $$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \supset \mathbb{I}$$

- $$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$$

- $$\complement_{\mathbb{R}}^{\mathbb{Q}} = \mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{I}.$$

Reta Real ou Reta Numérica

É uma reta onde se encontram todos os números reais, de modo que cada número real corresponde a um único ponto na reta e cada ponto na reta corresponde um único número real.

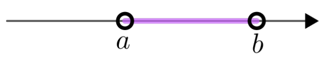


Intervalos Reais

Um intervalo real é um segmento da reta numérica cujos extremos a e b pertencem ou não a este segmento, noutras palavras, um intervalo real é um subconjunto da reta real que possui todos os números reais entre os extremos (em alguns casos, inclusive os próprios extremos). Graficamente:

Tipos de Intervalos

◇ Intervalos Limitados

Intervalo aberto	
$]a, b[$ ou (a, b) $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
Intervalo Fechado	
$[a, b]$ $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x \leqslant b\}$	
Intervalo aberto à esquerda (ou fechado à direita)	
$]a, b]$ ou $(a, b]$ $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leqslant b\}$	
Intervalo fechado à esquerda (ou aberto à direita)	
$[a, b[$ ou $[a, b)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x < b\}$	

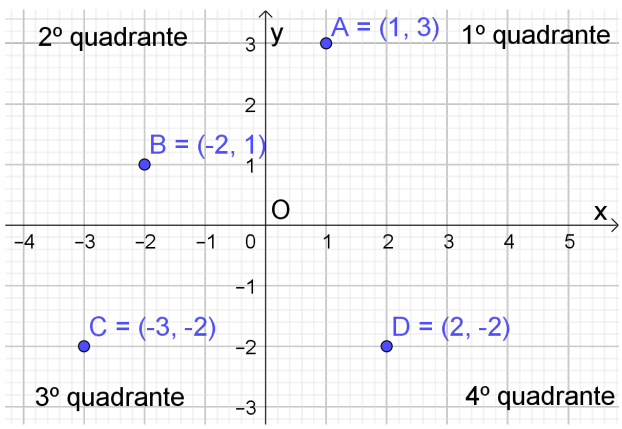
◇ Intervalos Ilimitados

Semirreta esquerda, fechada, de origem b	
$]-\infty, b]$ ou $(-\infty, b]$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant b\}$	
Semirreta esquerda, aberta, de origem b	
$]-\infty, b[$ ou $(-\infty, b)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	
Semirreta direita, fechada, de origem a	
$[a, \infty[$ ou $[a, \infty)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x\}$	
Semirreta direita, aberta, de origem a	
$]a, \infty[$ ou (a, ∞) $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	

Plano Cartesiano

Sistema de coordenadas cartesianas é a correspondência que a cada par ordenado de números reais associa um único ponto do plano cartesiano ortogonal.

Para construir um referencial cartesiano, inicialmente, deve-se desenhar duas retas perpendiculares e de mesma origem, as quais chamam-se de eixos. O eixo desenhado na posição horizontal é denominado de *eixo das abscissas*, em geral indicado por Ox. O eixo desenhado na posição vertical é denominado de *eixo das ordenadas*, geralmente denotado por Oy.



Observação 4.

1ª) $(x, y) =$(abscissa, ordenada)

2ª) $(x, y) = (a, b)$ se, e somente se, $x = a$ e $y = b$.