ODABRANI

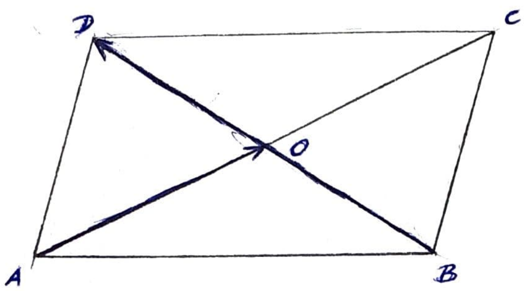
zadatci

Vektori

Nastavne jedinice: „Osnovni pojmovi o vektorima" (I)
„Množenje vektora skalarom" (III)
„Vektori u Kartezijevu koordinatnom sustavu" (V)

I

2. Dan je paralelogram ABCD. Točka O sjecište je njegovih dijagonala. Promatramo skup vektora kojima su početna i završna točka vrh paralelograma ili točka O.



1) Ispiši sve vektore koji imaju jednak smjer kao vektor $\overrightarrow{AO}$. Zaokruži one s istom orijentacijom.

RJEŠENJE: $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{CA}$

2) Ispiši sve vektore koji imaju jednak smjer kao vektor $\overrightarrow{BD}$. Zaokruži one s istom orijentacijom.

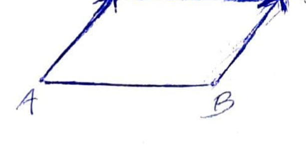
RJEŠENJE: $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{DO}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{DB}$

3. Koliko postoji vektora kojima su početna i završna točka neka dva vrha trokuta ABC.

RJEŠENJE: šest ($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$)

5. Ako je $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, dokaži da je $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

RJEŠENJE: jedini geometrijski lik koji zadovoljava ove jednakosti je paralelogram ABDC (moguć ~~romb te kvadrat~~ PARALELOGRAM). Kad ga nacrtamo, dokazujemo da je $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.



III

3. Za koje vrijednosti broja k su vektori $\vec{a}$ i $k\cdot\vec{a}$

1) jednaki? RJEŠENJE: $k=1$

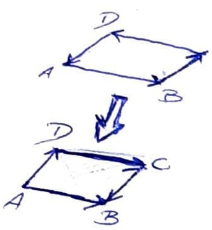
2) suprotni? RJEŠENJE: $k=-1$

3) iste orijentacije? RJEŠENJE: $k>0$

5. Pojednostavni:

1) $\vec{AB}-\vec{BC}-\vec{CD}-\vec{DA}$

RJEŠENJE: Zamislimo neki (~~paralelogram~~) četverokut ABCD i označimo vektore na njima. Vidimo da su ulančani. Zbroj ulančanih vektora je $\vec{0}$ (nul-vektor), a mi imamo razliku ulančanih vektora. Izlazimo na to da za $\vec{a}-\vec{b}$ vrijedi $\vec{a}+(-\vec{b})$, zadatak je jednostavan.



$\vec{AB}+(-\vec{BC})+(-\vec{CD})+(-\vec{DA}) = \vec{AB}+\underbrace{\vec{CB}+\vec{DC}+\vec{AD}}_{\vec{AB}}$

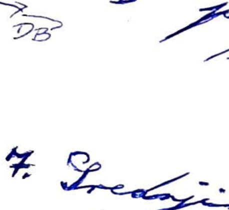
$= \vec{AB}+\vec{AB} = 2\vec{AB}$

2) $(\vec{AB}-\vec{BC})-(\vec{CD}+\vec{AD})+(\vec{CB}-\vec{CD}) = \vec{AB}-\vec{BC}-\vec{CD}-\vec{AD}+\vec{CB}-\vec{CD}$

$=\vec{AB}+\vec{CB}+\vec{DC}+\vec{DA}+\vec{CB}+\vec{DC}$

$=\vec{AB}+2\vec{CB}+\vec{DA}+2\vec{DC} = \underbrace{\vec{AB}+\vec{DA}}_{\vec{DB}}+\underbrace{2\vec{CB}+2\vec{DC}}_{2\vec{DB}}$

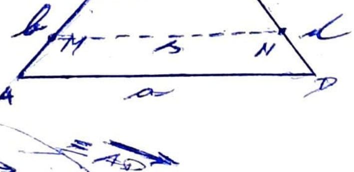
$=3\vec{DB}$



Mogu se prvo riješiti zagrade, a može se i pretvoriti u prethodni zadatak!

7. Srednjica trapeza dužina je koja spaja polovišta njegovih krakova. Srednjica je usporedna osnovicama i njezina je duljina $s=\frac{1}{2}(a+c)$. Dokaži.

RJEŠENJE:



Ako vrijedi $s\parallel a$ i $s\parallel c$ te $a\parallel c$, onda to možemo riješiti i vektorima, i to kolinearnošću.

$\vec{AM}+\vec{MN}+\vec{ND}=\vec{AD}$

$\vec{MB}+\vec{MN}+\vec{NC}=\vec{BC}$

JEDNAKOSTI SE ZBROJE

$\vec{MN}=\frac{1}{2}(\vec{BC}+\vec{AD}) \quad /\cdot 2$

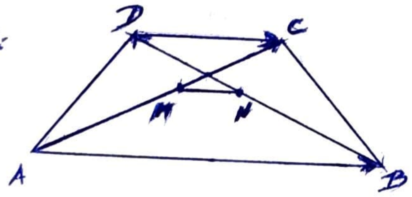
$2\vec{MN}=\vec{BC}+\vec{AD}$

$\vec{MN}+\vec{MN}=-\vec{MB}+\vec{NC}+\vec{AM}+\vec{ND}$

Jasno je da su kolinearni.

11. Dokaži da je dužina $\overline{MN}$ koja spaja polovišta M i N dijagonala $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$ trapeza ABCD paralelna s osnovicama trapeza.

RJEŠENJE:



$\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) / \cdot 2$

$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AB} = k \cdot (2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD})$

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})$

$\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD})$

$\overrightarrow{MN} = (k-1) \overrightarrow{DC}$

V

28. i 29. str.

30. str. = ZADATCI