2. ISPIT: KVADRATNE JEDNADŽBE

1. a) $4x^2 - 4x - 3 = 0$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{8} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{8} = \frac{4 \pm 8}{8} = \frac{1 \pm 2}{2}$

$x_1 = \frac{3}{2}$ $x_2 = \frac{-1}{2}$ 1

b) $5x^2 - 3 = 0$

$5x^2 = 3 \,/:5$

$x^2 = \frac{3}{5} \,/\sqrt{\ }$

$x = \pm \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$x = \pm \frac{\sqrt{15}}{5}$ 1

c) $4x^2 + x = 0$

$x(4x+1) = 0$

$x_1 = 0$ $4x + 1 = 0$

$4x = -1$

$x_2 = -\frac{1}{4}$ 1

2. a) Izračunaj diskriminantu i odredi prirodu rješenja jednadžbe. $16x^2 - 12x + 1 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-12)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1$

$D = 144 - 64$

$D = 80$ 1

$D > 0$ 1

Diskriminanta ima 2 realna rješenja. $2 \mathbb{R}$

b) Za koju vrijednost parametra c jednadžba $2x^2 - x + c = 0$ ima različita realna rješenja.

$2\mathbb{R}$ $D > 0$

$b^2 - 4ac > 0$

$(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot c > 0$

$1 - 8c > 0$

$-8c > -1$

$8c < 1$

$c < \frac{1}{8}$ 1

$c \in \langle -\infty, \frac{1}{8} \rangle$ 1

3. RJEŠI JEDNADŽBE:

a) $\frac{2}{x+1} = x \quad / \cdot (x+1) \neq 0$

$x \neq -1$ (1)

$2 = x^2 + x$

$x^2 + x - 2 = 0$

$-1 \quad 2$

$x_1 = 1 \quad x_2 = -2$ (1)

b) $(x^2+x+1)(x^2+x+2) = 12$

$t = x^2 + x$ (1)

$(t+1)(t+2) = 12$

$t^2 + 3t + 2 = 12$

$t^2 + 3t - 10 = 0$

$-2 \quad 5$

$t_1 = 2 \quad t_2 = 5$ (1)

$2 = x^2 + x$

$x^2 + x - 2 = 0$

$-1 \quad 2$

$x_1 = 1 \quad x_2 = -2$ (1)

$5 = x^2 + x$

$x^2 + x - 5 = 0$

$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-20}}{2}$

$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{19}\, i}{2}$

$x_3 = \frac{-1 + \sqrt{19}\, i}{2} \quad x_4 = \frac{-1 + \sqrt{19}\, i}{2}$

c) $3x^4 + 10x^2 + 8 = 0$

$t = x^2$ (1)

$3t^2 + 10t + 8 = 0$

$t_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100-96}}{6} = \frac{-10 \pm 2}{6}$

$t_1 = -\frac{4}{3} \quad t_2 = -2$ (1)

$-\frac{4}{3} = x^2 \quad / \sqrt{\ }$

$x = \pm \sqrt{\frac{4}{-3}}$

$x_{1,2} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}\, i}$

$x_{1,2} = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} i$

$y^2 = -2 \quad / \sqrt{\ }$

$y_{3,4} = \pm \sqrt{2}\, i$

(1)

4. SKRATI.

$$\frac{5x^2+x-4}{5x^2-9x+4} = \frac{5(x+1)(x+\frac{4}{5})}{5(x-1)(x+\frac{4}{5})} = \frac{(x+1)(\cancel{5x+4})}{(x-1)(\cancel{5x+4})} = \frac{x+1}{x-1}$$

1

1) $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{10} = \frac{1 \pm 9}{10}$

$x_1 = \frac{10}{10} = 1$

$x_2 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

(1)

2) $x_{3,4} = \frac{9 \pm \sqrt{81-80}}{10} = \frac{9 \pm 1}{10}$

$x_1 = \frac{10}{10} = 1$

$x_2 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

5. ODREDI VRIJEDNOSTI PARAMETRA p ZA KOJE DANA JEDNADŽBA IMA DVOSTRUKO REALNO RJEŠENJE.

$(2p-1)x^2 - 2(p+1)x + p - 1 = 0$

$(2p-1)x^2 - 2(p+1)x + p - 1 > 0$

$D > 0$

$[-2(p+1)x]^2 - 4(2p-1)(p-1) > 0$

$2p - 1 \neq 0$

$4(p^2+2p+1) - 4(2p^2-2p-p+1) > 0$

$p \neq \frac{1}{2}$

1

$4p^2 + 8p + 4 - 8p^2 + 8p + 4p - 4 > 0$

$-4p^2 + 20p > 0$

1

$4p(-p+5) > 0$

$-p + 5 > 0$

$-p > -5$

$p < 5$

1

$4p > 0$

$p > 0$

$p \in \langle 0, 5 \rangle$

1

6. RIJEŠI SUSTAV JEDNADŽBE $\begin{cases} xy = 12 \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$.

$xy = 12 \longrightarrow x = \frac{12}{y}$

$x - 2y - 2 = 0$

$\frac{12}{y} - 2y - 2 = 0 \quad / \cdot y$

$12 - 2y^2 - 2y = 0$

$-2y^2 - 2y + 12 = 0 \quad / : (-2)$

$y^2 + y - 6 = 0$

$-2 \quad 3$

$y_1 = 2$

$y_2 = -3$

1

$x = \frac{12}{y}$

1

$x_1 = \frac{12}{2} = 6$

$x_2 = \frac{12}{-3} = -4$

6. Euridika je lik grčke mitologije. Za koji zbroj znamenki dvoznamenkastog broja je 11, a umnožak 24 viša od svog muža te koje je njegovo ime? Rješenje ne prelazi 0,5 m.

$x + y = 11 \rightarrow x = 11 - y$ 1

$x \cdot y = 24$

$x \cdot y = 24$

$11y + y^2 - 24 = 0$

$y^2 + 11y - 24 = 0$

$y_1 = 3$

$y_2 = 8$

$x_1 = 11 - 3$

$x_1 = 8$

$x_2 = 3$

Euridika je od Orfeja niža za 38 cm. 1

+1

Iva Grahovac, Judita Štimac, Ema Bobić, Lana Klobučarić, Bruno Špehar (2a)