# 8 класс. Геометрия. Дюжина задач на доказательство.

## *Параллелограмм.*

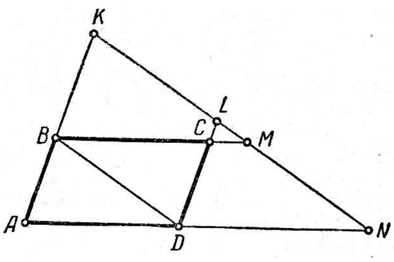
**1.** Дан параллелограмм и прямая, параллельная его диагонали. Доказать, что продолжения параллельных сторон отсекают от этой прямой равные отрезки.
**2.** Треугольник $ABC$ – равнобедренный; через произвольную точку $D$ основания $AC$ проведены прямая, параллельная $AB$, которая пересекает $BC$ в точке $E$, и прямая, параллельная $CB$, которая пересекает $AB$ в точке $F$. Доказать, что периметр четырёхугольника $BEDF$ не зависит от положения точки $D$.
**3.** Внутри треугольника $ABC$ взята точка $M$ и построены параллелограммы $AMBM_1$, $BMCB_2$, $CMAM_3$. Доказать, что прямые $AM_2$, $BM_3$, $CM_1$ пересекаются в одной точке.

## *Прямоугольник, ромб, квадрат.*

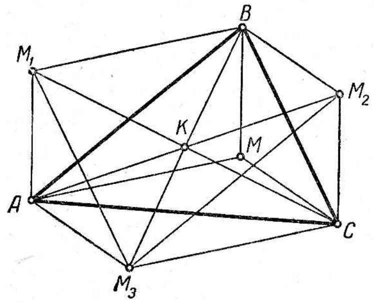
**4.** Прямая пересекает параллельные стороны квадрата; вторая прямая, перпендикулярная первой, пересекает две другие стороны квадрата. Доказать, что отрезки этих прямых, ограниченные точками пересечения со сторонами квадрата, равны между собой.
**5.** В параллелограмме проведены биссектрисы внутренних углов до взаимного пересечения. Доказать, что четырёхугольник, образованный этими биссектрисами, – прямоугольник.
**6.** На сторонах треугольника построены вне его квадраты. Доказать, что отрезок прямой, соединяющей вершины сторон квадратов, выходящих из одной вершины треугольника, в два раза больше медианы треугольника, проведённой из той же вершины.
**7.** $ABCD$ – квадрат, точка $M$ взята на стороне $CD$, $AK$ – биссектриса угла $BAM$ (точка $K$ лежит на стороне $BC$). Доказать, что $AM = BK + DM$.
**8.** На катетах $CB$ и $CA$ прямоугольного треугольника $ABC$ построены вне треугольника квадраты $BCED$ и $CAFG$. Проведены $DD_1 \perp AB$, $FF_1 \perp AB$, а $DE$ и $FG$ продолжены до пересечения в точке $K$. Доказать, что: 1) точки $D$, $C$, $F$ лежат на одной прямой;
2) $AB = DD_1 + FF_1$; 3) $BE \parallel AG$; 4) $KC \perp AB$.

## *Средняя линия треугольника.*

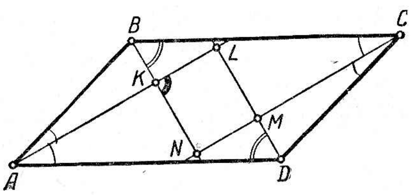
**9.** В параллелограме $ABCD$ прямая, параллельная $AB$, пересекает $BC$ в точке $P$, $AD$ – в точке $Q$. $M$ – точка пересечения прямых $AP$ и $BQ$, $N$ – прямых $PD$ и $QC$. Доказать, что $MN \parallel AD$ и $MN = \frac{1}{2}AD$.
**10.** Доказать, что в выпуклом четырёхугольнике середины диагоналей и точка пересечения прямых, соединяющих середины противолежащих сторон, лежат на одной прямой.
**11.** В треугольнике $ABC$ $BM$ и $CN$ – биссектрисы внешних углов $B$ и $C$, $AM$ и $AN$ – перпендикуляры, опущенные из вершины $A$ соответственно на $BM$ и $CN$. Доказать, что длина отрезка $MN$ равна полупериметру треугольника $ABC$.
**12.** В параллелограме $ABCD$ $BC = 2AB$, $M$ – середина $AD$, $E$ – основание перпендикуляра, опущенного из вершины $C$ на сторону $AB$. Доказать, что $\angle DME = 3\angle AEM$.



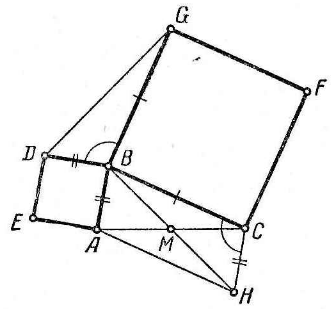
1.



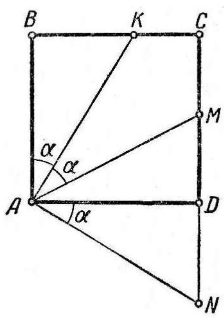
3.



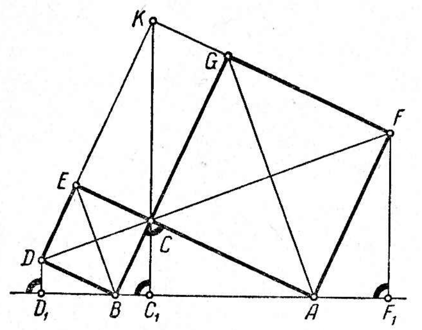
5.



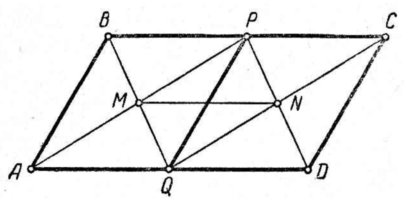
6.



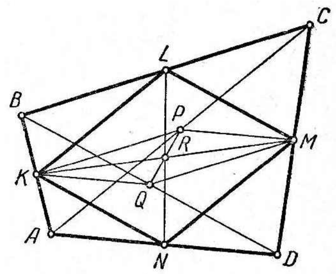
7.



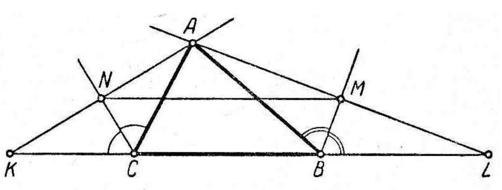
8.



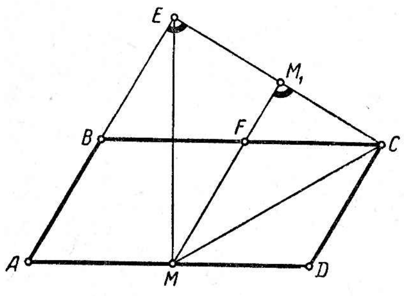
9.



10.



11.



12.