a) **La ecuación de difusión,** que en una dimensión es de la forma

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} = 0 \tag{50}$$

Esta ecuación, de segundo orden en $x$ y primer orden en $t$, permite determinar, por ejemplo, la temperatura $U(x,t)$ de una barra conductora de calor de longitud $L$ en función de la posición $x$ y el tiempo $t$, si se conocen la distribución inicial de temperatura $U(x,0)$ y las temperaturas en los bordes $U(0,t)$ y $U(L,t)$ (se asume que la barra está térmicamente aislada salvo en los extremos). En este caso $\alpha$ es una constante positiva que depende de la conductividad térmica, el calor específico y la densidad del material.

**Solución general**

$$\boxed{U(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\alpha (n\pi/L)^2 t} \operatorname{sen}(n\pi x/L)}$$

$$\boxed{B_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x) \operatorname{sen}(n\pi x/L) dx\,, \quad n = 1, 2, 3, \ldots}$$