

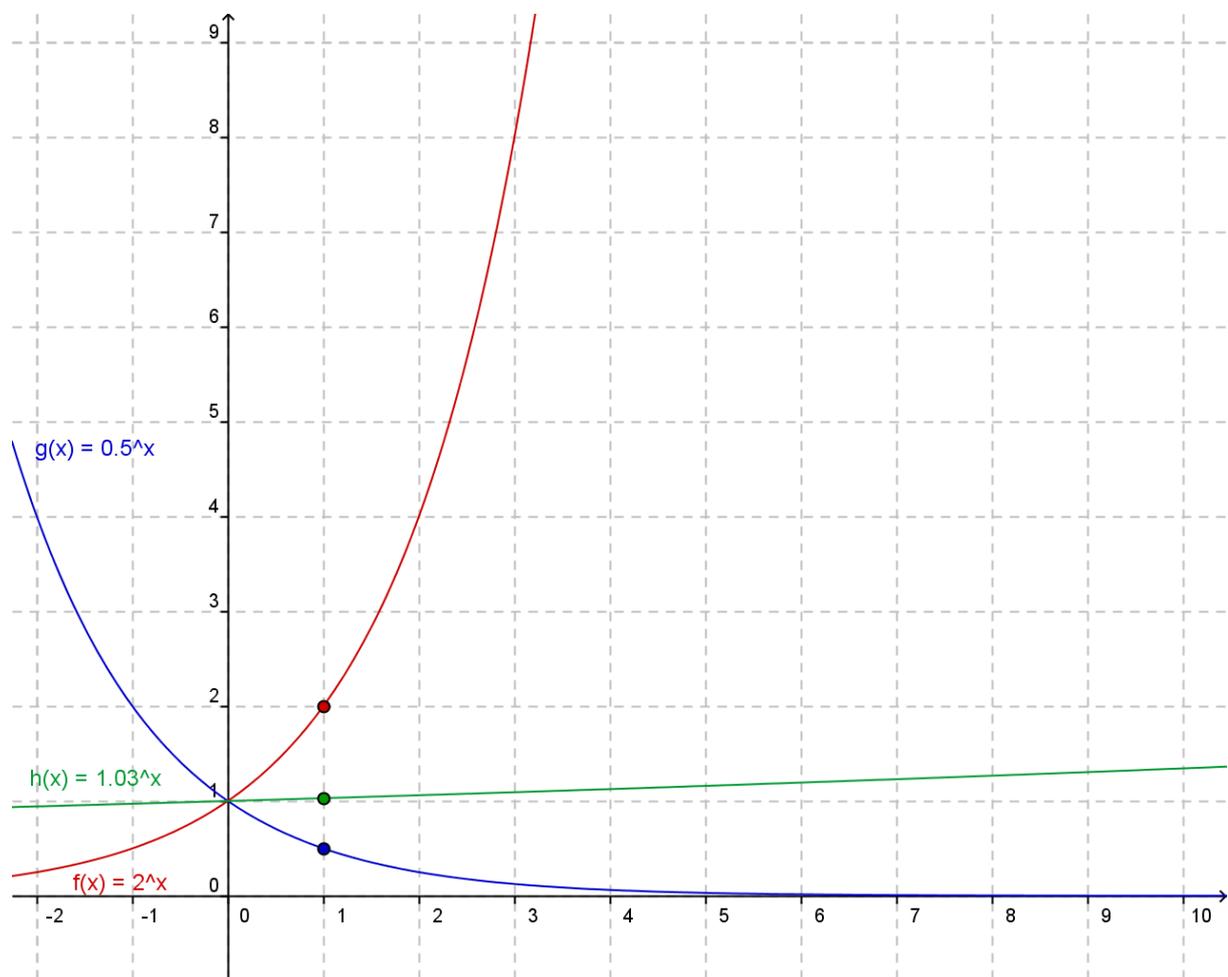
Zusammenfassung Exponentialfunktionen

$$f(x) = a^x$$

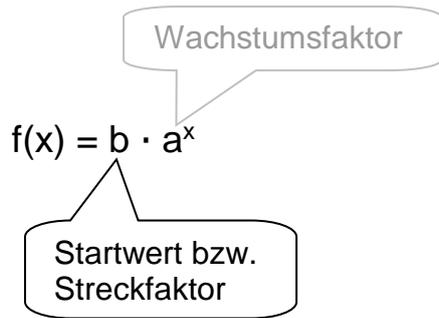
Wachstumsfaktor

Die Basis a entspricht dem Wachstumsfaktor bei Exponentiellem Wachstum:

- $a = 2$ → Verdopplung, wenn x um 1 wächst
- $a = 0,5$ → Halbierung, wenn x um 1 wächst
- $a = 1,03$ → Zunahme um 3%, wenn x um 1 wächst

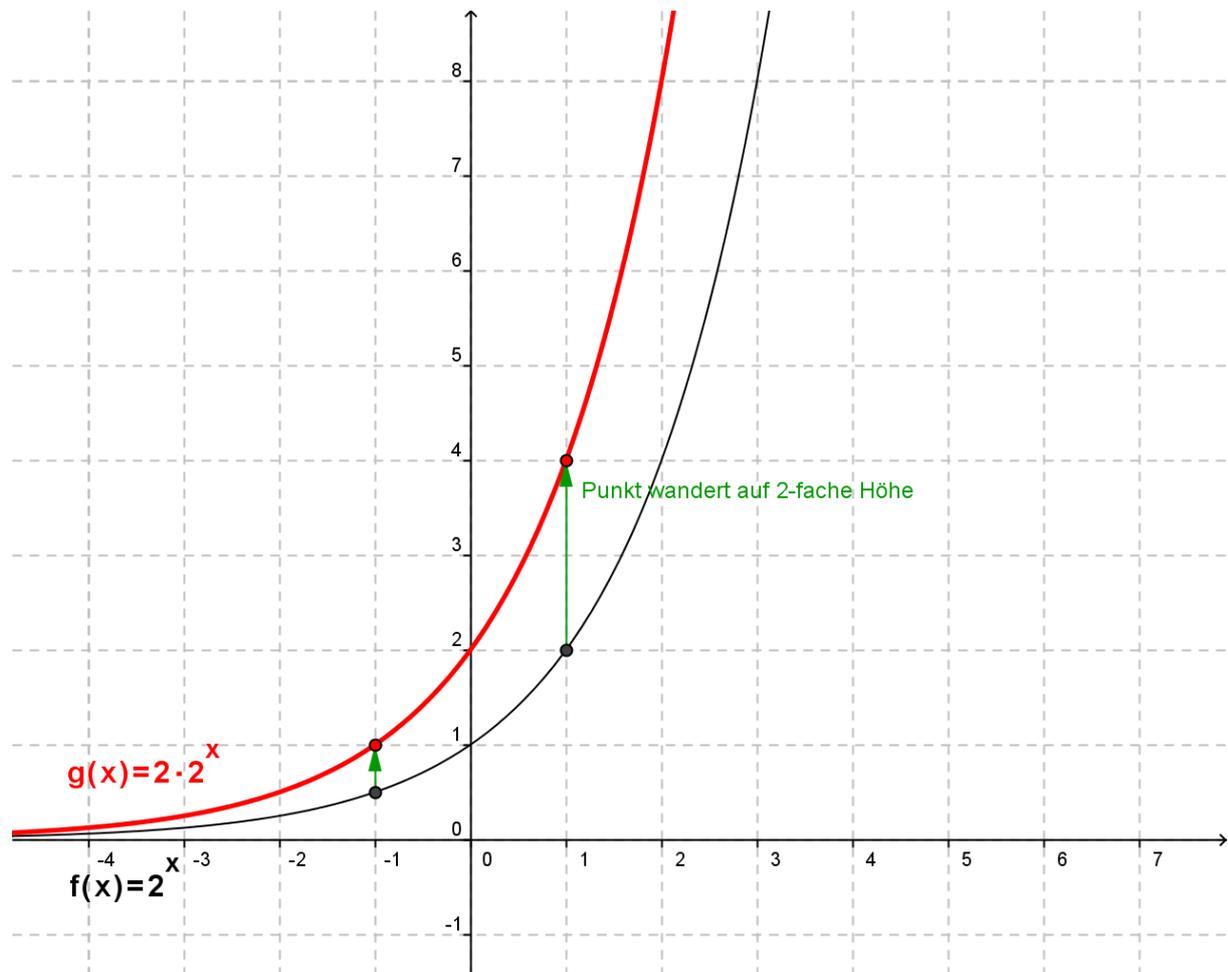


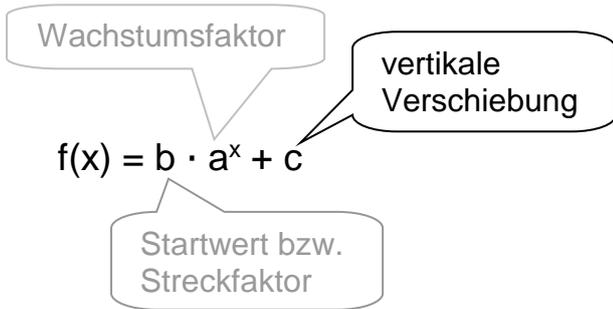
- Für a zwischen 0 und 1 fällt der Graph, für $a > 1$ steigt er
- Alle Graphen schneiden die Y-Achse bei 1
- Alle Funktionen haben an der Stelle 1 als y -Wert den Wachstumsfaktor (Das kommt von $a^1 = a$)
- Der Graph zum Wachstumsfaktor $1/a$ entsteht durch Spiegelung an der y -Achse aus dem Graphen zum Wachstumsfaktor a .



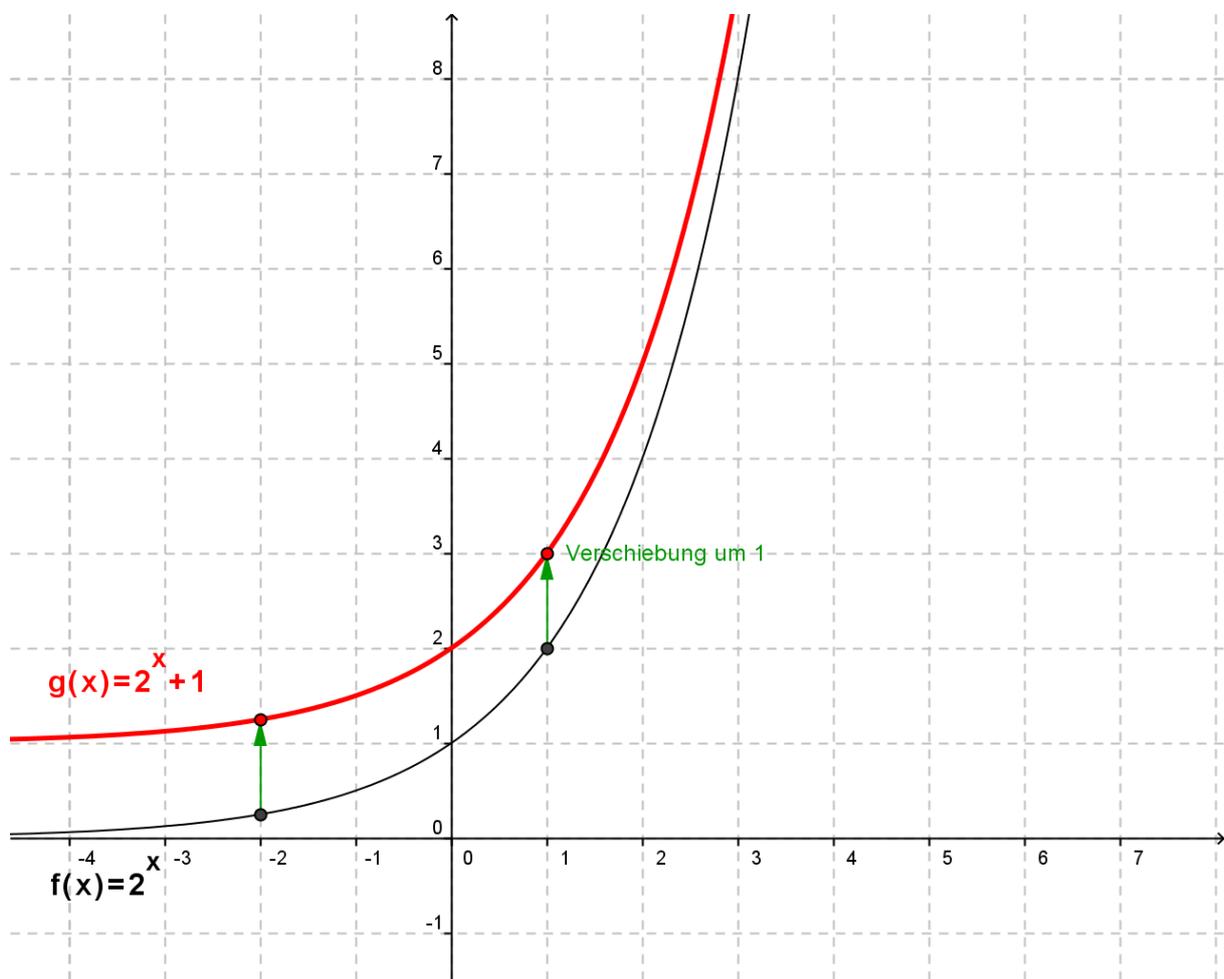
Der Vorfaktor b entspricht beim Exponentiellen Wachstum dem Startwert (z. B. beim Zinseszinsrechnen dem angelegte Kapital).

Er sorgt als Streckfaktor dafür, dass jeder Punkt des ursprünglichen Graphen auf die b -fache Höhe wandert. (Das kennst du bereits von den quadratischen Funktionen)
Negative Werte von b „klappen den Graphen nach unten um“





Die Zahl c sorgt für eine vertikale Verschiebung:
 Jeder Punkt wird um die selbe Strecke nach oben bzw unten verschoben.
 (Das kennst du ebenso von den quadratischen Funktionen)

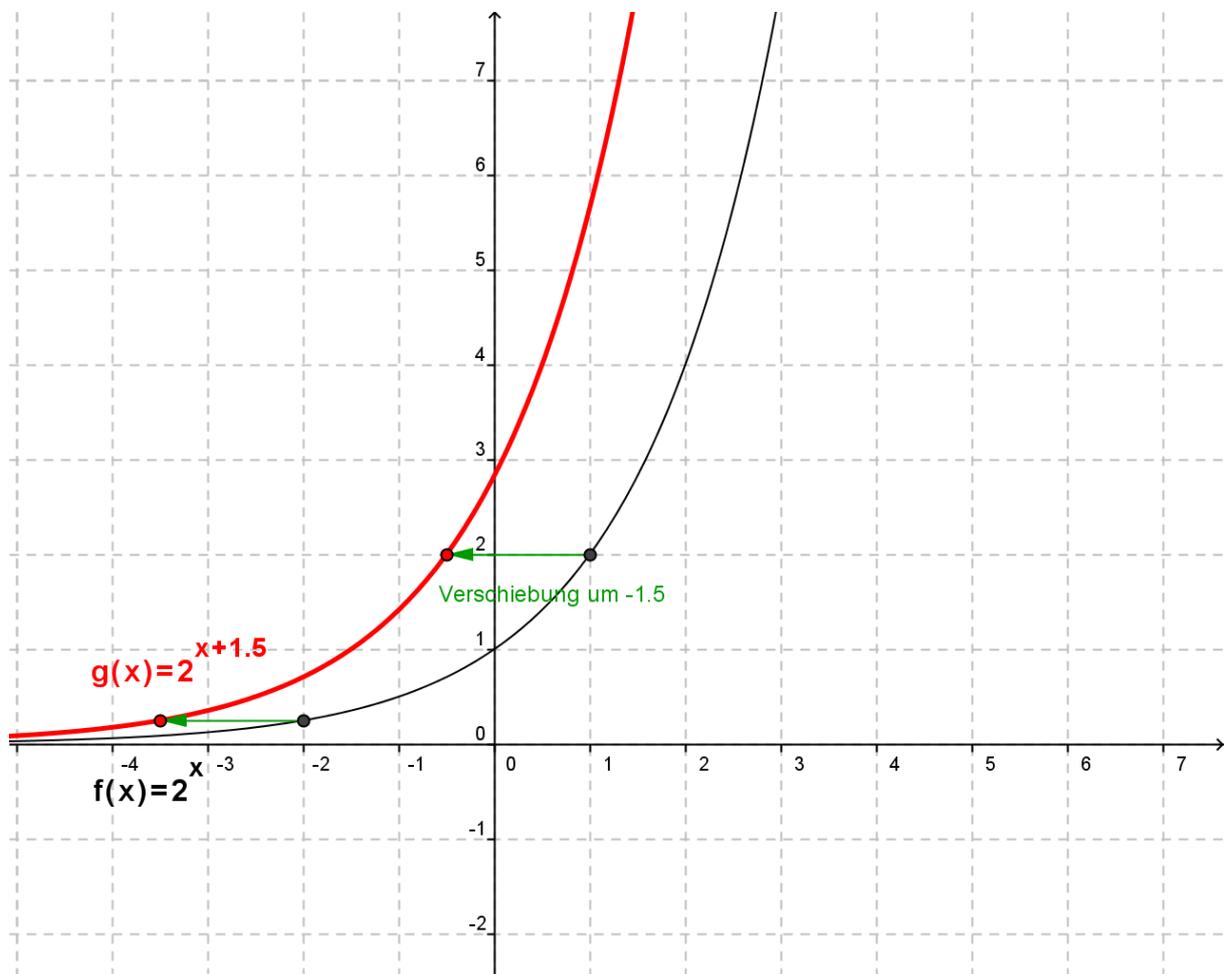


Bemerkung:
 In diesem Beispiel ist $b = 1$ gewählt und taucht deshalb in der Funktionsgleichung nicht auf.

horizontale
Verschiebung
(„falsch rum“)

$$f(x) = a^{x+q}$$

Ein positives q verschiebt den Graphen nach links, ein negatives p nach rechts.
Auch das ist wie bei den quadratischen Funktionen



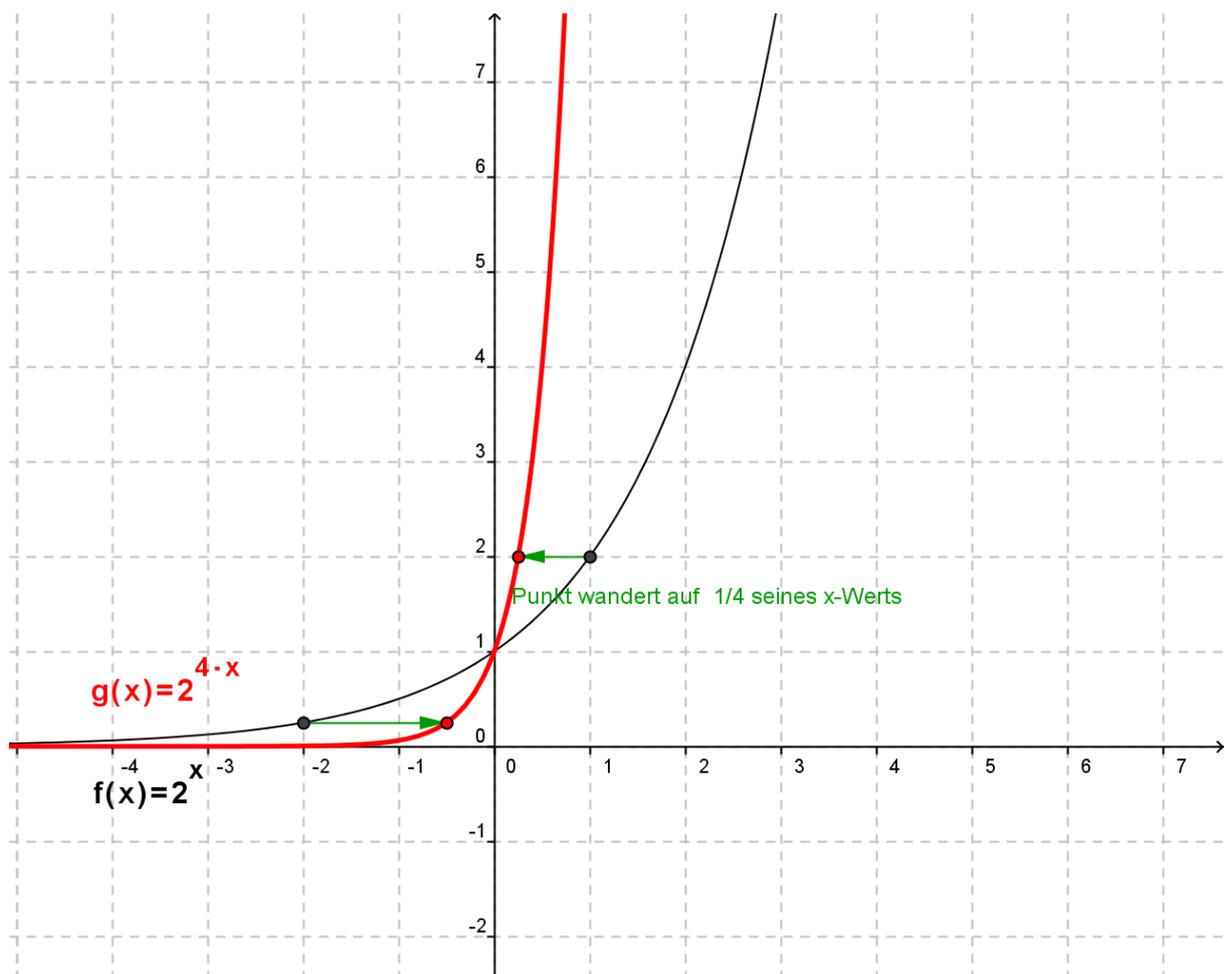
Streckung bzw.
Stauchung in
horizontaler Richtung
(„falsch rum“)

$$f(x) = a^{p \cdot x + q}$$

horizontale
Verschiebung
(„falsch rum“)

Das ist neu und du kennst es noch nicht von den quadratischen Funktionen

- Liegt p zwischen 0 und 1, wird der Graph horizontal gestreckt
- Für $p > 1$ wird horizontal gestaucht (s. Bild)
- Negative p -Werte spiegeln den Graphen an der y -Achse



Bemerkung:

Hier wurde $q = 0$ gewählt, deswegen taucht es nicht in der Funktionsgleichung auf.

Allgemeine Bemerkungen

- Diese Modifikationen können bei allen Funktionen durchgeführt werden (z. B. auch bei den trigonometrischen Funktionen)
 - Wenn der bereits berechnete Funktionswert hinterher modifiziert wird (Parameter b und c), ergibt sich eine Bewegung in y-Richtung.
 - Wenn der x-Wert modifiziert wird und dann erst die Funktion angewandt wird (Parameter p und q), so ergibt sich eine Bewegung in x-Richtung, die „falsch rum“ läuft.

- Die beide letzten Modifikationen (p und q) sind bei den Exponentialfunktionen gar nicht notwendig. Man kann jeden Graphen auch allein mit Hilfe von a, b und c bekommen:
 - $f(x) = a^{2x} = (a^2)^x$
Statt horizontal zu strecken/stauchen kann man auch die Basis ändern (Neue Basis hier: a^2)
 - $f(x) = a^{x+5} = a^x \cdot a^5 = a^5 \cdot a^x$
Statt horizontal zu verschieben kann man auch vertikal strecken/stauchen (Streckfaktor hier: a^5)

- Umgekehrt kann man sich aber auch auf eine Basis festlegen und mit ihrer Hilfe alle Graphen darstellen.
(Dass das wirklich geht, kannst du mit Hilfe des interaktiven GeoGebra-Arbeitsblatts „feste_Basis.htm“ ausprobieren.)