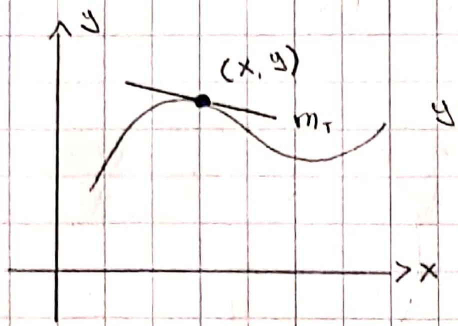
DIA DAY | MES MONTH | TEMA SUBJECT

Sección 1.1

(27)

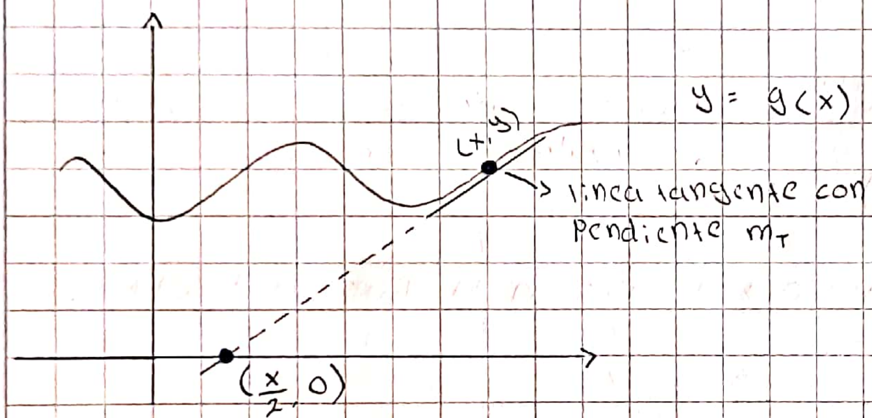


$y = g(x)$

$$m_T = x + y$$

$$\frac{dy}{dx} = x + y$$

(28) La línea tangente a la gráfica y en el punto (x, y) corta el eje de las x en el punto (x/2, 0)



$y = g(x)$

$$\bullet\ m_T = \frac{dy}{dx} = \frac{y - 0}{x - \frac{x}{2}}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x/2}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} \rightarrow dy = \frac{2y}{x} dx$$

$$\rightarrow \int \frac{dy}{2y} = \int \frac{dx}{x} \rightarrow \int \frac{1}{2} \frac{1}{y} dy = \int \frac{1}{x} dx$$

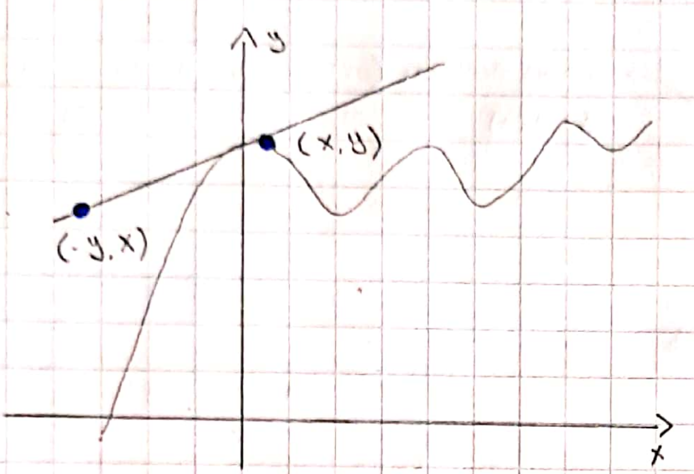
$$\frac{1}{2} \ln y = \ln x + C \rightarrow \ln y = 2 \ln x + 2C \rightarrow \ln y = \ln x^2 + C_1$$

$$e^{\ln y} = e^{\ln x^2 + C_1} = e^{\ln x^2} e^{C_1}$$

$$y = m x^2$$

R/ la familia de parábolas con vértice en (0,0) son las curvas que satisfacen que la línea tangente en un punto (x, y) arbitrario, intersecta el eje x en el punto (x/2, 0)

(31) La línea tangente a la gráfica de g en (x, y) pasa a través del punto (-y, x)

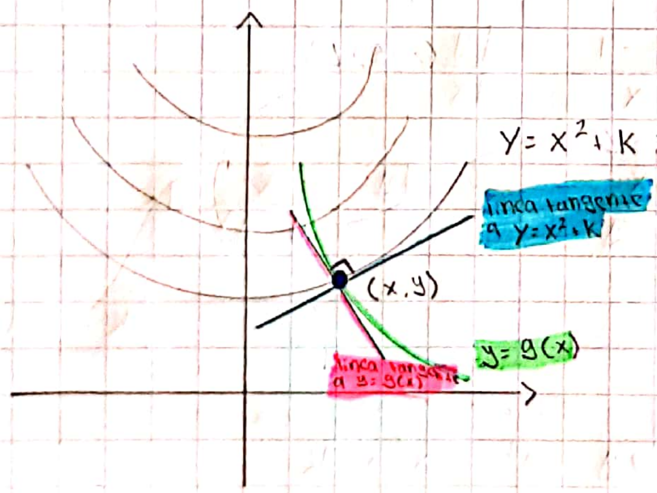


$y = g(x)$

$$m_T = \frac{dy}{dx} = \frac{y - x}{x - (-y)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - x}{x + y}$$

(30) La gráfica de la función g es normal a toda curva de la forma $y = x^2 + k$ (k constante) en el punto donde se encuentran.



En el punto (x, y) (donde se encuentran)

$$m_T \cdot m_{ortogonal} = -1$$

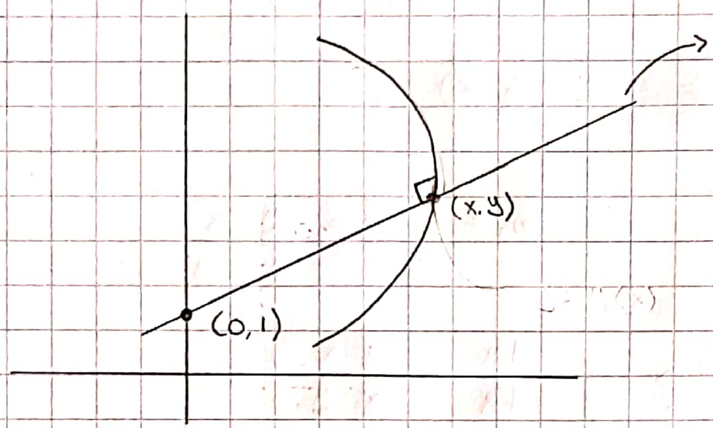
$$\frac{dy}{dx} \cdot 2x = -1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2x} \rightarrow \int dy = \int -\frac{1}{2x}\, dx \rightarrow \int 1\, dy = \int -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$y = -\tfrac{1}{2} \ln x + C$$

DIA DAY | MES MONTH | TEMA SUBJECT

(29) Toda línea recta normal a la gráfica de g pasa a través del punto (0,1). Proponga ¿cómo sería la gráfica de la función?



→ recta normal (ortogonal) a la curva $y = g(x)$ en el punto $P(x, y)$

$$m_{\text{línea normal}} \cdot m_{\text{línea tangente}} = -1$$

$$\frac{y-1}{x-0} \cdot \frac{dy}{dx} = -1 \rightarrow \frac{y-1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y-1} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{1-y} \rightarrow dy = \frac{x}{(1-y)}\,dx$$

$$\int (1-y)\,dy = \int x\,dx \qquad \boxed{k = 2c_1}$$

$$y - \frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + c \xrightarrow[\times 2]{\text{multiplico}} 2y - y^2 = x^2 + k$$

$$0 = x^2 + y^2 - 2y + k$$

$$0 = x^2 + y^2 - 2y + 1 - 1 + k$$

$$0 = x^2 + (y-1)^2 - 1 + k$$

$$1 - k = x^2 + (y-1)^2 \rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 1 - k$$

→ círculos de radio $\sqrt{1-k}$ si $k < 1$