Camino fractal al centro.

En esta obra, intento capturar el concepto intuitivo de un fractal mediante GeoGebra. La obra está inspirada en el triángulo de Sierpinsky, fractal bastante famoso debido a su simpleza. No obstante, esta obra presenta unos triángulos dentro de otros de forma que se aprecie la idea de un fractal a medida que la figura se va moviendo. Este movimiento, busca representar lo que sería un intento de explorar un fractal con una lupa cada vez más y más grande, al final siempre encuentras que por mucho que amplies tu imagen, siempre encuentras el mismo patrón repitiéndose dentro de sí mismo.

A primera vista, puede parecer que lo que se presenta es una animación hecha con un deslizador, que, a medida que este incrementa, los triángulos van creciendo. Sin embargo, si fuese ese el caso, en algún momento se vería como la animación se empieza a repetir desde cero y se descubriría el truco. En este proyecto, la animación podríamos decir que es infinita, en el sentido de que por mucho tiempo que la dejes avanzar, esta no se parará nunca (siempre y cuando el ordenador no se quede sin batería).

Hacer una construcción con infinitos triángulos en GeoGebra y un deslizador que crezca eternamente es totalmente imposible. No obstante, a pesar de que parece que utilizando tan solo las herramientas básicas que ofrece GeoGebra no se puede realizar esta construcción, se puede conseguir construirla usando tan solo un deslizador y unos pocos segmentos que conformen los triángulos. A continuación, describiré paso por paso el proceso.

Lo primero que hacemos es crear un triángulo equilátero con su baricentro en el punto (0,0). Se puede centrar en cualquier otro punto, pero creo que esta elección es más cómoda a la hora de trabajar.

Para crearlo, he usado el comando:

Secuencia((cos(2πk/3 +π/2), sen(2 πk/3 +π/2)), k,0,2)

Que crea los puntos correspondientes a las raíces cúbicas de la unidad en los complejos, rotadas 90 grados. A esta secuencia de puntos la llamo T, consiguiendo que cualquier triángulo semejante con el baricentro en el (0,0) lo puedo escribir como k*T, en donde k es un número real cualquiera que representa la proporción relativa a T. De esta forma, es más sencillo trabajar con varios triángulos a la vez, ya

que al escribirlos todos de la forma k*T no tengo que preocuparme de que se mantengan equiláteros, y es más fácil de hacer que crezcan.

Lo siguiente que hacemos es crear un deslizador t, que representa el tiempo en nuestra animación y determina el tamaño de cada triángulo. Este deslizador toma valores naturales entre 0 y 1792. La elección de este segundo valor se hizo para que la animación no tuviese ningún salto que rompiese el efecto del crecimiento continuo.

Como en la obra se utilizan 8 triángulos en total; creamos 8 números que serán positivos, t1, t2, ..., t8, que dependerán de t, y los 8 triángulos T1, T2, ..., T8, en donde Ti = (-1)^(i+1) ti*T, i = 1, 2, ..., 8. El producto por la potencia i+1-ésima de -1 es para que haya unos triángulos que miren hacia arriba y otros que miren hacia abajo.

La idea principal de la obra es hacer que los triángulos, cuando salgan de la pantalla, cambien su tamaño de forma que aparezcan en el centro como un triangulo pequeño y que cuando crezcan parezcan que son unos triángulos nuevos.

Para conseguir este efecto, debemos tener en cuenta que si un triángulo A está contenido en el triangulo B, y los vértices de A intersecan a los lados de B, entonces el triangulo B debe de crecer al doble de velocidad que el triangulo A. Esto es porque A y B son semejantes, y que para que la intersección ocurra de la forma antes descrita, deben tener razón de semejanza -1/2 en todo momento.

Teniendo esto en cuenta, basta con asegurarnos de que la razón se mantenga entre t1 y t2, entre t2 y t3, etc. Menos cuando uno sea el triángulo más grande y el otro el más pequeño. Veamos a continuación a t1 en función de t:

t1=Si(t<256,((t)/(256))+((1)/(2)),Si(t<512,((t)/(128))-((1)/(2)),Si(t<256*3,((t)/(64))-((9)/(2)),Si(t<1024,((t)/(32))-((33)/(2)),Si(t<256*5,((t)/(16))-((97)/(2)),Si(t<256*6,((t)/(8))-((257)/(2)),Si(t<256*7,((t)/(4))-((641)/(2)),((t)/(2))-((1537)/(2)))))))))

Como se puede ver, la expresión completa es grande, así que es mejor verla en la vista algebraica del archivo GeoGebra entregado.

Aunque puede asustar un poco verla sin explicar, realmente no es tan complicada si la explicas paso a paso: la idea es usar el comando Si para distinguir casos según

el valor de t. Por ejemplo, Si t<256, entonces t1 toma la expresión t/256 + ½, si 256 <= t < 512, t1 toma la expresión t/128 -1/2. En este segundo intervalo, t1 crece el doble de rápido para ajustarse al siguiente triángulo. El término independiente simplemente ajusta que no ocurra un salto entre el valor t=255 y t=256. En la expresión de t2, con t < 256, se tiene t/128 + 1 = 2*t1, por lo que en este intervalo T1 está contenido en T2 de forma que solo los vértices de T1 intersecan a T2. La igualdad t2 = 2*t1 no siempre es cierta, ya que cuando T2 sea el triángulo pequeño, se cumplirá t2 = t1/128.

Razonando igual podemos entender el resto de los valores con los que trabajamos. Además, podemos entender a t1 como una función continua en el intervalo [0,1792]. Lo mismo es cierto para los otros ti, i = 2, 3, ..., 8; salvo porque tienen una única discontinuidad de salto cuando se pasa del valor que hace al triangulo el más grande al valor que hace al triángulo el más pequeño.

Para que se pinte la pantalla de color, simplemente activamos el rastro de los segmentos que conforman los triángulos y utilizamos colores dinámicos para darles color mediante la siguiente lógica:

Si r es un segmento de Ti, i = 1, 2, ..., 8, entonces su color dinámico con la opción HSV es

matiz: (i-1)/8,

saturación: f(t+256(i-1)), en donde f(x) = x/2048 – floor(x/2048), que es la función parte decimal ajustada para trabajar con ella

Valor: 1

Tomando la saturación de esta forma, conseguimos que el centro de la figura tenga un color más suave y blanco, que ayuda a simular el efecto de no poder ver un fractal en su plenitud, pero a medida que se acerca lo podemos ver con más claridad.