

Kurz GeoGebra

3.

Geometrie v prostoru

GeoGebra institut Ostrava
ggi.vsb.cz



Přehled nástrojů pro 3D Nákresnu (verze Klasik 5)

Pohyb



Ukazovátko

Bod



Nový bod



Bod na objektu



Průsečík



Střed



Připojit / Oddělit bod

Přímka



Přímka



Úsečka



Úsečka s pevnou délkou



Polopřímka



Vektor



Vektor z bodu

Speciální přímky



Kolmice



Rovnoběžka



Osa úhlu



Tečna z bodu



Polára



Množina bodů

Mnohoúhelník



Mnohoúhelník



Pravidelný mnohoúhelník

Kružnice, oblouk a kuželosečka



Kružnice daná osou a bodem



Kružnice daná středem, poloměrem a směrem



Kružnice daná třemi body



Kruhový oblouk



Kruhový oblouk procházející třemi body



Kruhová výseč



Kruhová výseč k oblouku třemi body



Elipsa



Hyperbola



Parabola



Kuželosečka daná pěti body

Průnik



Průnik dvou ploch

Rovina



Rovina procházející třemi body



Rovina



Kolmá rovina



Rovnoběžná rovina

Geometrická tělesa



Jehlan



Hranol



Vytažení do jehlanu nebo kužele



Vytažení do hranolu nebo válce



Kužel



Válec



Čtyřstěn



Krychle



Síť

Koule



Koule zadaná středem a bodem



Koule zadaná středem a poloměrem

Měření



Úhel



Vzdálenost



Obsah



Objem

Transformace



Rovinná souměrnost



Osová souměrnost



Středová souměrnost



Otočení kolem přímky



Posunutí



Stejnolehlost

Aktivní prvky

ABC

Text

Obecné nástroje



Otočit grafický náhled 3D



Pohybovat s nákresnou



Zvětšit



Zmenšit



Zobrazit / skrýt objekt



Zobrazit / skrýt popis



Kopírovat formát



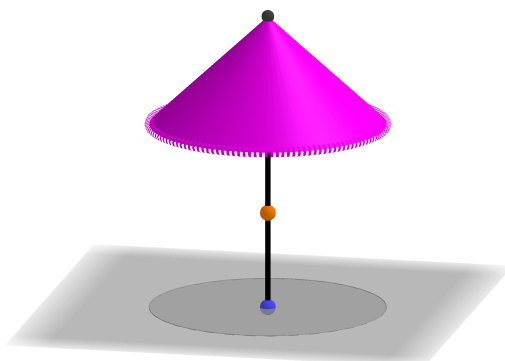
Zrušit



Pohled podle objektu

Slunečník

Zadání: Vytvoříme v GeoGebře slunečník, který lze rozevřít a zavřít.

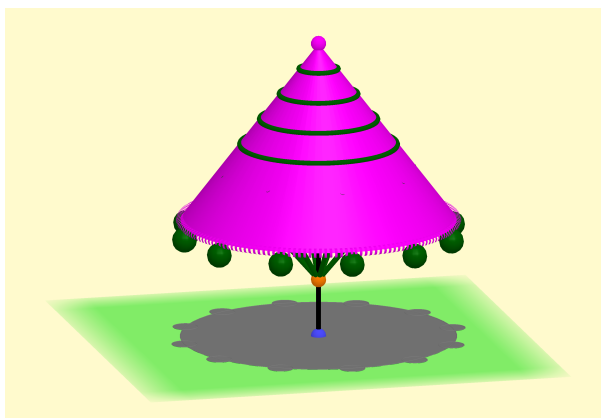


Základem slunečníku budou tři body na jedné přímce, mezi prvními dvěma body se bude pohybovat bod na ovládání slunečníku Zobrazíme *Grafický náhled 3D* a skryjeme osy, skryjeme *Nákresnu*.

1.	<input type="text" value="vstup:"/>	Do vstupu postupně zadáme $A = (0, 0, 0)$, $B = A + (0, 0, 19)$, $C = B + (0, 0, 5)$
2.		Vytvoříme úsečku AB a úsečku BC
3.		Na první úsečce $f = AB$ vytvoříme bod D, změníme jeho barvu na oranžovou
4.		Vytvoříme kouli a se středem v bodě D a poloměrem 12, vytvoříme druhou kouli b se středem v bodě C a poloměrem 13
5.		Pomocí nástroje Průnik dvou ploch najdeme průnik obou koulí, vznikne kružnice c, která bude tvořit okraj slunečníku. Obě koule skryjeme
6.	<input type="text" value="vstup:"/>	Vytvoříme kužel $d = \text{Kuzel}(c, \text{Vzdalenost}(\text{Stred}(c), C))$ (pokud se kužel zobrazí opačně s vrcholem dole, tak ve vlastnostech kuželu přepíšeme v definici znaménko „-“ před příkaz <i>Vzdalenost</i>)
7.	<input type="text" value="vstup:"/>	Zadáme $\text{stin} = \text{Kruznice}(A, \text{Polomer}(c), \text{Vektor}((0, 0, 1)))$. Ve vlastnostech kružnice stin nastavíme <i>Barvu</i> na šedou, <i>Neprůhlednost</i> na 100, <i>Tloušťku čar</i> na 1

Vytvořením kuželu vznikne nová kuželosečka, která je vrcholem kuželu a splývá s bodem C (můžeme ji skrýt), dále vznikne nová pocha. Ve vlastnostech plochy nastavíme *Barvu* na purpurovou, *Neprůhlednost* na 100. Ve vlastnostech podstavné kružnice c nastavíme *Barvu* na purpurovou, *Neprůhlednost* na 0, *Tloušťku čáry* na 9 a *Styl čáry* na tečkovanou. Skryjeme všechny popisy objektů. Ve *Vlastnostech* bodu D můžeme zapnout *Animaci* a změnit její hodnotu na *oscilující*.

Náměty na vylepšení slunečníku



Změna barvy pozadí a roviny

Pravým tlačítkem klikneme do *Grafického náhledu 3D*, vybereme řádek *Nákresna...* a v části *Různé* nastavíme barvu pozadí na světle žlutou.

Změnu barvy roviny, na které stojí slunečník, můžeme provést ve *Vstupním poli* zadáním příkazu `NastavitBarvu (RovinaXOy, zelená)`. (Tato změna se neuchová při uložení souboru. Při zpětném otevření bude mít rovina původní barvu.)

Přidání podpěrných tyček

8.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Vytvoříme bod na kružnici c příkazem <code>E=Bod (c)</code> , bod skryjeme
9.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Vytvoříme posloupnost úseček příkazem <code>tyce=Posloupnost (Usecka (D, Rotace (E, 2*i*pi/8, f)), i, 0, 8)</code>

Podle potřeby upravíme tloušťku a barvu posloupnosti.

Přidání vodorovných pruhů na slunečník

10.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupu napíšeme <code>pruhy=Posloupnost (Stejnolehlost (c, j/5, C), j, 1, 4)</code>
-----	-------------------------------------	---

Podle potřeby upravíme tloušťku a barvu posloupnosti.

Protážení slunečníku

11.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupu napíšeme <code>novec=Stejnolehlost (c, 1.4, C)</code>
-----	-------------------------------------	---

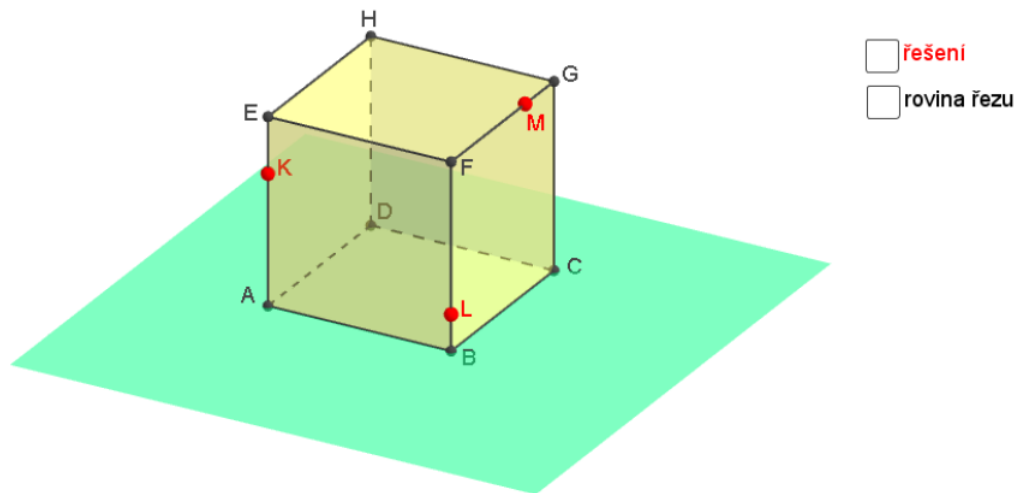
Otevřeme si vlastnosti kuželu d a v jeho definici nahradíme kružnici c novou kružnicí $novec$ (je tan dakrát). Změníme vlastnosti podstavné kuželosečky a pláště stejně, jako u původního kuželu. Ve vlastnostech kuželosečky $stin$ v definici nahradíme kružnici c kružnicí $novec$.

Zavěšené ozdoby

12.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupu napíšeme <code>lem=Posloupnost (Koule (Bod (novec, j/12) - (0, 0, 1), 1), j, 1, 12)</code>
13.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Přidáme stíny <code>stin=Posloupnost (Kruznice ((x (Bod (novec, j/12)), y (Bod (novec, j/12)), 0), 1, OsaZ), j, 1, 12)</code>

Řez krychle

Zadání: Vytvořte pomůcku na řez krychle ve stereometrii.

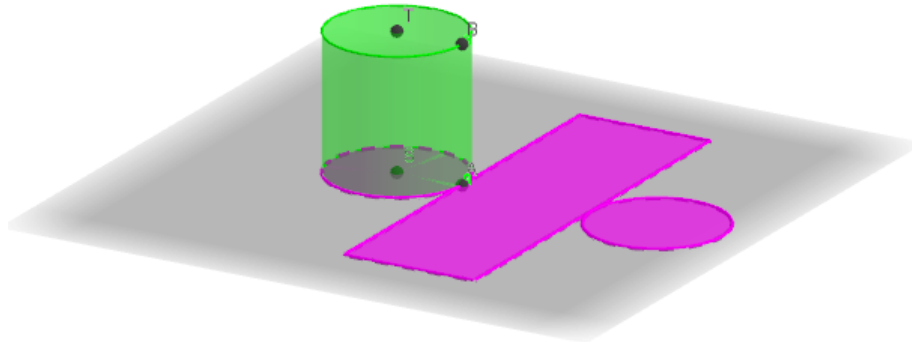


1.		Otevřeme okno <i>Grafický náhled 3D</i> a to buď tak, že z postranního panelu vybereme <i>3D Grafika</i> nebo z hlavního menu vybereme položku <i>Zobrazit/ Grafický náhled 3D</i> .
2.		Vytvoříme krychli: dvakrát klikneme na (šedou) rovinu xy do míst, kde chceme umístit vrcholy A a B krychle.
3.		Vytvoříme rovinu řezu: postupně klikneme na osu x , y a z . Vytvoříme tak tři body I, J a K a jimi určenou rovinu p .
4.		Nastavíme body I, J a K tak, aby rovina p měla s krychlí neprázdný průnik.
5.		V <i>Algebraickém okně</i> klikneme postupně na krychli a a na rovinu p .
6.		Z hlavního menu vybereme položku <i>Zobrazit/ Náskresna 2</i> . V <i>Náskresně 2</i> skryjeme osy.
7.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole napíšeme příkaz <code>rov=false</code>
8.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole napíšeme příkaz <code>res=false</code>
9.		Objekty <code>rov</code> a <code>res</code> zobrazíme v <i>Náskresně 2</i> . Ve <i>Vlastnostech</i> <code>rov</code> přidáme popisek <code>rovina řezu</code> a ve <i>Vlastnostech</i> <code>res</code> přidáme popisek <code>řešení</code> .
10.		Rovině p nastavíme podmínku zobrazení <code>rov</code> . Úsečkám <code>c</code> , <code>d</code> , <code>e</code> , <code>f</code> , <code>g</code> a <code>h</code> a řezu mnohoúhelníku nastavíme podmínku zobrazení <code>res</code> .
11.		Objektům nastavíme požadovanou barvu a styl, změňme popřípadě vypneme popisky u objektů, v hlavním menu <i>Nastavení/Pro pokročilé/Předvolby - Grafický náhled 3D</i> vypneme <i>zobrazit ořezový box</i> , zapneme <i>Použít ořez pohledu</i> .

Změnu barvy roviny, na které stojí krychle, můžeme provést ve *Vstupním poli* zadáním příkazu `NastavitBarvu(RovinaXOy, 0, 1, 0.5)`. (Tato změna se neuchová při uložení souboru. Při zpětném otevření bude mít rovina původní barvu.)

Sít' válce

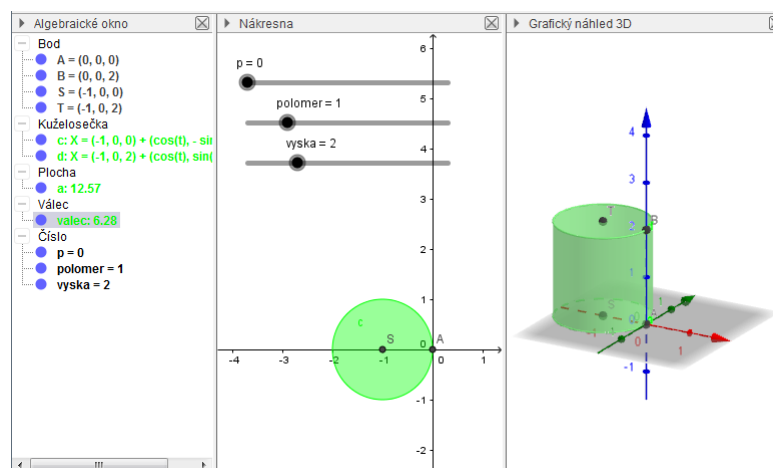
Zadání: Vytvoříme v GeoGebře pomůcku pro dynamické rozvinutí povrchu válce do roviny podstavy, sít' válce.



Příkaz *Sít* v GeoGebře pracuje pouze s hranatými tělesy. Lze jej použít na jehlan, hranol a platónská tělesa. Naše těleso bude válec.

Zadání válce

1.		Vytvoříme posuvník p od 0 do 1 s krokem 0.01, který bude měnit rozevření sítě. Posuvník nastavíme na hodnotu 0.
2.		Vytvoříme posuvník $polomer$ od 0 do 5 s krokem 0.05, který bude měnit poloměr válce.
3.		Vytvoříme posuvník $vyska$ od 0 do 8 s krokem 0.05, který bude měnit výšku válce. Posuvník nastavíme na hodnotu 2.
4.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Zkonstruujeme středy podstav $S = (-polomer, 0, 0)$, $T = S + (0, 0, vyska)$ a body určující povrchovou přímku umístěnou do osy z , $A = S + (polomer, 0, 0)$, $B = A + (0, 0, vyska)$
5.		Zobrazíme <i>Grafický náhled 3D</i> . Vytvoříme válec zadaný středy podstav S a T s poloměrem $polomer$. Změníme barvu válce např. na zelenou.



Při vytváření sítě se plášť původního válce začne rozevírat. Rozevírání válce realizujeme využitím pomocného válce, jehož poloměr R se bude zvětšovat. Požadujeme, aby v případě nastavení posuvníku p na hodnotu 0 pomocný válec splýnul se zadaným válcem, a aby při hodnotě blízké 1 posuvníku p se poloměr R zvětšoval do nekonečna, válec se bude rozevírat do roviny podstavy.

6.	<input type="text" value="vstup:"/>	Zadáme poloměr pomocného válce $R = \text{polomer} / (1 - p)$
----	-------------------------------------	---

Parametrizace pláště pomocného válce

Každý bod X ležící na plášti pomocného válce je určen třemi kartézskými souřadnicemi, $X = (x, y, z) = (f_1, f_2, f_3)$ závislými na dvou parametrech u a v .

7.	<input type="text" value="vstup:"/>	Plášť válce parametrizujeme funkcemi $f_1(u, v) = \text{Funkce}(R \cdot \cos(v \cdot \text{polomer} / R) - R, u, 0, \text{vyska}, v, -\pi, \pi)$ $f_2(u, v) = \text{Funkce}(R \cdot \sin(v \cdot \text{polomer} / R), u, 0, \text{vyska}, v, -\pi, \pi)$ $f_3(u, v) = \text{Funkce}(u, u, 0, \text{vyska}, v, -\pi, \pi)$ Funkce skryjeme.
----	-------------------------------------	--

Předchozí parametrizované rovnice představují posunuté cylindrické souřadnice, kdy osou válce není osa z , ale osa probíhající středy podstav pomocného válce. Úhlová souřadnice je nastavena tak, aby v každém okamžiku délka zobrazovaného oblouku rozvíjejícího se pomocného válce byla rovna délce obvodu podstavy zadaného válce.

Rotace pláště pomocného válce kolem osy y

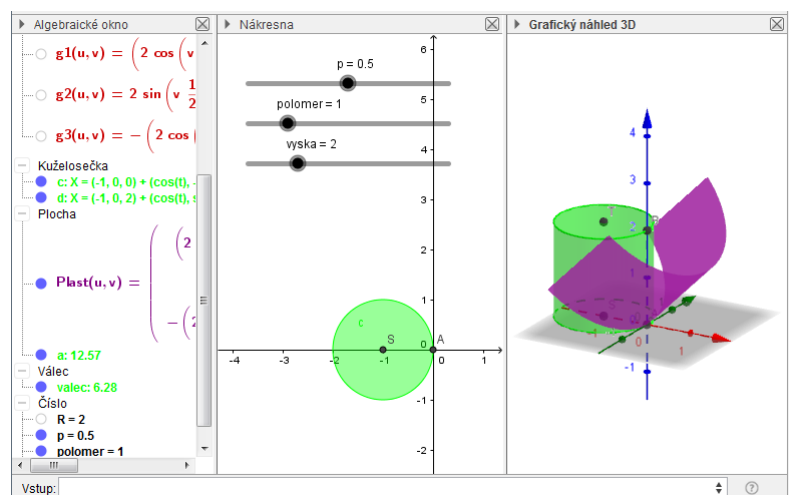
Budeme rotovat plášť pomocného válce kolem osy y , která je zároveň tečnou k podstavě v bodě A . Využijeme známé transformační vztahy pro rotaci kolem osy y o úhel $p \cdot \pi / 2$.

8.	<input type="text" value="vstup:"/>	Do vstupu postupně zadáme $g_1(u, v) = f_1(u, v) \cdot \cos(p \cdot \pi / 2) + f_3(u, v) \cdot \sin(p \cdot \pi / 2)$ $g_2(u, v) = f_2(u, v)$ $g_3(u, v) = -f_1(u, v) \cdot \sin(p \cdot \pi / 2) + f_3(u, v) \cdot \cos(p \cdot \pi / 2)$ Funkce skryjeme.
----	-------------------------------------	---

Plášť pomocného válce

9.	<input type="text" value="vstup:"/>	$\text{Plast} = \text{Plocha}(g_1(u, v), g_2(u, v), g_3(u, v), u, 0, \text{vyska}, v, -\pi, \pi)$ Ve vlastnostech plochy nastavíme <i>Tloušťku čáry</i> na 0 , <i>Barvu</i> na purpurová, <i>Neprůhlednost</i> na 75 a zrušíme zobrazení popisu.
----	-------------------------------------	---

Zkuste hýbat s posuvníkem p .



Pro větší přehlednost přidáme k plášti okraj pomocí parametrizace pláště, ve které nastavíme jeden parametr na krajní hodnotu.

10.	Vstup: <input type="text"/>	$\text{Okraj1} = \text{Krivka}[\text{Plast}(0, v), v, -\pi, \pi]$ $\text{Okraj2} = \text{Krivka}[\text{Plast}(\text{vyska}, v), v, -\pi, \pi]$ $\text{Okraj3} = \text{Krivka}[\text{Plast}(u, -\pi), u, 0, \text{vyska}]$ $\text{Okraj4} = \text{Krivka}[\text{Plast}(u, \pi), u, 0, \text{vyska}]$ <p>Nastavíme <i>Barvu</i> na purpurová, <i>Tloušťku čáry</i> na hodnotu 3. Zrušíme zobrazení popisu.</p>
-----	-----------------------------	--

Krajní poloha pláště pro $p=1$ - plně rozvinutá síť

Nakonec přidáme část (obdélník o rozměrech vyska a $2 \cdot \pi \cdot \text{polomer}$), která bude odpovídat krajní poloze parametru $p=1$, kdy parametrizovaná plocha není definovaná, protože ve vyjádření R dělíme výrazem $(1-p)$, který je v krajní poloze roven nule.

11.	Vstup: <input type="text"/>	$\text{SitCast0} = \text{Mnolehelnik}[A + (0, \text{polomer} \cdot \pi, 0),$ $A + (\text{vyska}, \text{polomer} \cdot \pi, 0), A + (\text{vyska}, -\text{polomer} \cdot \pi, 0),$ $A + (0, -\text{polomer} \cdot \pi, 0)]$
-----	-----------------------------	--

Ve vlastnostech SitCast0 změňme *Tloušťku čáry* na 3, změňme *Barvu* na purpurovou, nastavíme *Neprůhlednost* na 75 a zrušíme zobrazení popisu. Tento obdélník budeme chtít zobrazit jen v případě, kdy $p=1$. Proto do *Podmínek zobrazení objektu* v záložce *Pro pokročilé* napíšeme podmínku $p==1$. To samé napíšeme do podmínek zobrazení úseček f, g, h, i , které tvoří okraj obdélníku SitCast0 .

Podstavy v síti

Výsledná síť se skládá z několika částí. Bude obsahovat dvě podstavy a rozevírající se plášť. První podstava bude splývat se spodní podstavou zadaného válce. Druhá podstava vzniká z horní podstavy válce složením rotace kolem tečny k horní podstavě v bodě B a rotace kolem tečny k spodní podstavě v bodě A, v obou případech rotujeme o úhel $p \cdot \pi / 2$.

12.	<input type="text" value="vstup:"/>	Spodní podstava $SitCast1 = Kruznice(S, polomer, Vektor((0, 0, 1)))$ <i>Barva: purpurová, Neprůhlednost: 75, Tloušťka čáry: 3, zrušíme zobrazení popisu.</i>
13.	<input type="text" value="vstup:"/>	Střed horní podstavy $pomStred = Rotace(Rotace(T, p \cdot \pi / 2, B, Vektor((0, 1, 0))), p \cdot \pi / 2, A, Vektor((0, 1, 0)))$ Objekt skryjeme.
14.	<input type="text" value="vstup:"/>	Kolmý směr na horní podstavu $pomVektor = Rotace(Vektor((0, 0, 1)), p \cdot \pi, OsaY)$ Objekt skryjeme.
15.	<input type="text" value="vstup:"/>	Horní podstava $SitCast2 = Kruznice(pomStred, polomer, pomVektor)$ <i>Barva: purpurová, Neprůhlednost: 75, Tloušťka čáry: 3, zrušíme zobrazení popisu.</i>

Chceme-li sestavit kružnici v trojrozměrném prostoru v obecné rovině, potřebujeme kromě znalosti středu a poloměru takové kružnice také znát kolmý směr na tuto rovinu.

