

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $g(x) = \frac{m \cdot x^3}{(x-n)^2}$ para $x \neq n$. Hallar m, n sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de $g(x)$.

b) [1,5 puntos] Aplica el Teorema de Bolzano para demostrar que existe al menos un punto de corte entre las gráficas de $g(x) = e^x$ y $h(x) = -x$ en el intervalo $[-1, 0]$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Sea $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x+1)}$. Halla k y a sabiendo que la gráfica de $f(x)$ pasa por el punto $(0, 2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) [1,5 puntos] Obtener las asíntotas oblicuas de $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Realiza un boceto de la función $f(x) = |\ln(x+2)|$ y justifica razonadamente por qué no admite inversa en el dominio $[\frac{-3}{2}, 5]$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 punto] Resuelve $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{1+\operatorname{sen}(x)} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$. Calcula k .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia la posición relativa de $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x^2-4}$ respecto de sus asíntotas verticales y horizontales.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Realiza un boceto de la función $f(x) = |\ln(x+2)|$ y justifica razonadamente por qué no admite inversa en el dominio $[\frac{-3}{2}, 5]$.