



Club GeoGebra Iberoamericano

1

PRIMEROS PASOS CON GEOGEBRA

1. PRIMEROS PASOS CON GEOGEBRA

Introducción

Cada vez es mayor la oferta de programas disponibles para utilizar en el aula cuando se desea incorporar las TIC. Ya no es necesario recurrir a programas comerciales con el consiguiente costo, ya que se podrán encontrar alternativas a estos programas a través de las opciones que ofrece el software libre.

Así, para desarrollar los contenidos de geometría podremos encontrar en Internet, distintos programas como *Regla y Compás*, *Dr. Geo* o *Kig* y por supuesto *GeoGebra*.

Aunque básicamente, todos estos programas de geometría dinámica tienen características comunes, no todos son iguales, sobre todo si consideramos las características que ofrecen.

Con todos estos programas se trabaja de manera análoga ya que a partir de unos objetos elementales (puntos, rectas, circunferencias, etc.) realizaremos distintas construcciones, estableciendo relaciones afines y métricas entre los objetos que intervienen, de manera que al mover cualquier objeto elemental se mantengan las relaciones existentes entre los objetos de la construcción. Es evidente que para que se mantengan las relaciones es necesario que los objetos estén relacionados a partir de propiedades geométricas y no a partir de trazados a mano alzada como expondremos en los distintos ejemplos que acompañarán a la exposición de este tipo de recursos.

Este es el principio fundamental a tener en cuenta sobre el significado de geometría dinámica.

GeoGebra como recurso TIC

Aunque, como hemos indicado anteriormente, las opciones TIC disponibles para trabajar la geometría son variadas queremos proponer la utilización de *GeoGebra*.

GeoGebra no es sólo un programa de geometría dinámica ya que ofrece una amplia variedad de opciones para desarrollar otros contenidos correspondientes a otros bloques de contenidos.

Además, añade una característica importante, su descarga se realiza de manera gratuita en www.geogebra.org, desde la que se ofrecen las posibilidades para su uso en distintos sistemas operativos.

GeoGebra es un programa sencillo y fácil de utilizar, lo que permitirá, que desde el primer instante, sea posible realizar construcciones y afrontar la resolución de problemas a través de las herramientas y opciones que ofrece.

Este programa está en continuo desarrollo, lo que hace que cada vez que se presenta una nueva versión, aparezcan nuevas herramientas y por tanto su potencia aumenta. Sin embargo, *GeoGebra* se puede adaptar a cualquier nivel educativo, lo cual lo convierte en un recurso indispensable para todo el profesor que quiera incorporar las TIC a su trabajo diario.

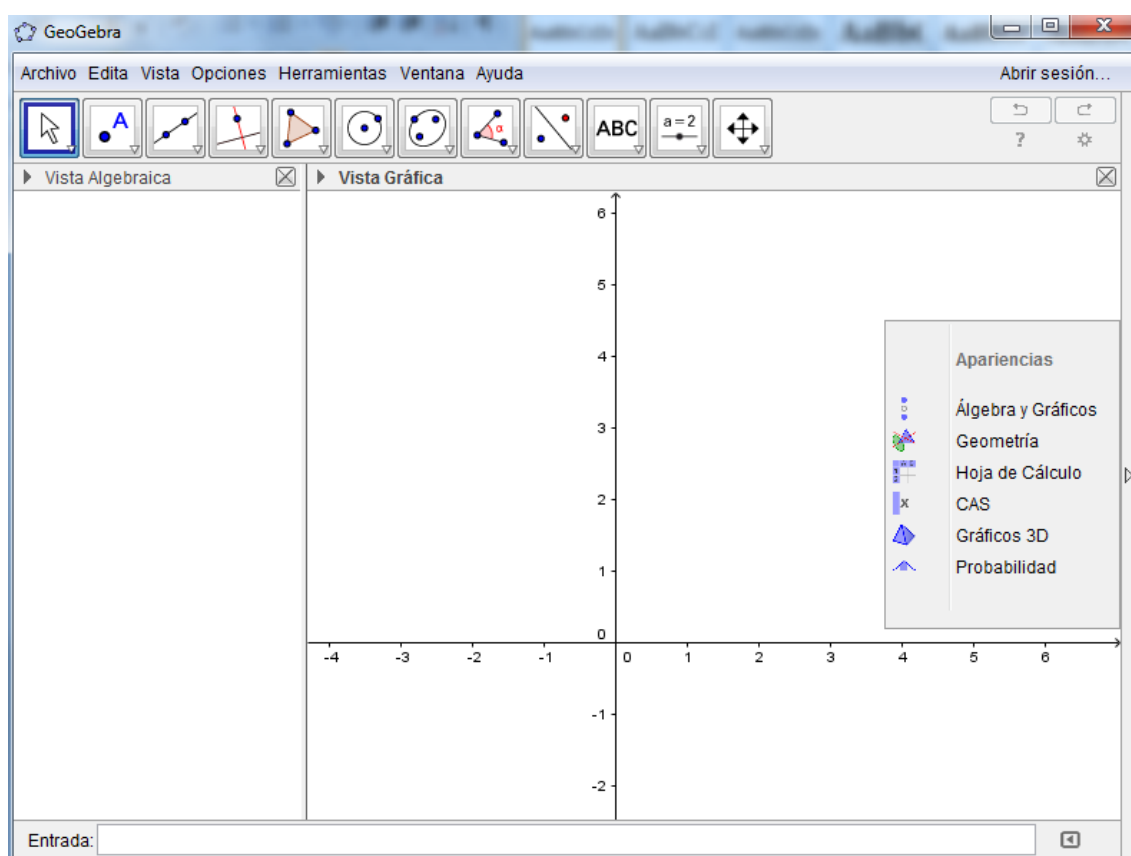
GeoGebra, se inició en el 2001 en el curso de la tesis de maestría de Markus Hohenwarter y avanzó hacia la tesis de doctorado en Educación Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Actualmente, *GeoGebra* continúa su desarrollo en varias Universidades, siendo sus desarrolladores Markus Hohenwarter, Michael Borchers e Yves Kreis, contando con contribuciones de una gran cantidad de países.

La utilización de *GeoGebra* permitirá abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.

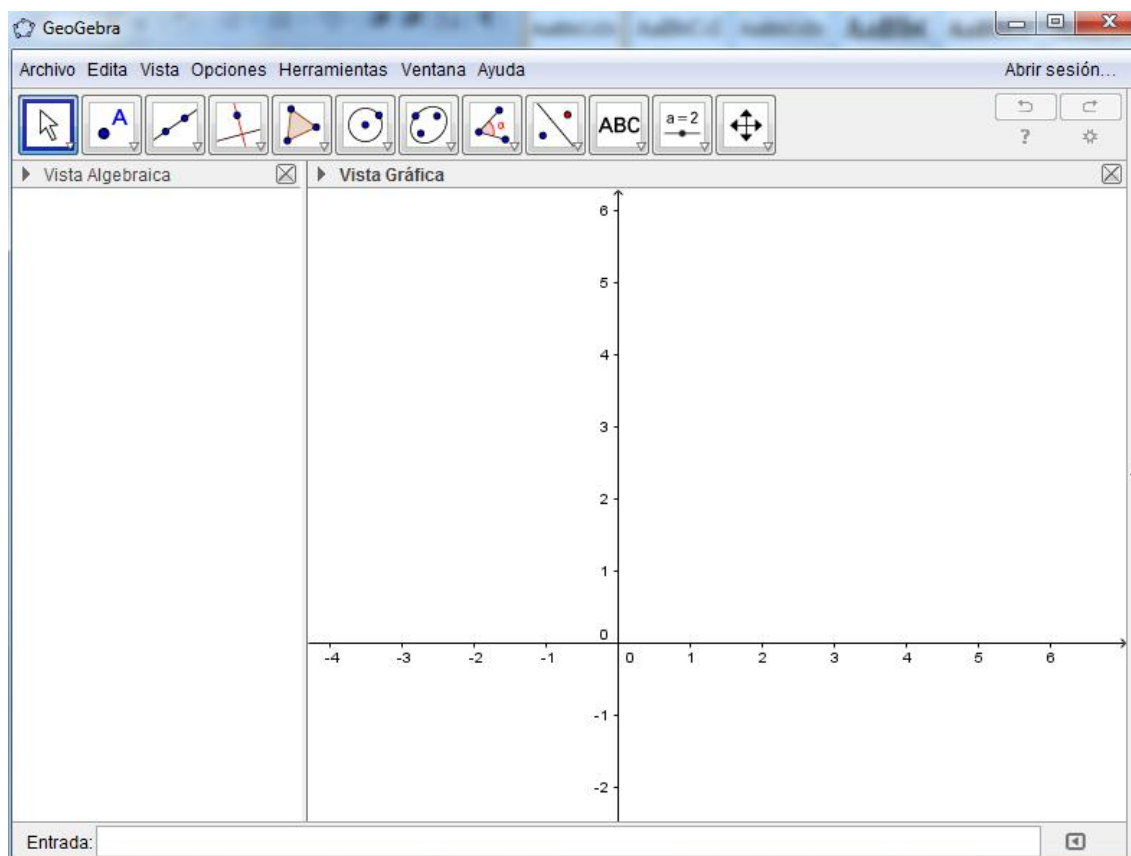
En este primer tema el objetivo será familiarizar al usuario con la forma de trabajo de GeoGebra; no pretendemos que el usuario maneje *GeoGebra* a la perfección sino que lo conozca y valore las posibilidades que ofrece como recurso para su utilización en el aula.

Por tanto, comencemos a dar los primeros pasos realizando las primeras construcciones con *GeoGebra*.

Una vez descargado e instalado el programa, aparecerá una pantalla similar a la siguiente:




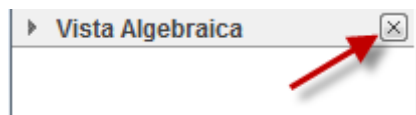
Observamos que aparece un cuadro para seleccionar la opción de trabajo que deseamos elegir. Por ahora, nos despreocupamos de este menú, ya que después de unos segundos desaparecerá y la pantalla será similar a la siguiente:



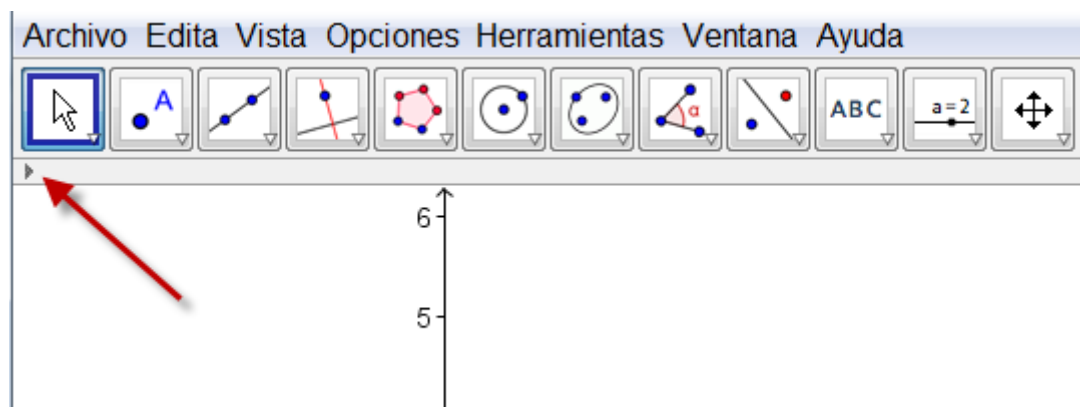
Lo que menos nos preocupa es conocer, por ahora, cada una las partes que aparecen ya que las expondremos más adelante.

Por ahora, para crear las primeras construcciones realizaremos las acciones siguientes:

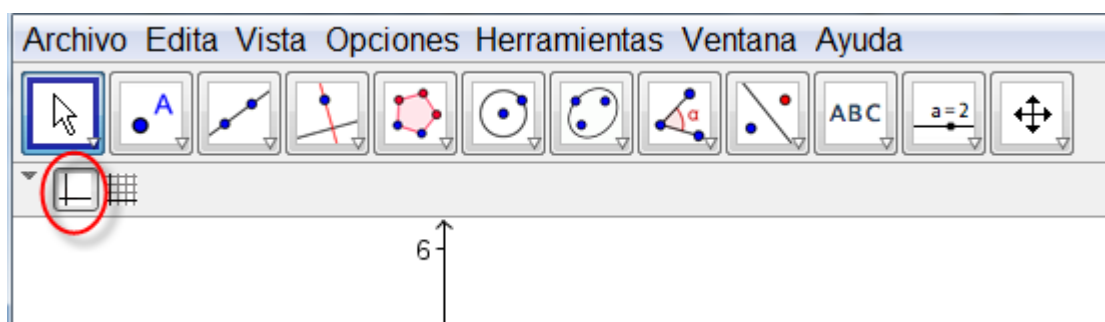
1º. Ocultaremos la parte izquierda denominada **Vista algebraica**. Para ello, haremos clic en .



2º. Ocultaremos los ejes que aparecen en la parte derecha, denominada **Vista gráfica**. Para ello, desplegamos, si no lo está, la barra de opciones que aparece en la parte superior de la vista gráfica.



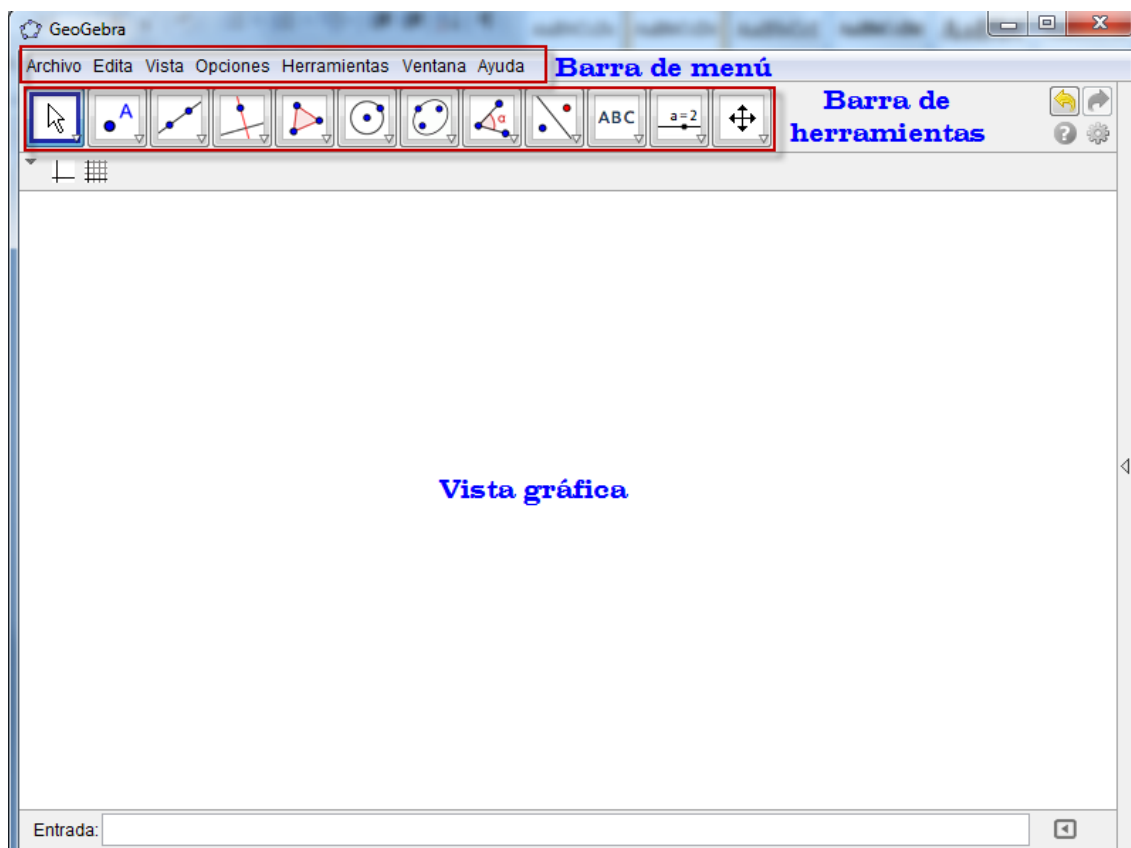
Pulsamos sobre el icono de los ejes que aparece indicado en la imagen siguiente:




Y los **Ejes** se ocultarán.

De esta forma, nos hemos quedado con la vista gráfica en la que podemos situar los primeros objetos para comenzar las construcciones con GeoGebra.

Aunque más adelante describiremos con detalle, observamos que disponemos de una barra de menú y una barra de herramientas, similares a las que encontramos en otros programas.



Es evidente que el objeto más sencillo que podemos crear en el plano es un punto.

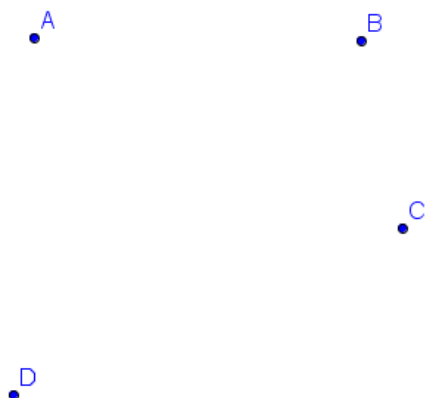
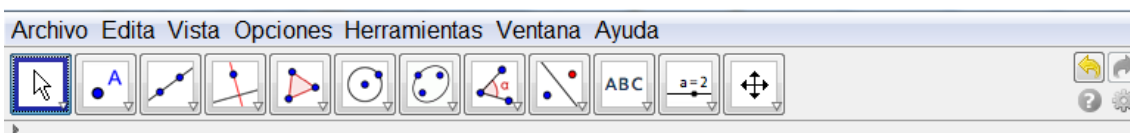
Para ello, seleccionamos la herramienta **Nuevo punto** cuya herramienta es  es



Una vez seleccionada, observamos que aparece enmarcada en un cuadro de color azul.

Con esta herramienta podemos comenzar a crear puntos en la vista gráfica. Para ello, bastará con hacer clic con el botón derecho en cualquier parte de esta vista gráfica.

Por ejemplo, vamos a crear cuatro puntos que aparecerán nombrados como A, B, C y D.



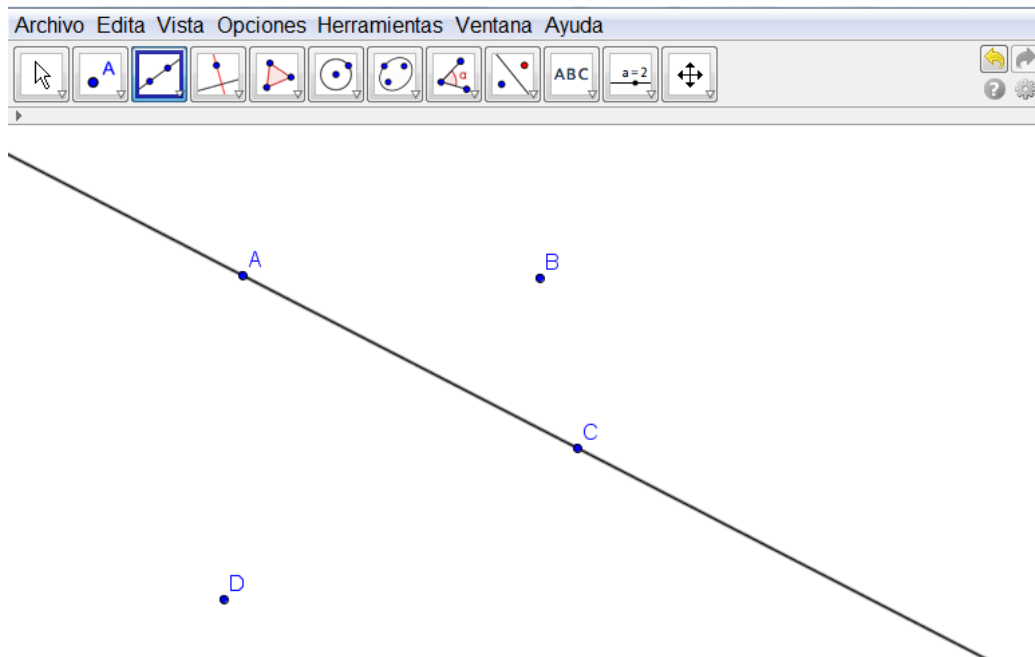
Pensemos qué podemos construir con dos puntos.

Por ejemplo, podemos dibujar una recta, la que pasa por A y C.


Para dibujarla disponemos de la herramienta correspondiente, que podemos observar se encuentra justo a la derecha de la herramienta **Nuevo punto** ya conocida.

La herramienta **Recta** está representada por el icono .

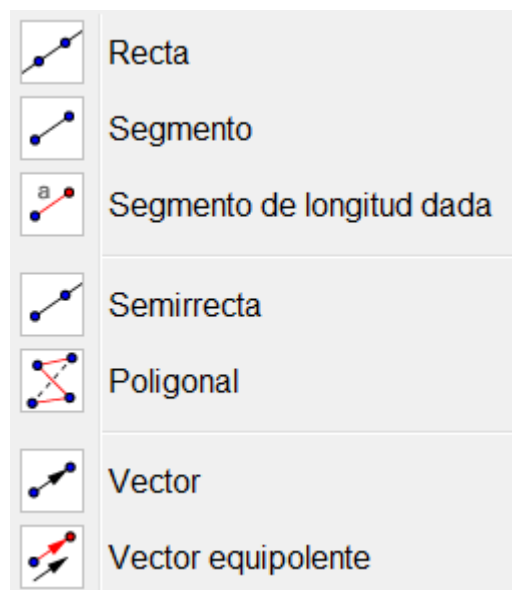
Una vez seleccionada esta herramienta, bastará con acercarnos al punto A, haciendo clic sobre él, desplazando el ratón hasta el segundo punto B, volviendo a hacer clic para que la recta que pasa por A y B aparezca creada en la vista gráfica.



También, con dos puntos es posible crear un segmento cuyos extremos sean esos dos puntos.

Vamos a dibujar el segmento BD, siguiendo un proceso similar al anterior, aunque para ello, necesitamos seleccionar la herramienta **Segmento**, representada por .

Esta herramienta se encuentra en el mismo bloque de herramientas que la herramienta **Recta que pasa por dos puntos**, utilizada anteriormente.



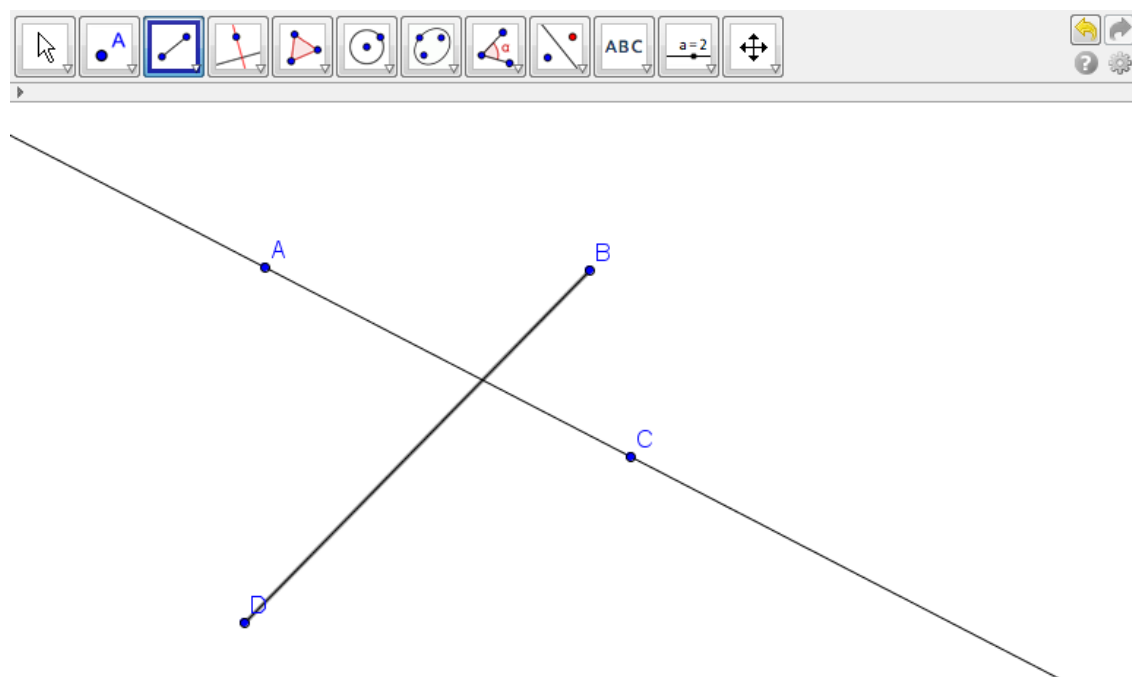
Para abrir este menú de herramientas bastará pulsar sobre la punta de flecha que observamos en la herramienta que aparece en la parte superior.



En cada una de las herramientas que aparecen en la barra, al pulsar sobre la correspondiente flecha, aparecerá el bloque con todas las opciones disponibles.


Una vez seleccionada la herramienta **Segmento**, haremos clic con el botón izquierdo del ratón en el punto B y a continuación clic en el punto D.

Aparecerá el segmento BD tal y como aparece en la imagen siguiente:



Un aspecto a tener en cuenta será que no es necesario mantener pulsado el botón izquierdo del ratón. Hay que hacer clic en un punto, desplazando el puntero para llegar al segundo punto.

Por tanto, podemos establecer que el proceso para crear un objeto será elegir la herramienta adecuada, haciendo clic con el botón izquierdo en la vista gráfica.

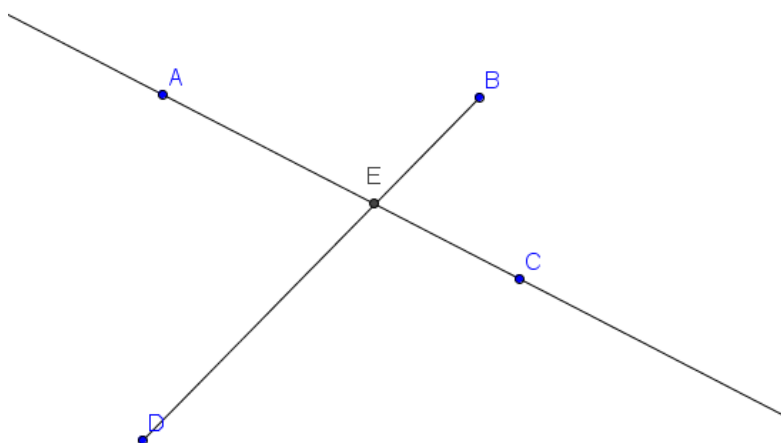
Observamos que la recta y el segmento tienen un punto de intersección que podemos obtener con la herramienta **Intersección** cuyo icono es , que aparecerá al abrir el bloque de herramientas de **Puntos**.



Una vez seleccionada esta herramienta, haremos clic en cada uno de los dos objetos de los que deseamos obtener su intersección, es decir clic sobre el segmento y clic sobre la recta, sin olvidar que el clic lo debemos hacer con el botón izquierdo del ratón.

Observemos que al hacer clic sobre un objeto, aparecerá resaltado; lo cual significa que ese objeto está seleccionado.


Al realizar el proceso anterior aparecerá el punto E, resultado de la intersección de la recta AC y del segmento BD.



Si somos observadores, podemos preguntarnos la razón por la que los puntos A, B, C y D aparecen de color azul y el punto E aparece de color negro.

Hay una razón importante que descubriremos a continuación.

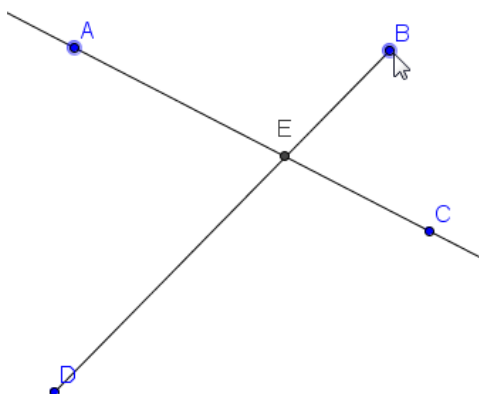
Antes, vamos a exponer cómo mover los objetos que intervienen en una construcción.

Para mover cualquier objeto hay que tener seleccionada previamente la herramienta **Elige y mueve**  (puntero).

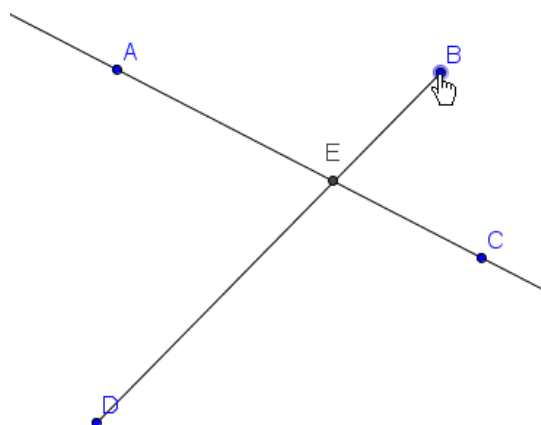
Para seleccionarla bastará con pulsar sobre ella o pulsar la tecla **Esc**.

Una vez seleccionada la herramienta **Elige y mueve**, nos acercamos al objeto que deseamos mover; por ejemplo al punto B.

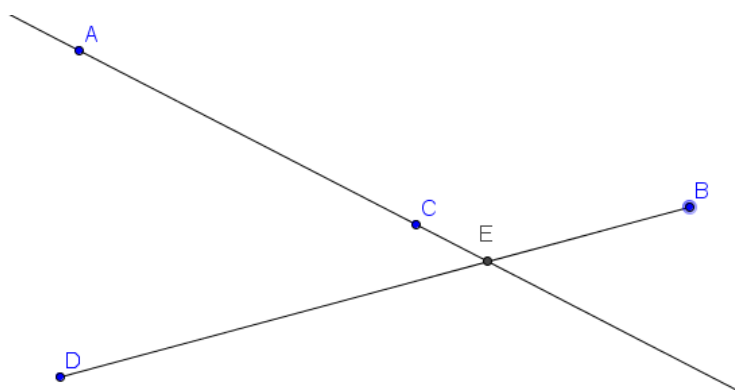
Al acercar el puntero al punto P aparecerá resaltado como podemos ver en esta imagen:



Si mantenemos pulsado el botón izquierdo del ratón, comprobaremos que el puntero cambia de forma, apareciendo una mano que ha agarrado al punto.

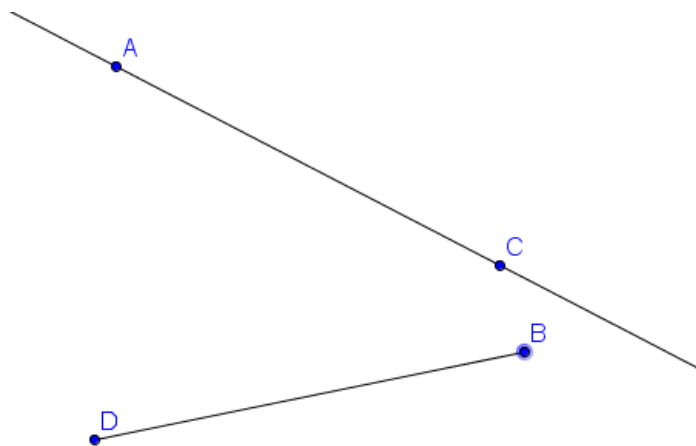


Manteniendo pulsado el botón izquierdo del ratón, podemos desplazar el punto para llevarlo a una nueva posición en la que quedará al soltar el botón del ratón.



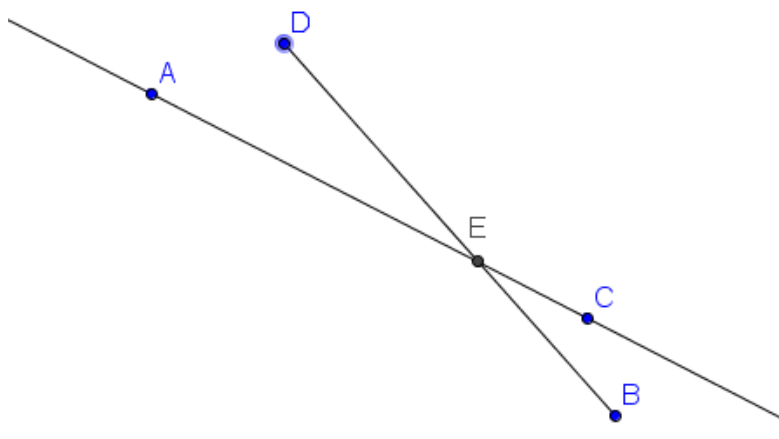
Repetimos el proceso para mover el punto B de manera que el segmento no corte a la recta.

En este caso, tendremos la imagen siguiente:



Al no existir intersección entre los dos objetos, el punto E ha desaparecido, lo cual es evidente.

Peor ¿se ha perdido o borrado de manera permanente? La respuesta es no, ya que volverá a aparecer cuando de nuevo exista intersección entre recta y segmento, como podremos comprobar moviendo nuevo cualquiera de los objetos que intervienen en la construcción



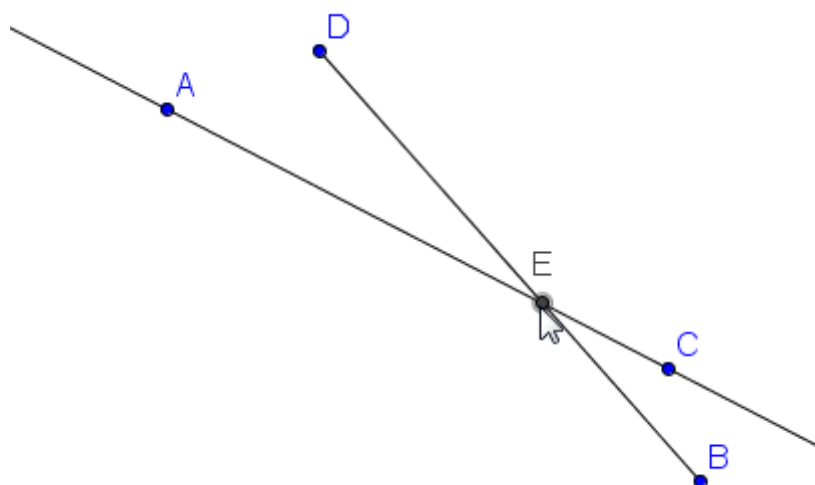
Lo que acaba de ocurrir con la desaparición y posterior aparición del punto E, no es ni más ni menos que el significado del término geometría dinámica.

Entre la recta y el segmento se ha establecido una relación de intersección (el punto E) por lo que al mover los objetos esta relación se mantiene.

En un programa de geometría dinámica, como es el caso de GeoGebra, entre los objetos de una construcción se establecerán relaciones que si están bien definidas, se mantendrán al mover los objetos.

Volvamos a la diferencia de color entre los primeros puntos y el punto E. Para ello, intentemos desplazar el punto E, siguiendo el proceso ya conocido para mover objetos.

¿Qué ocurre? ¿Cuál es la razón por la que no aparece la mano para agarrar el punto E al mantener pulsado el botón izquierdo del ratón sobre este punto, a pesar de aparecer seleccionado?



La razón tiene que ver con otro concepto importante en estos programas, como son los conceptos de objetos libres y dependientes.

Al crear los primeros puntos (A, B, C y D), una vez seleccionada la herramienta **Punto** hemos pulsado en cualquier parte libre del plano, por lo que no hay ninguna relación entre ellos. Son por tanto, puntos libres o mejor dicho, objetos libres.

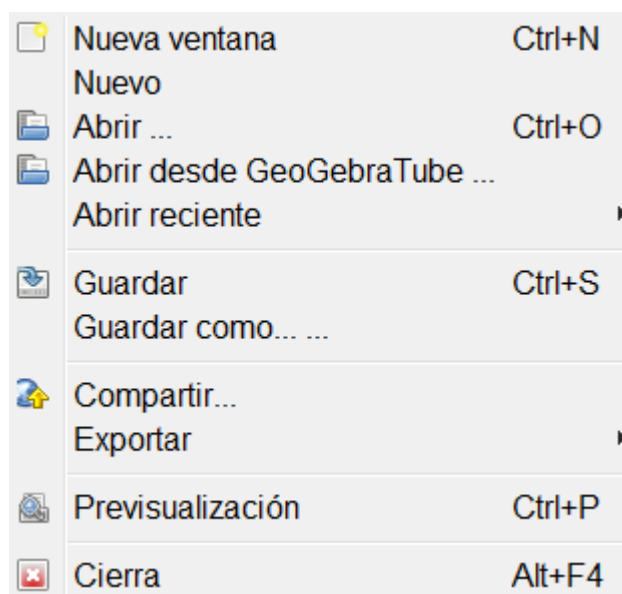
Sin embargo, el punto E se ha creado como intersección de dos objetos (recta AC y segmento BD), por lo que es un punto (u objeto) dependiente de ellos; lo cual supone, como ya hemos comprobado, que siempre que exista intersección el punto aparecerá.

Por tanto, los objetos libres se podrán mover, mientras que los objetos dependientes se moverán cuando se muevan los objetos de los que dependen.

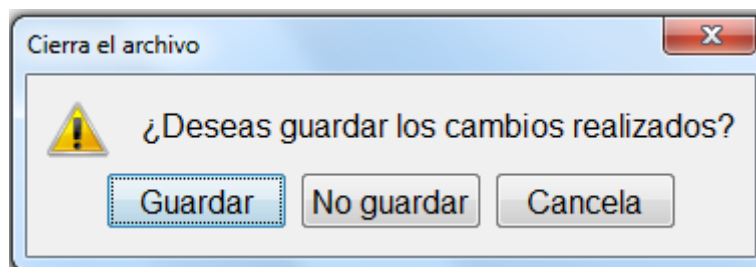
Estas dos ideas son muy importantes para conocer la forma de trabajo de GeoGebra para evitar errores en las construcciones.

Continuaremos con nuevos ejemplos de construcciones sencillos que ayuden a comprender algunos conceptos de GeoGebra.

Para ello, preparamos una hoja nueva en blanco, pulsando sobre la opción **Nuevo** en el menú **Archivo**.




Aparecerá un mensaje para preguntarnos si deseamos guardar o no el archivo actual.

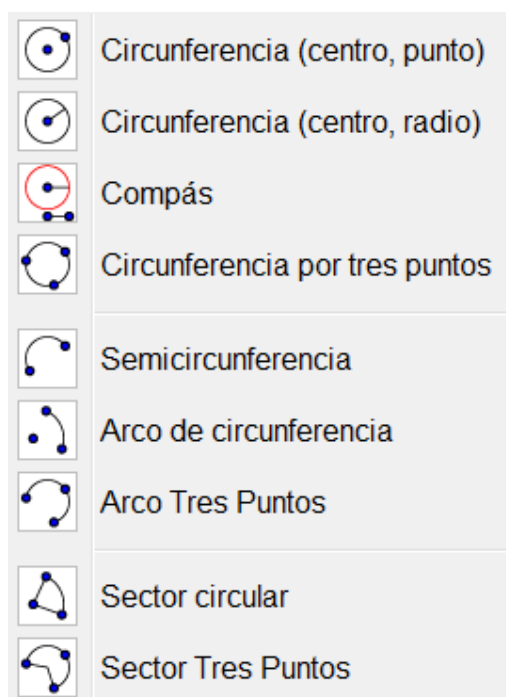


Si deseamos guardar la construcción aparecerá un cuadro de diálogo similar a otros programas conocidos, para indicar dónde guardarlo y para asignarle el nombre con el que se almacenará. Los archivos creados con GeoGebra tendrán la extensión **ggb** que el programa le asigna de manera automática.

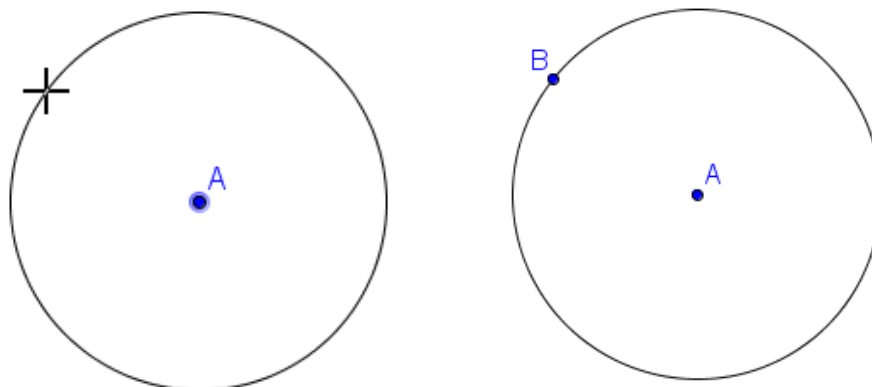
Dibujamos dos puntos A y B en la hoja de trabajo nueva.


Con dos puntos también se puede construir una circunferencia, de manera que el primer punto sea el centro y el segundo, uno de sus puntos con el que queda determinado el radio.

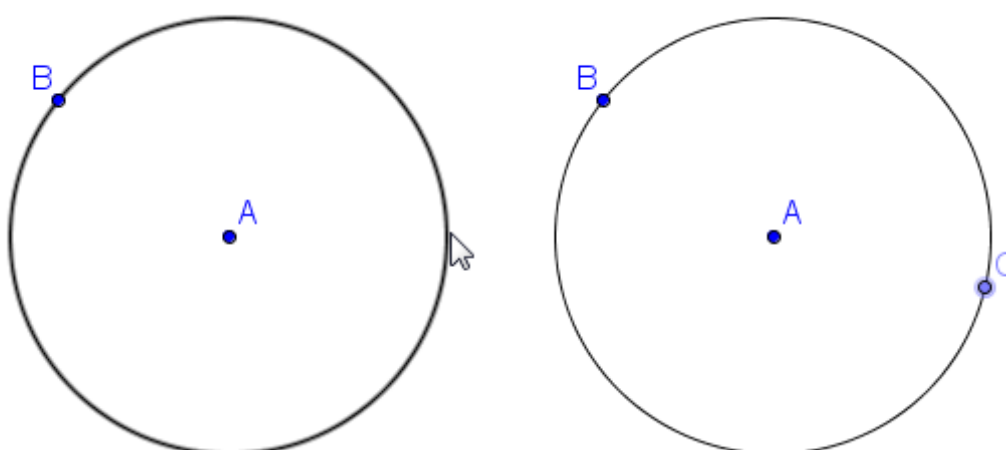
Para dibujarla, seleccionamos la herramienta **Circunferencia (centro, punto)** . Esta herramienta la encontramos en el siguiente bloque:



El proceso es similar al realizado anteriormente al crear la recta o el segmento, haciendo clic en cualquier lugar aparecerá el primer punto que corresponde al centro; al desplazar el ratón aparecerá la circunferencia cuyo tamaño queda fijado al hacer clic para crear el segundo punto.



Creemos un nuevo punto C en la circunferencia. Ya conocemos el proceso, bastará con seleccionar la herramienta Nuevo punto , acercando el puntero a la circunferencia, de manera que cuando aparezca resaltada (estará seleccionada) y por tanto, al hacer clic con el botón izquierdo del ratón, aparecerá el nuevo punto.




El nuevo punto aparece representado de color azul, pero con un tono más tenue que A y B.

Para entender estas diferencias, arrastremos el punto B y después, hagamos lo mismo con el punto C.

¿Qué ha ocurrido?

Al mover el punto B la circunferencia cambia su tamaño, lo cual es evidente ya que B nos sirvió para crear la circunferencia, siendo el punto que fijaba el tamaño del radio. Por tanto, al cambiar la posición de B que es un punto libre, variará el radio y la circunferencia tendrá otro tamaño.

Sin embargo, al intentar mover el punto C comprobaremos que solamente se mueve por la circunferencia. Por tanto, no es un punto libre, es un punto dependiente pero de otro objeto como es la circunferencia. Esa es la razón por la que aparece representado con otro color.

La creación del punto C también se podría haber realizado utilizando la herramienta **Punto en objeto** , disponible en el mismo bloque de la herramienta anterior.



Ejemplo 1

A partir de una circunferencia de centro A, traza el diámetro que pasa por un punto P de la circunferencia.

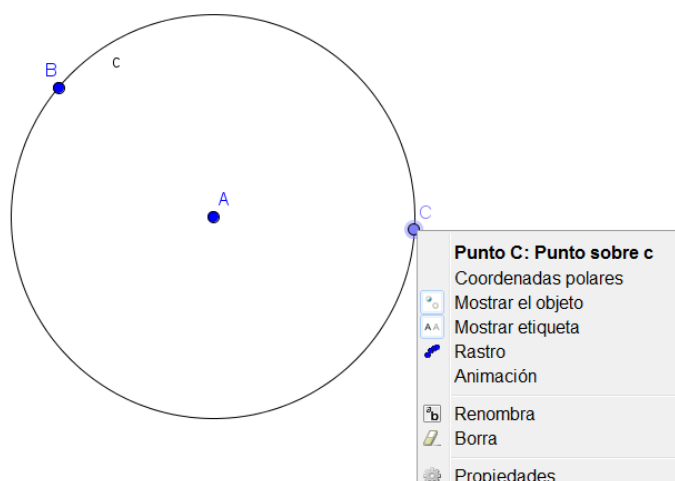
Comenzamos dibujando la circunferencia de centro A, siendo B el punto que determina su radio y por tanto su tamaño.

A continuación dibujamos un nuevo punto en la circunferencia al que llamaremos P.

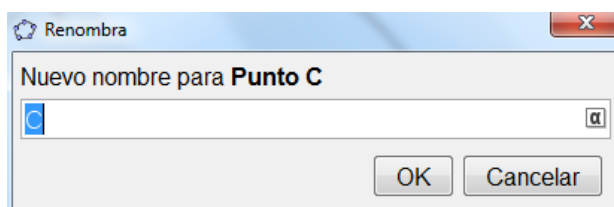
Como hemos indicado anteriormente, este nuevo punto aparece con el nombre C, por lo que podemos renombrarlo.

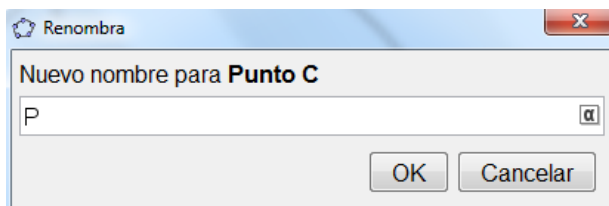
Para renombrar un objeto, seleccionamos la herramienta **Puntero**, acercándonos hasta el objeto que deseamos cambiar, de manera que aparezca resaltado.

Al pulsar el botón derecho del ratón, aparecerá un menú desplegable con distintas opciones.

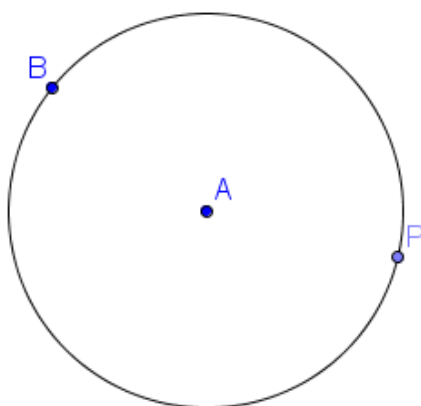


Pulsamos la opción **Renombra**. Aparece el cuadro de diálogo siguiente para cambiar el nombre C por P.



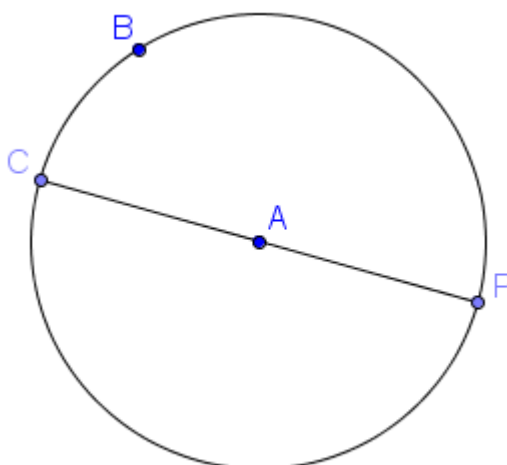


Al pulsar el botón **OK**, el punto cambiará de nombre.



Como el diámetro es una cuerda que pasa por el centro de la circunferencia, podemos elegir la herramienta Segmento ya conocida, para dibujar un segmento en el que P sea un extremo, que pase por el centro y cuyo otro extremo sea otro punto de la circunferencia.

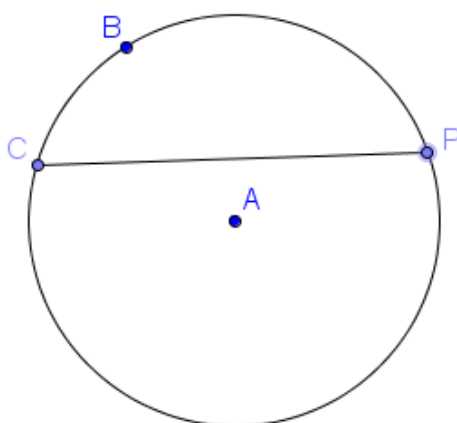
Tendríamos una imagen parecida a la siguiente:



Cuando realicemos una construcción podemos conocer si es correcta o no, moviendo los objetos iniciales. Si las relaciones se mantienen, la construcción será correcta.

Lo comprobamos moviendo los puntos A, B o P, para comprobar si el segmento trazado sigue siendo un diámetro.

Por ejemplo, al mover P podemos comprobar que algo ha fallado en la construcción ya que el segmento deja de pasar por el centro. Por tanto, no es un diámetro.




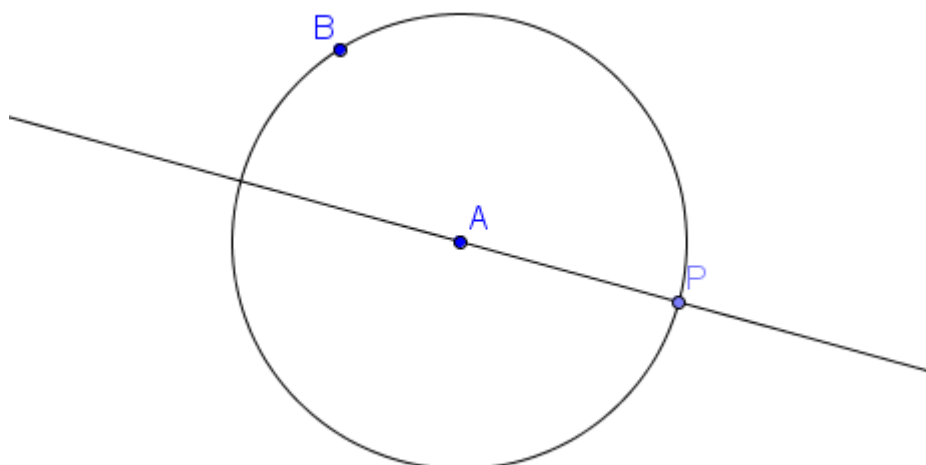
La razón es que el segmento que habíamos dibujado como diámetro solamente depende de P y C, aunque aparentemente pasa por el centro A, no hay ninguna relación con dicho punto; por lo que al cambiar las condiciones iniciales ya dejará de pasar por este punto, tal y como ha ocurrido en la imagen anterior.


Para resolverlo de manera correcta, es necesario establecer alguna relación con el centro.

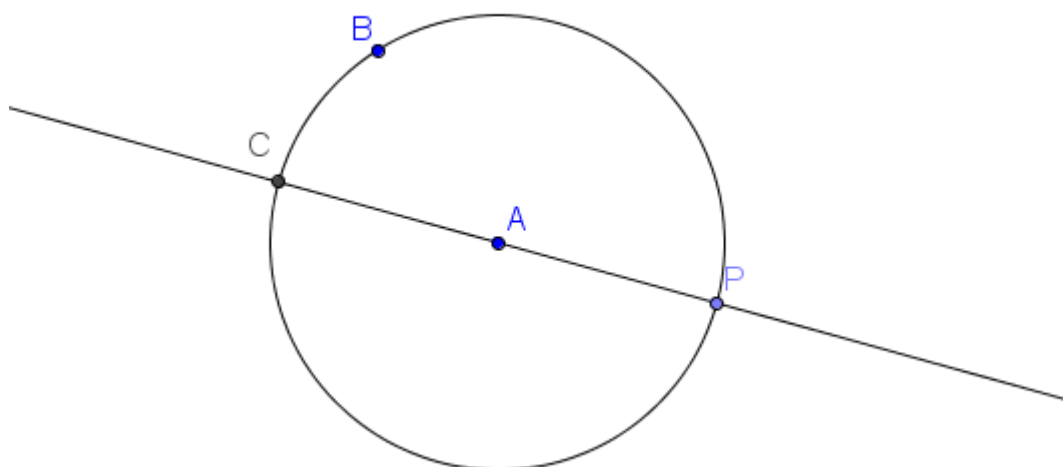
Realicemos los pasos siguientes:

1. Trazamos la recta que pasa por A y P. Para ello, seleccionamos la

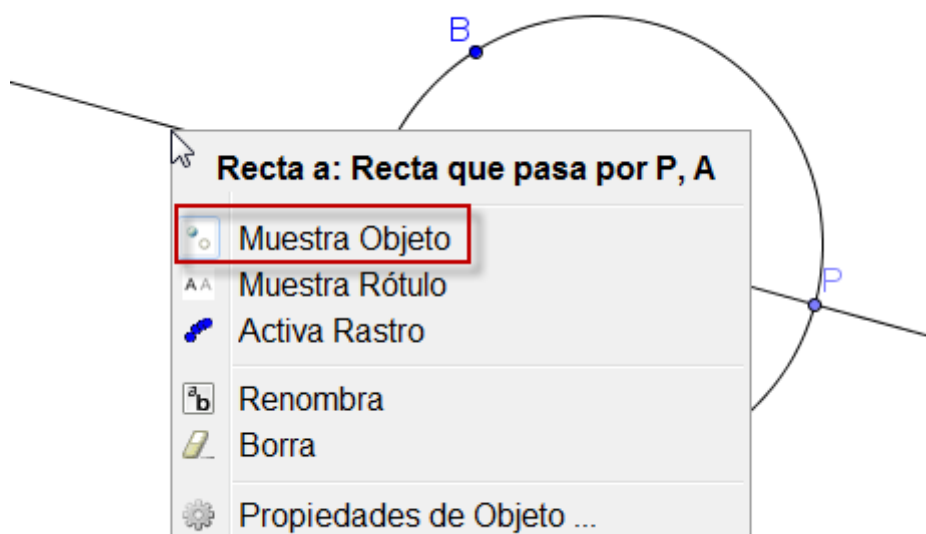
herramienta **Recta** , pulsando sobre A y posteriormente, sobre P.



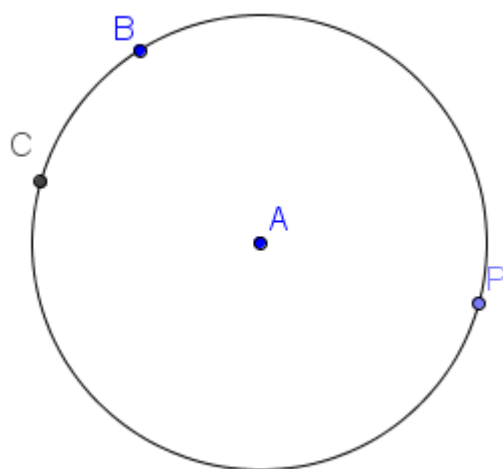
2. Determinamos el punto de intersección de esta recta con la circunferencia. Utilizamos la herramienta **Intersección**  para obtener el punto C.



3. Ocultamos la recta anterior. Para ocultar un objeto hay que seleccionarlo, utilizando la herramienta puntero, pulsando a continuación el botón derecho para que aparezcan las opciones que permitirán modificar las propiedades de un objeto. Pulsamos sobre **Muestra objeto** para que se oculte.



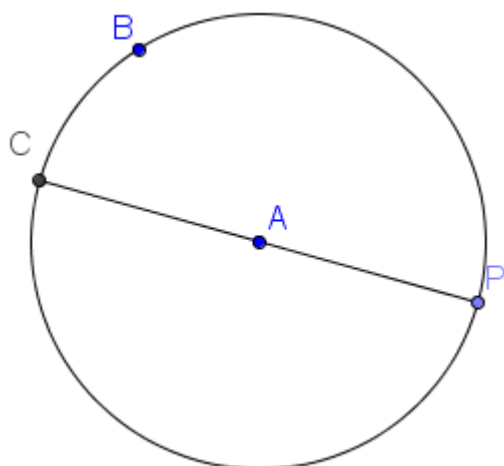
Pulsamos sobre **Muestra objeto** para que se oculte. Repitiendo el proceso aparecerá de nuevo.



No es lo mismo ocultar que borrar, ya que al borrar un objeto se eliminarán también aquellos objetos que dependan de él.

4. Por último, dibujamos el segmento CP utilizando la herramienta

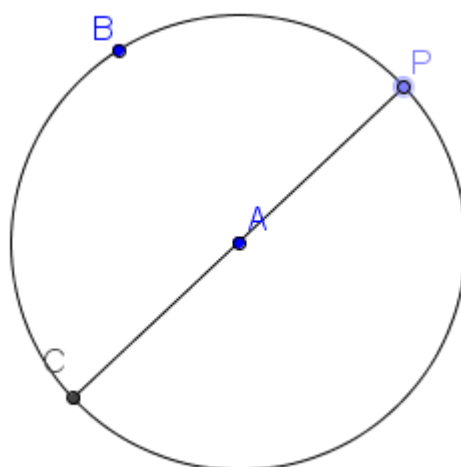
Segmento  .



Aparentemente el resultado es el mismo que habíamos obtenido anteriormente, pero hay una importante diferencia que consiste en que el punto C obtenido como extremo del segmento está relacionado con el centro A ya que es el punto de intersección de la recta que pasa por A con la circunferencia.

Podemos comprobar que el resultado es correcto al mover A, B o el punto P.

Evidentemente, C no podemos moverlo ya que es un punto dependiente de A y de P, como podemos observar por lo colores con los que aparecen representados los distintos puntos.



Lo ocurrido tiene mucho que ver con otro concepto muy importante que debe tenerse en cuenta al trabajar con este tipo de software.

No es lo mismo dibujar que construir. En la primera construcción hemos dibujado una cuerda que aparentemente pasaba por el centro y en el segundo hemos construido una cuerda que pasa por el centro ya que hemos aplicado algunas relaciones, por lo que en este caso, lo que hemos hecho ha sido construir.

Cuando las relaciones o propiedades matemáticas entre los objetos están bien definidas, la construcción será correcta y por tanto, al mover los objetos iniciales, las relaciones se mantienen. Esta es la característica de dinamismo que GeoGebra nos ofrece.

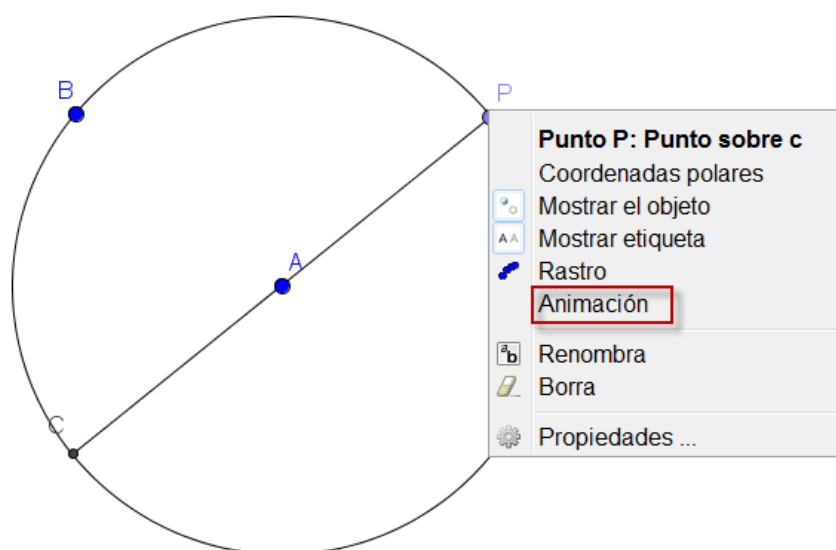
Animación

Aprovecharemos este ejemplo para mostrar la forma de animar un objeto.


El punto P se ha creado sobre la circunferencia, por lo que como hemos comprobado podemos moverlo, arrastrándolo con la herramienta puntero previamente seleccionada.


GeoGebra ofrece las opciones necesarias para animar de manera automática un objeto.

Para animar el punto P, lo seleccionamos previamente, pulsando el botón derecho sobre él. Como hemos indicado, el botón derecho da acceso a un menú con las opciones necesarias para modificar las características de un objeto.



Una vez que aparezca el menú anterior, bastará con pulsar sobre **Animación** para que el punto P comience a moverse sobre la circunferencia.


En la esquina inferior izquierda aparecerá el botón  que permitirá detener la animación.

Para reiniciar la animación, bastará con pulsar el botón  que habrá sustituido al botón anterior.

Rastro de un objeto

A partir del ejemplo anterior, detenemos la animación del punto P para mostrar alguna opción más que ofrece GeoGebra.

Dibujemos el punto medio entre A y P, al que llamaremos M.

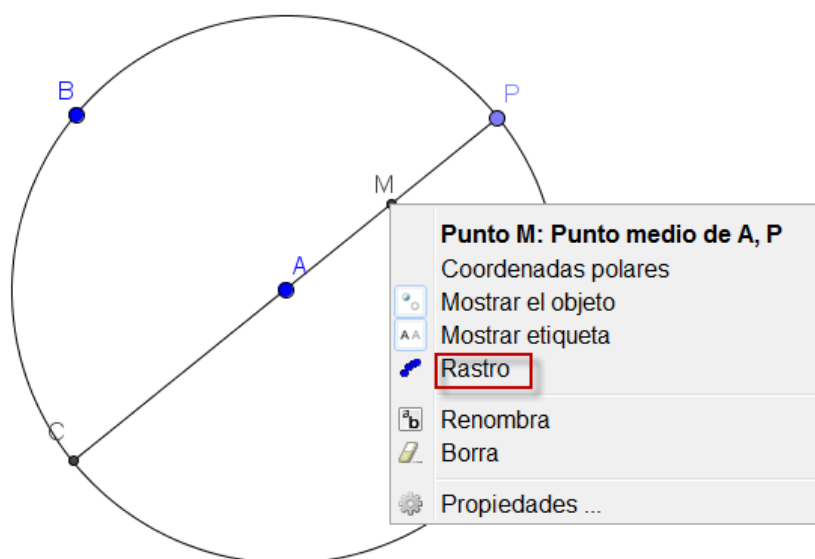
Para ello, seleccionamos la herramienta **Punto medio o centro**  que encontramos en el mismo bloque de la herramienta **Punto**. Una vez seleccionada la herramienta, pulsamos sobre A y después, sobre P.


Aparecerá un nuevo punto, al que el programa por defecto, llamará D ya que sigue el orden alfabético. Lo renombramos para llamarlo M.

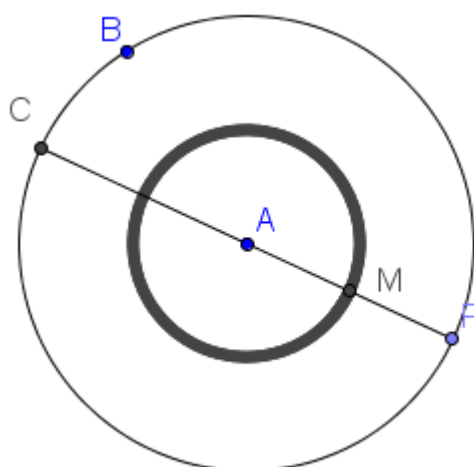
Pulsamos el botón derecho sobre M para que de nuevo, aparezca el menú con las opciones para cambiar sus características.

Podemos observar que la primera línea que aparece en este menú nos indica el nombre y la definición del objeto. En este caso, aparece Punto M como punto medio de A y P.

En esta ocasión pulsamos sobre la opción **Rastro**.

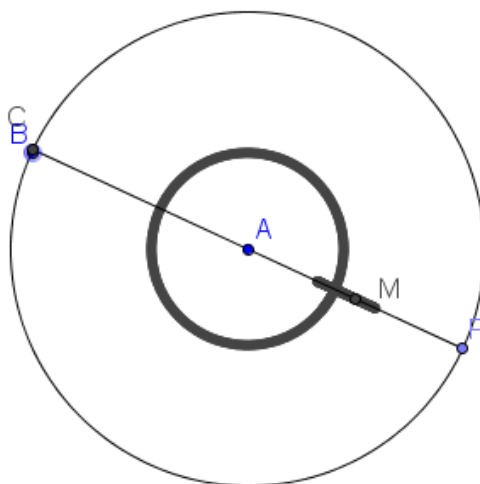


Aparentemente no hace nada, pero al pulsar el botón Play  para animar el punto P observaremos que el punto M va dejando el rastro por donde va pasando.



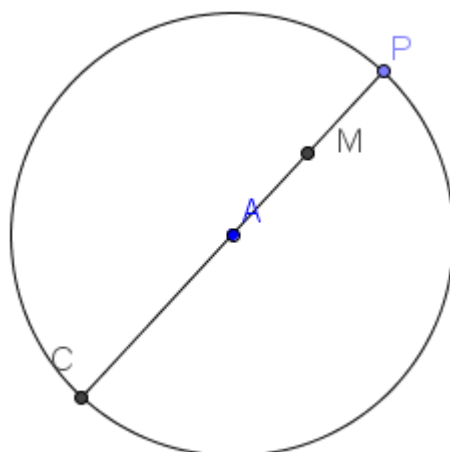
El resultado será una nueva circunferencia con centro en A y radio AM.

Es necesario aclarar que el resultado obtenido no es un objeto para el programa ya que es solo un trazo como podemos comprobar si en esta ocasión, cambiamos el radio de la circunferencia inicial, variando o mejor dicho, moviendo el punto B.

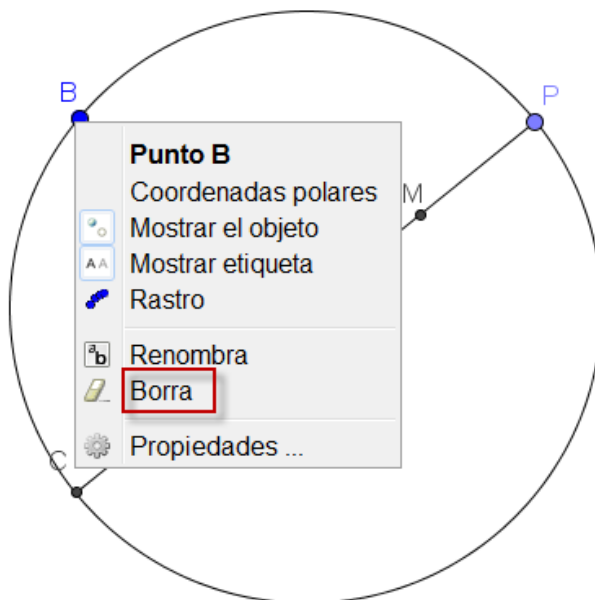


Para borrar un rastro, antes de comenzar una animación, es necesario pulsar la combinación de teclas **Ctrl – F**.


Si no deseamos cambiar el radio de la circunferencia inicial, bastará con ocultar el punto B.



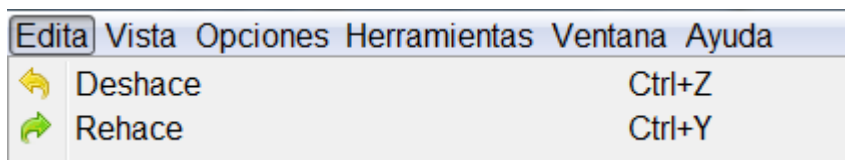
Si por error, en lugar de ocultar este punto, lo borramos utilizando la opción que también aparece al pulsar el botón derecho sobre él, desaparecerán todos los objetos que dependían de él. Nos quedará solo el punto A.



Un objeto también se podrá borrar pulsando la tecla **Supr**, seleccionándolo previamente.

Cuando por error, se realice una acción que no deseamos, siempre es posible deshacerla. Para ello, disponemos de las opciones  (esquina superior derecha) para deshacer o rehacer, respectivamente cualquier acción.

Estas dos opciones también se encuentran en el menú **Edita**.




Ejemplo 2

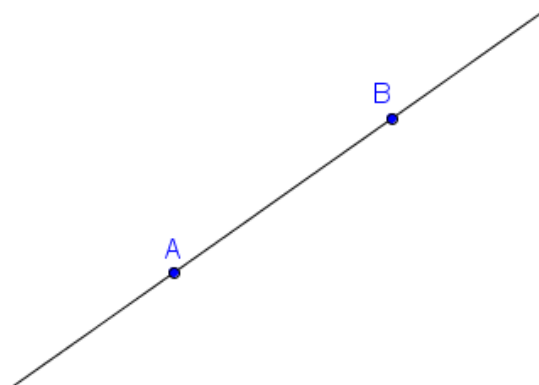
Dibujar el haz de rectas de un punto.

Creamos un punto A en una construcción nueva.

Para dibujar una recta que pase por A, necesitamos un nuevo punto B.

Podemos crear el nuevo punto o hacerlo al utilizar la herramienta **Recta** .

Lo haremos con la herramienta; seleccionamos la herramienta **Recta**; pulsando sobre A y sobre cualquier lugar libre de la vista gráfica para que aparezca el segundo punto que determinará una recta. Obtendremos algo similar a la imagen siguiente:



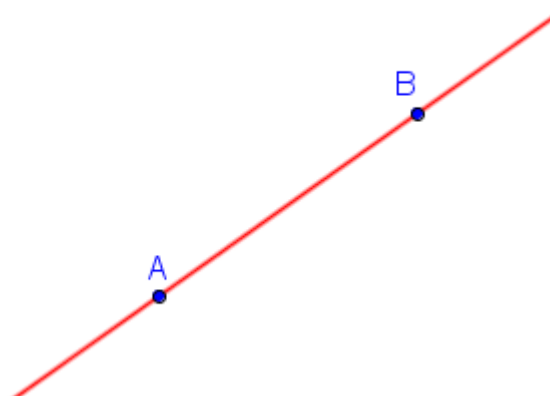
Antes de obtener el haz de las rectas que pasan por A, vamos a cambiar el color de la recta que acabamos de obtener.

Para ello, recordemos que es necesario seleccionar previamente dicha recta.

Para ello, disponemos de las opciones necesarias que aparecen en la parte superior de la **Vista gráfica**.

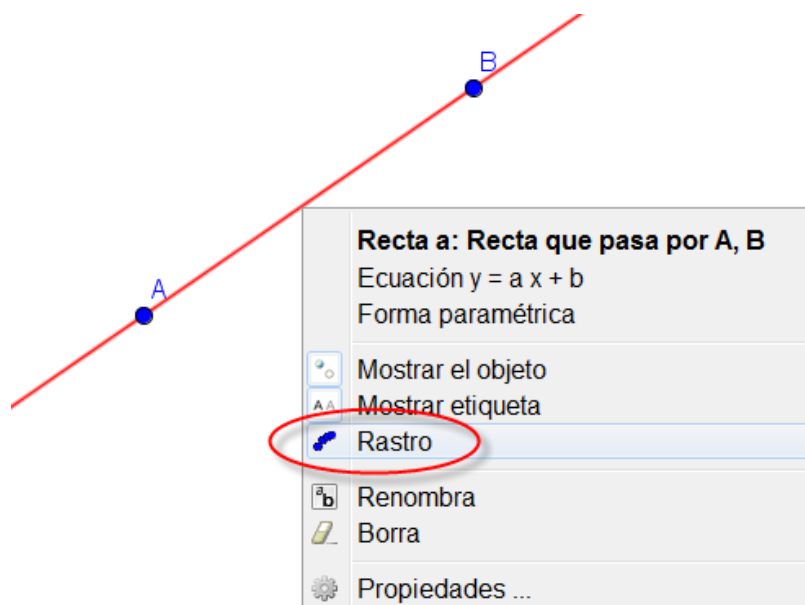


Al pulsar sobre el cuadrado de color negro, aparecerá la paleta de colores para seleccionar el color deseado para la recta.



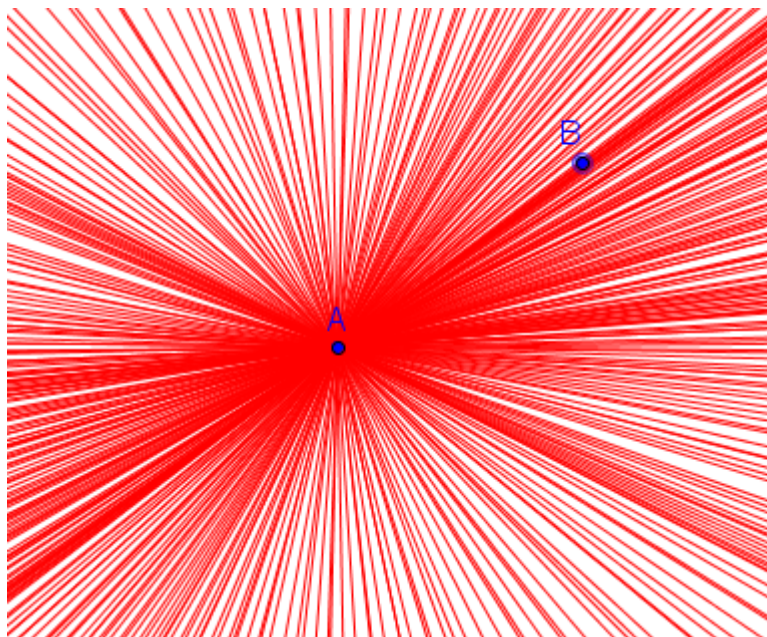
Una vez seleccionado el color, si queremos que al mover la recta vaya creando el haz de rectas, necesitamos activar su rastro.

Activamos por tanto el rastro de la recta.



Ya solamente nos queda mover algún objeto, en este caso será necesario mover de forma manual el punto B.

El resultado será algo similar a lo que aparece en la imagen siguiente:



Ejemplo 3


Dibujar un cuadrilátero cuyos vértices estén sobre una circunferencia.

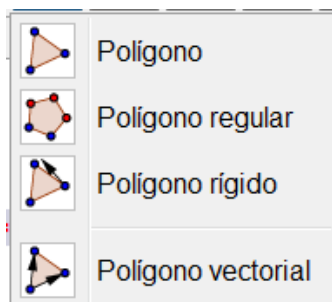
Para iniciar una nueva construcción sobre una hoja de trabajo nueva se utilizará la opción **Nuevo** del menú **Archivo**.

La secuencia de herramientas que se utilizará para realizar la construcción solicitada será la siguiente:

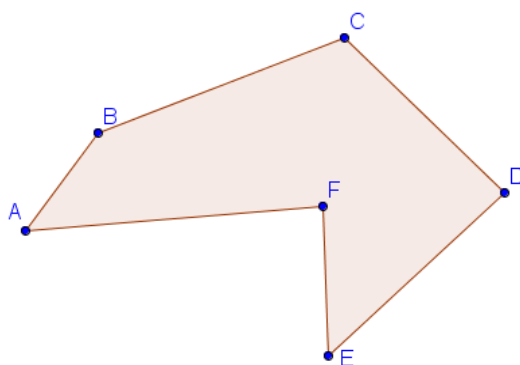
Una vez dibujada la circunferencia utilizando la herramienta

Circunferencia (centro, punto) .

Seleccionamos una nueva herramienta, en este caso **Polígono**  que encontramos en el bloque siguiente:

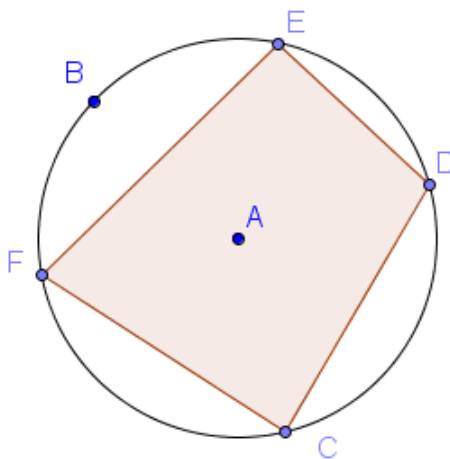


Esta herramienta nos permite dibujar cualquier polígono a partir de sus vértices; por lo que una vez seleccionada bastará con crear los puntos o pulsar sobre puntos previamente dibujados, para construir el polígono. Es necesario volver a pulsar sobre el vértice inicial para cerrar el polígono.



Una vez seleccionada la herramienta **Polígono**, hay que acercar el puntero a la circunferencia para que al hacer clic sobre ella, aparezcan los vértices del cuadrilátero.

Para finalizar, habrá que marcar de nuevo el primer vértice creado.



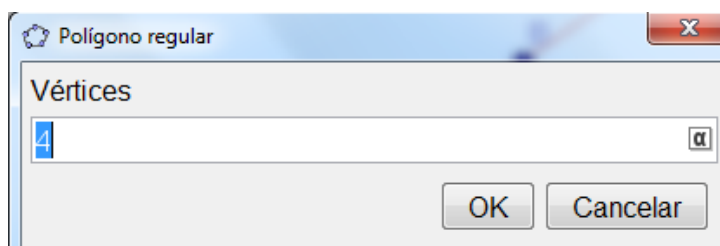
Una vez creado el polígono se propone intentar modificar el tamaño y la posición de los distintos objetos para determinar cuales son dependientes y cuales independientes.

Cuando el polígono que deseamos dibujar es un polígono regular, disponemos de la correspondiente herramienta que se encuentra en el mismo bloque que la herramienta anterior.

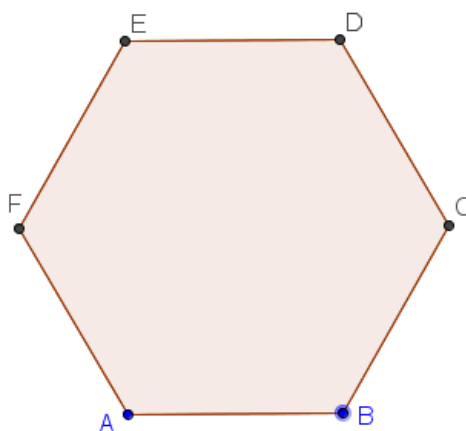
Esta herramienta es **Polígono regular** .

Para dibujar un polígono regular solo necesitamos un segmento que corresponde al lado y el número de lados que tendrá.

Por tanto, una vez seleccionada la herramienta, marcamos o creamos los dos puntos correspondientes al lado; aparecerá el cuadro siguiente para que indiquemos el número de lados.



Por ejemplo, si introducimos el valor 6; al pulsar OK aparecerá un hexágono regular.



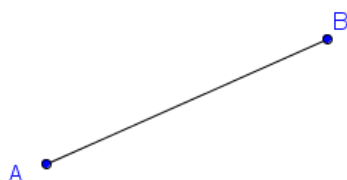
Observamos que solo los puntos iniciales (A y B) son independientes ya que el resto dependen de la longitud de este lado que determinará el polígono regular.

A continuación, proponemos otros ejemplos que nos permitirá conocer nuevas herramientas.

Ejemplo 4

Construye el cuadrado, sabiendo que AB es una de sus diagonales.

Dibujamos un segmento AB cualquiera, como datos iniciales.

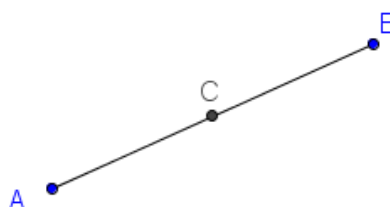


El cuadrado quedará construido cuando encontremos los dos vértices que faltan; para lo que necesitamos aplicar las propiedades matemáticas que determinan las características de este polígono.

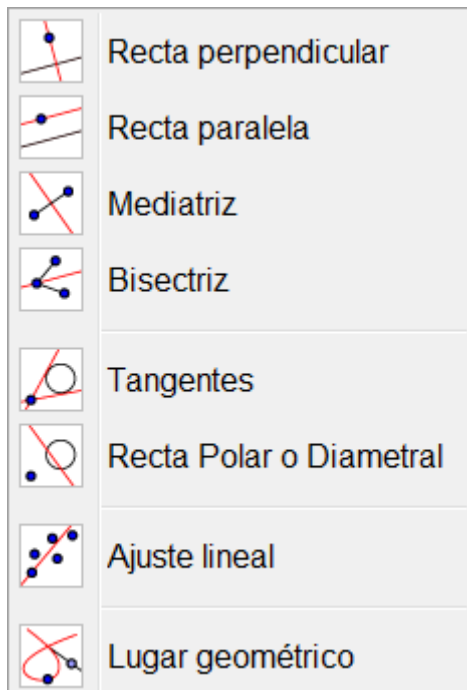
Sabemos que en un cuadrado las dos diagonales son perpendiculares y se cortan en el punto medio.


Por tanto, lo primero que haremos será obtener el punto medio del segmento AB, utilizando para ello la herramienta **Punto medio o centro**.

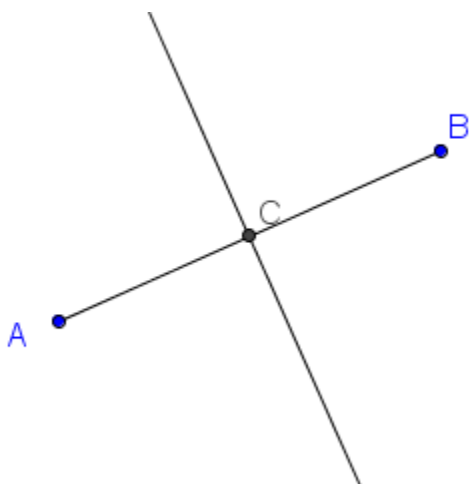
Una vez seleccionada la herramienta, pulsamos sobre el segmento para que aparezca un nuevo punto C que es el punto medio.



Para trazar la recta perpendicular al segmento AB por el punto C recurrimos a la herramienta disponible en GeoGebra, que encontramos en el siguiente bloque de herramientas.



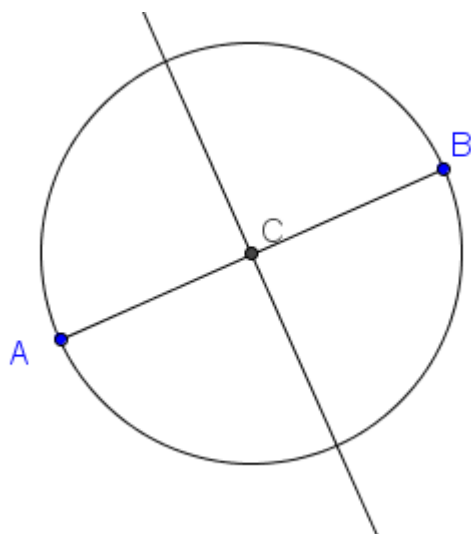
Una vez seleccionada la herramienta **Recta perpendicular** , pulsamos sobre el segmento y sobre el punto C, para que aparezca la recta.



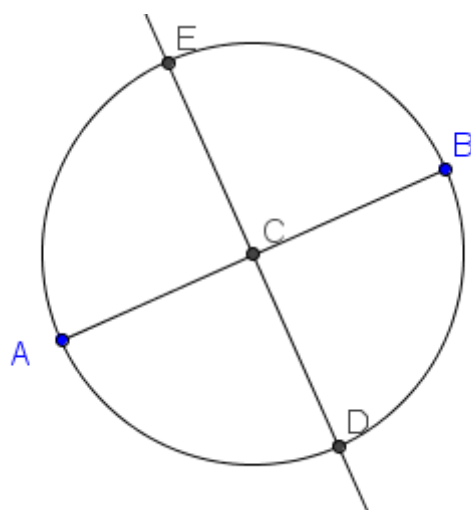
Como sabemos, esta recta es la mediatriz del segmento AB que se podía haber obtenido directamente ya que como observamos en el menú de

herramientas anterior, disponemos de una herramienta específica para trazarla, que expondremos más adelante.

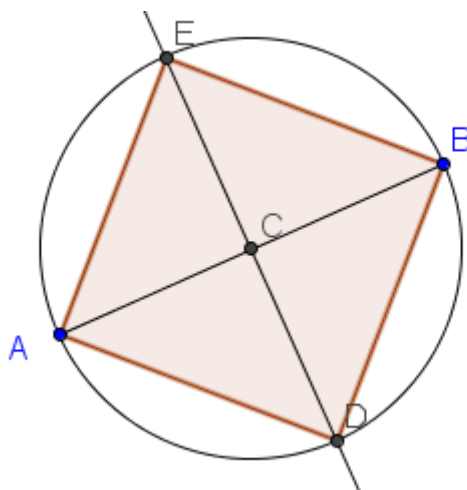
Como las dos diagonales tienen que ser del mismo tamaño, dibujamos una circunferencia de centro C y radio AC, para lo que seleccionamos la herramienta **Circunferencia (centro, punto)**, haciendo clic sobre C y, posteriormente sobre A.



Ya solo queda obtener los puntos de intersección de la circunferencia con la recta perpendicular, que serán los dos vértices que completan el cuadrado.



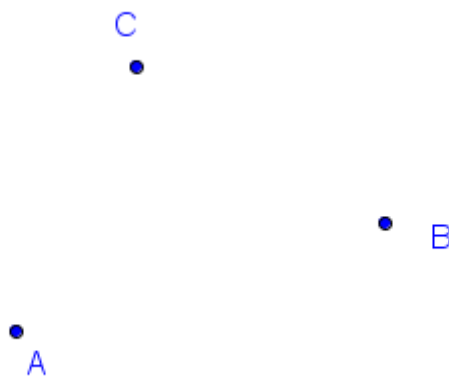
Por último, solo resta utilizar la herramienta **Polígono** para dibujar el cuadrado, pulsado sobre A, D, B, C y de nuevo A.



Ejemplo 5

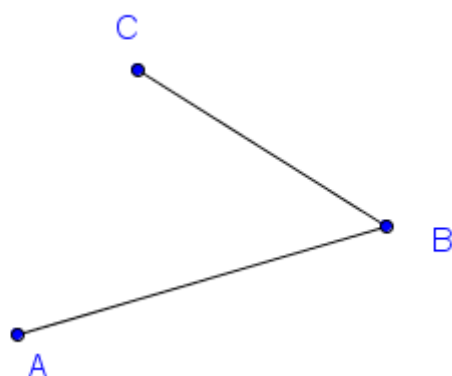
A partir de tres puntos A, B y C, no alineados. Encontrar el cuarto vértice para que ABCD sea un paralelogramo.

Comenzaremos dibujando los tres puntos A, B y D, de manera que no estén alineados.



A partir de estos puntos podemos dibujar dos lados del paralelogramo que serán los segmentos AB y BC.

Para ello, utilizamos la herramienta **Segmento**.



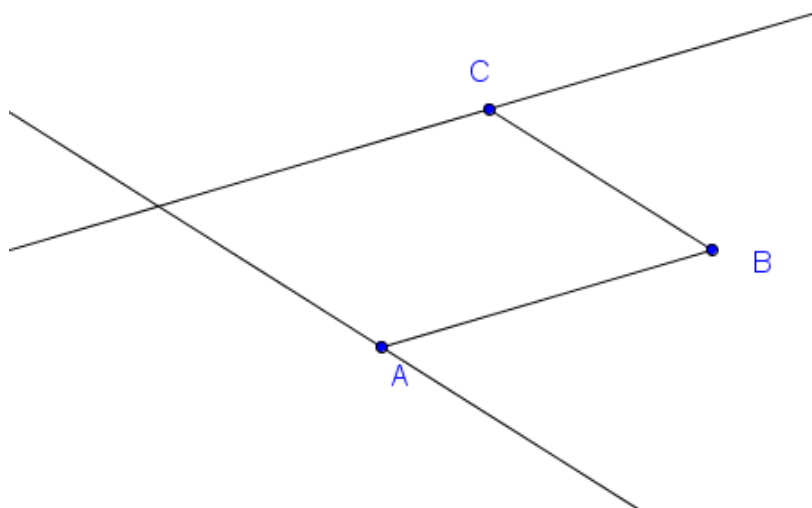
Como los lados que faltan tienen que ser paralelos a los dibujados anteriormente; solo nos quedará trazar las rectas paralelas a AB por el punto C y la recta paralela a BC por A.

Para trazar estas rectas disponemos de la herramienta **Recta Paralela**



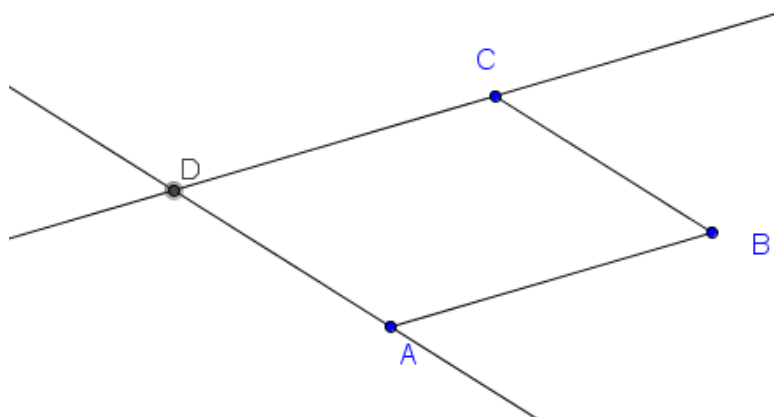
Una vez seleccionada la herramienta **Recta paralela** hay que pulsar sobre el segmento AB y a continuación sobre el punto C, para obtener la primera de las rectas que será la que contenga a uno de los lados que nos faltan del paralelogramo.

Repetimos el proceso, pulsando a continuación sobre el segmento BC y sobre el punto A, para obtener la segunda recta.

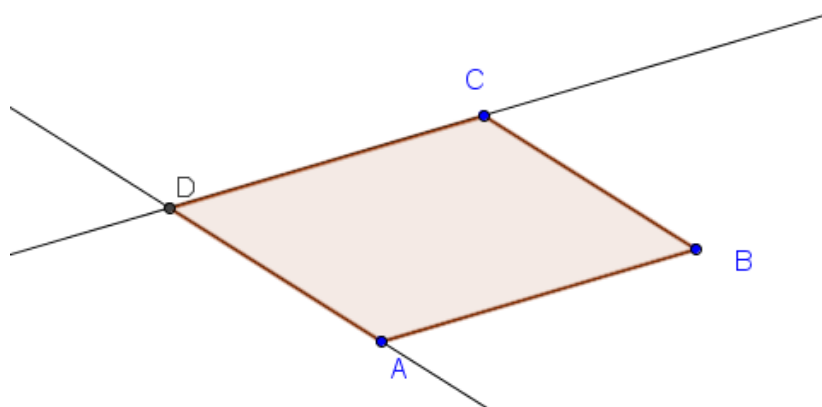


El cuarto vértice será el punto de intersección que obtendremos utilizando la herramienta **Intersección**, pulsando sobre las dos rectas.

Aparecerá el punto D tal y como aparece en la imagen siguiente:



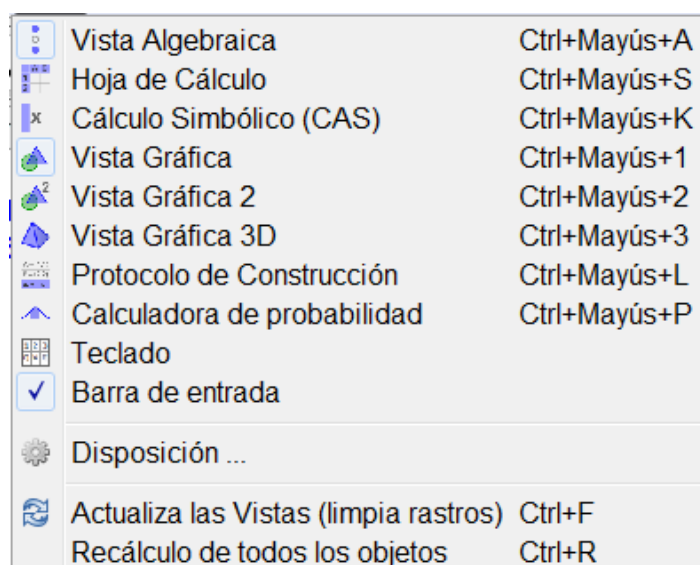
Ya solo nos queda dibujar el paralelogramo. Utilizando la herramienta **Polígono** iremos marcando los vértices A, B, C, D y de nuevo A para cerrarlo.



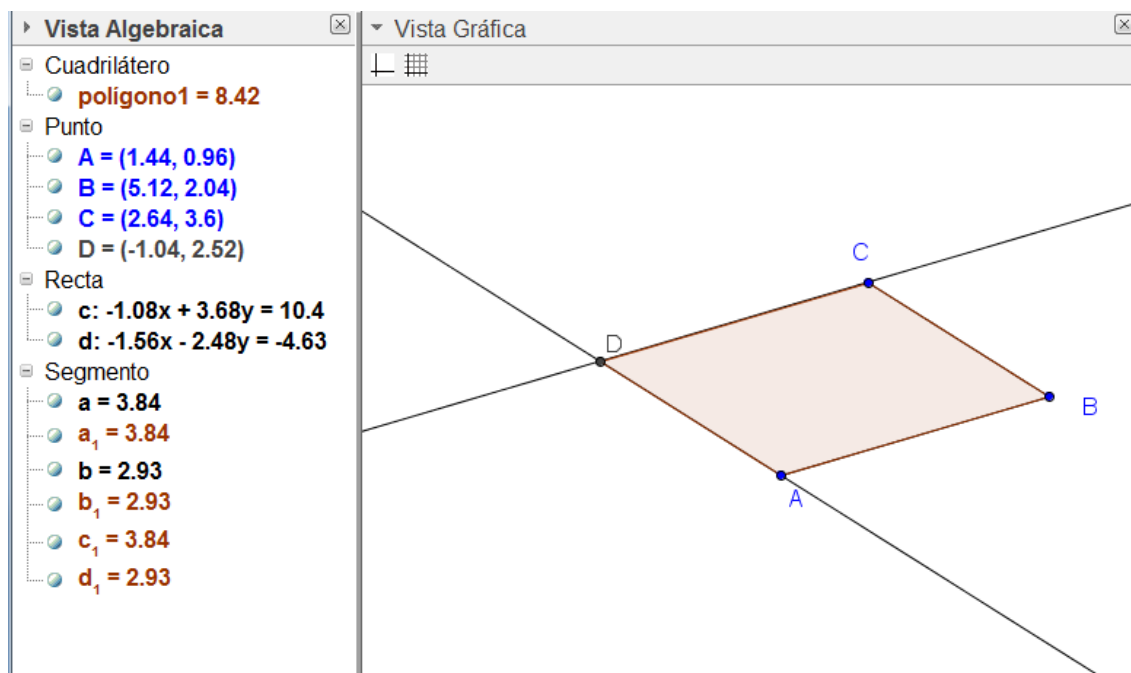
Podemos comprobar que al mover A, B o C, el polígono obtenido sigue siendo un paralelogramo.

Para conocer más aspectos de GeoGebra, podemos mostrar de nuevo la **Vista algebraica** que ocultamos al iniciar este tema.

Para mostrar la **Vista algebraica** pulsamos sobre la opción correspondiente en el menú **Vista**.



Aparecerá la vista algebraica con información de todos los objetos que han intervenido en la construcción anterior.

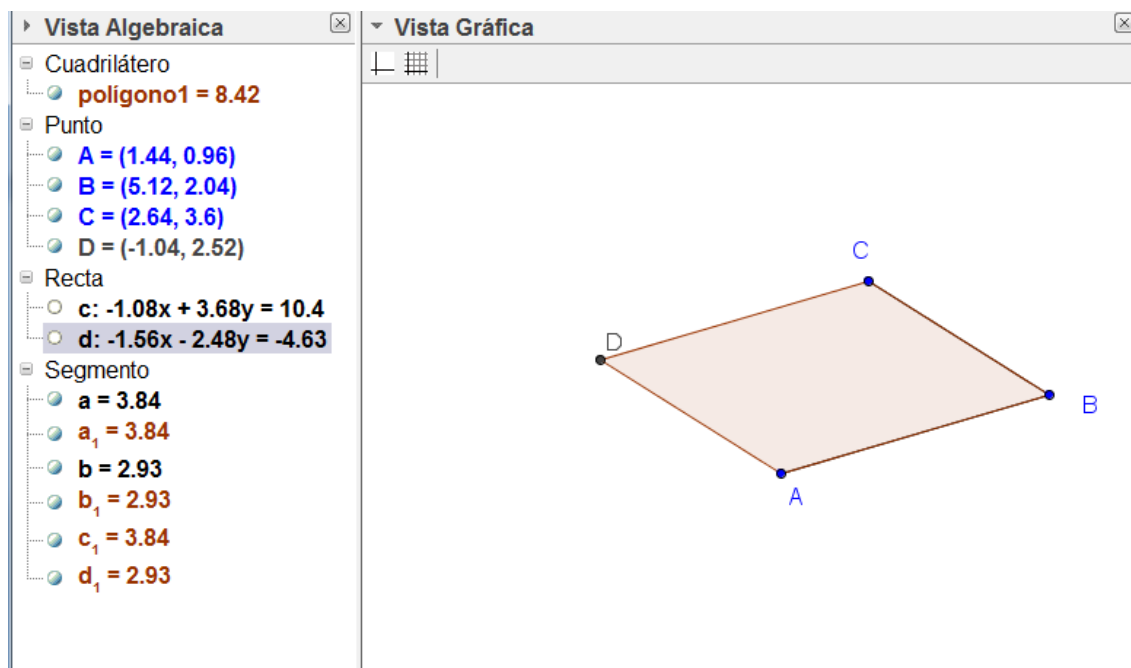


Observamos que aparece el cuadrilátero como *polígono1* con un valor que podemos adelantar que corresponde a su área, los puntos con sus coordenadas con respecto a los ejes que ocultamos en su momento, las ecuaciones de las dos rectas y junto a los dos segmentos dibujados en un primer momento, otros valores que corresponden a los lados del paralelogramo con un valor que corresponde a su longitud.

Cada objeto tiene a su izquierda un pequeño círculo que por defecto aparece relleno.

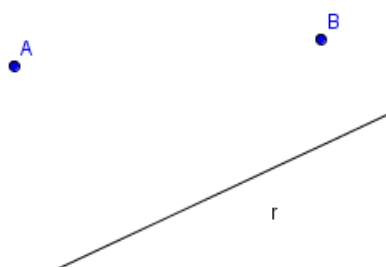
Si pulsamos sobre los círculos que hay a la izquierda de las rectas, comprobaremos que desaparecerán de la vista gráfica.

Al desmarcar estos círculos conseguimos el mismo efecto que **Ocultar objeto** que expusimos con anterioridad. Al pulsar de nuevo sobre estos círculos, los objetos ocultos aparecerán.

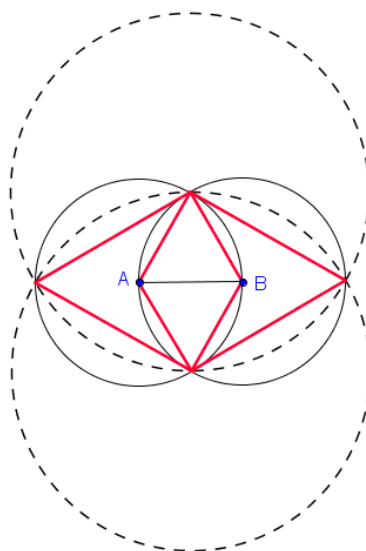


ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Dibuja la circunferencia que tiene como diámetro el segmento que une dos puntos, previamente dibujados.
2. A partir de dos puntos A y M. Dibuja el segmento AB tal que M es su punto medio.
3. Dibuja un pentágono y trazar sus diagonales.
4. Dada una circunferencia de centro O, dibuja un triángulo equilátero cuyos vértices sean O y dos puntos de la circunferencia.
5. En un cuadrilátero de vértices ABCD, dibujar el cuadrilátero cuyos vértices son los puntos medios de los lados del cuadrilátero ABCD.
6. Determina en la recta r un punto C tal que el triángulo ABC sea isósceles en A. ¿Existe siempre este punto? ¿Es único?



7. A partir de una circunferencia, dibuja el cuadrado inscrito.
8. Construye el cuadrado circunscrito a una circunferencia dada.
9. Realiza la siguiente construcción a partir de un segmento AB, de manera que la figura no se deforme al mover cualquiera de los extremos del segmento.



10. Realiza la siguiente construcción a partir de un segmento AB, de manera que no deforme al mover A o B.

