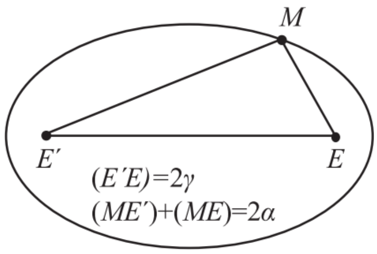
Ορισμός Έλλειψης

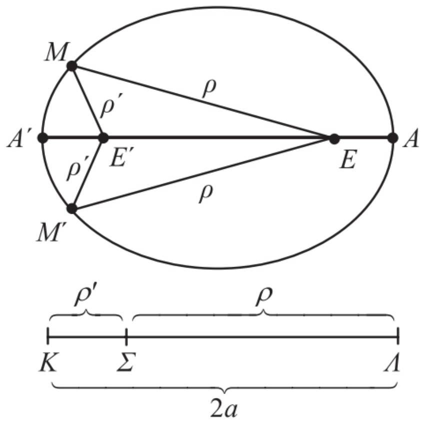
Έστω E' και E δύο σημεία ενός επιπέδου. Ονομάζεται **έλλειψη** με **εστίες** τα σημεία E' και E ο γεωμετρικός τόπος C των σημείων του επιπέδου των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από τα E' και E είναι σταθερό και μεγαλύτερο του $E'E$. Το σταθερό αυτό άθροισμα το συμβολίζουμε, συνήθως, με $\boldsymbol{2\alpha}$ και την απόσταση των εστιών E' και E με $\boldsymbol{2\gamma}$. Η απόσταση $E'E$ ονομάζεται **εστιακή απόσταση** της έλλειψης.

Σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό:



α) Ένα σημείο M του επιπέδου είναι σημείο της έλλειψης, αν και μόνο αν

$$\boldsymbol{(ME') + (ME) = 2\alpha}$$



β) Ισχύει $(E'E) < (ME') + (ME)$, δηλαδή $2\gamma < 2\alpha$ οπότε $\gamma < \alpha$. Αν $\gamma = 0$, τότε τα σημεία E', E συμπίπτουν, οπότε η έλλειψη γίνεται κύκλος με κέντρο το E και ακτίνα α.

Για να βρούμε ένα σημείο της έλλειψης C, εργαζόμαστε ως εξής:

Παίρνουμε ένα τμήμα $K\Lambda$ μήκους 2α και ένα οποιοδήποτε σημείο του Σ. Με κέντρα τα E' και E και ακτίνες $\rho' = (K\Sigma)$ και $\rho = (\Lambda\Sigma)$, αντιστοίχως, γράφουμε δύο κύκλους, οι οποίοι τέμνονται στα σημεία M και M'. Τα σημεία M και M' είναι σημεία της έλλειψης, γιατί ισχύει $(ME') + (ME) = \rho' + \rho = 2\alpha$ και $(M'E') + (M'E) = \rho' + \rho = 2\alpha$.

Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να κατασκευάσουμε οσαδήποτε σημεία της έλλειψης.