

**UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN**  
**PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN**



# **Geometría I**

## **GeoGebra y los Axiomas de Hilbert**

**Nombre del alumno:** Patricia Meza Lazcano

**Nombre del profesor:** Osvaldo Baeza Rojas

**Carrera:** Pedagogía en Matemática y Computación

**Fecha de entrega:** 06 de septiembre de 2016

GeoGebra es un programa de geometría dinámica que permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.

Con esta tarea se espera ver dentro de GeoGebra está presente en todo momento Hilbert.

| Axioma                | Enunciado  | Herramienta de GeoGebra | Puede representarse en GeoGebra |
|-----------------------|--|-------------------------|---------------------------------|
| Axiomas de Incidencia |  |                         |                                 |
| 1                     | Dos puntos distintos A y B determinan una única recta a. Escribiremos $a=AB$ o $a=BA$ .  | Punto<br>Recta          | Si                              |
| 2                     | Dos puntos distintos determinan completamente una recta, esto significa que si $a=AB$ y $a=AC$ , donde $B \neq C$ , entonces $a=BC$ .  | Punto<br>Recta          | Si                              |
| 3                     | Tres puntos distintos que no están en la misma recta, determinan completamente un plano, escribiremos $ABC=\alpha$ .   | Punto<br>Recta<br>Plano | Si                              |
| 4                     | Dados tres puntos distintos A, B y C de un plano $\alpha$ , que no se encuentran sobre la misma recta, determinan completamente ese plano.   | Punto<br>Recta<br>Plano | Si                              |
| 5                     | Si dos puntos A y B de una recta a, están en el plano $\alpha$ , entonces todos los puntos de a están en el plano $\alpha$ . En ese caso diremos que la recta a, está en el plano $\alpha$ .   | Punto<br>Recta<br>Plano | Si                              |
| 6                     | Si dos planos $\alpha$ y $\beta$ tienen un punto en común, entonces tienen un segundo punto en común.  | Punto<br>Plano          | No                              |
| 7                     | En toda recta existen al menos dos puntos, en todo plano existen al menos tres puntos que no están en la misma recta, en el espacio existen al menos cuatro puntos no todos en el mismo plano. | Punto<br>Recta<br>Plano | No                              |
| Axiomas de orden      |  |                         |                                 |
| 1                     | Si A, B y C son puntos de una recta y B está entre A y C, entonces B también está entre C y A.   | Punto<br>Recta          | Si                              |
| 2                     | Si A y C son puntos de una recta, entonces existe al menos un punto B entre A y C y al menos un punto D situado tal que C esté entre A y D.  | Punto<br>Recta          | Si                              |
| 3                     | Dados tres puntos cualesquiera de una recta, existe uno y sólo uno de ellos que está situado entre los otros dos.  | Punto<br>Recta          | Si                              |
| 4                     | Dados cuatro puntos cualesquiera A, B, C, D de una recta siempre pueden ser ordenados  | Punto<br>Recta          | Si                              |

|                        |  |  |    |
|------------------------|--|--|----|
|                        | tal que B este entre A y C y también entre A y D; y además, que C esté entre A y D y también entre B y D.  |  |    |
| 5                      | Sean A, B y C tres puntos que no están sobre la misma recta y sea a una recta que está en el plano ABC y no pasa por los puntos A, B y C. Entonces, si una recta pasa a través del segmento AB, entonces pasará por un punto del segmento AC o un punto del segmento BC.   | Punto<br>Segmento<br>Recta                       | Si |
| Axiomas de Congruencia |  |  |    |
| 1                      | Si A y B son dos puntos en una línea recta a, y si A' es un punto de la misma o de otra recta a', entonces a un lado de A' sobre la recta a', podemos encontrar siempre un único punto B' tal que el segmento AB es congruente con A' B'.<br>Indicaremos esta relación escribiendo $AB \equiv A' B'$<br>Todo segmento es congruente con sí mismo, eso significa que $AB \equiv AB$ .   | Punto<br>Recta<br>Segmento                       | Si |
| 2                      | Si un segmento AB es congruente a un segmento A' B' y también a un segmento A'' B'', entonces el segmento A' B' es congruente con el segmento A'' B''.<br>Si $AB \equiv A' B'$ y $AB \equiv A'' B''$ , entonces $A' B' \equiv A'' B''$   | Segmento<br>Punto<br>Recta                       | Si |
| 3                      | Sean AB y BC dos segmentos de una recta a que no tienen puntos en común salvo B, y sean además, A' B' y B' C' dos segmentos en la misma recta o en otra a', que no tiene puntos en común salvo B'.<br>Entonces si $AB \equiv A' B'$ y $BC \equiv B' C'$ tenemos que $AC \equiv A' C'$ .  | Punto<br>Segmento<br>Recta                       | Si |
| 4                      | Sea un ángulo $\angle(h,k)$ en el plano $\alpha$ y sea una recta $a'$ en el plano $\alpha'$ . Supóngase que en el plano $\alpha'$ , se escoge uno de los lados respecto a $a'$ . Sea un semirayo $h'$ de $a'$ que emana de un punto $O'$ de dicha recta.<br>Entonces, en el plano $\alpha'$ existe un único semirayo $k'$ que sale de $O'$ de forma que $\angle(h,k)$ es congruente con $\angle(h',k')$ , y de forma que todos los puntos del interior de $\angle(h',k')$ están en el lado escogido de $\alpha'$ .<br>Se denota por $\angle(h,k) \cong \angle(h',k')$ . Todo ángulo es congruente consigo mismo. | Punto<br>Segmento<br>Angulo<br>Semirrecta o rayo | Si |

|                         |  |   |    |
|-------------------------|--|---|----|
| 5                       | Si el ángulo $\angle(h,k)$ es congruente con el ángulo $\angle(h',k')$ y con el ángulo $\angle(h'',k'')$ , entonces estos dos son congruentes entre sí.  | Angulo<br>Punto<br>Segmento             | Si |
| 6                       | Si dados dos triángulos $ABC$ y $A'B'C'$ se tiene $AB \cong A'B'$ , $AC \cong A'C'$ , $\angle BAC \cong \angle B'A'C'$ , entonces se tiene a su vez $\angle ABC \cong \angle A'B'C'$ y $\angle ACB \cong \angle A'C'B'$  | Punto<br>Segmento<br>Angulo<br>Polígono | Si |
| Axioma de las paralelas |  |   |    |
|                         | En un plano $\alpha$ , dados una recta $a$ y un punto $A$ , que no pertenece a la recta. Existe una y solo una recta que pasa por el punto $A$ y no interseca a la recta $a$ . Esta recta es llamada <b>paralela</b> a la recta $a$ que pasa por $A$ .   | Recta<br>Punto<br>Paralela<br>Plano     | Si |
| Axioma de Continuidad   |  |   |    |
|                         | Sea $A_1$ un punto cualquiera de una recta, situado entre los puntos arbitrarios A y B de la misma. Tómense los puntos $A_2, A_3, \dots$ de tal manera que $A_1$ esté entre A y $A_2$ , $A_2$ esté entre $A_1$ y $A_3$ , etc. Supóngase además que los segmentos $AA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$ son todos congruentes entre sí. Entonces, en esta serie existe siempre un cierto $A_n$ tal que B está entre A y $A_n$ | Punto<br>Recta                          | Si |
| Axioma 21               |  |   |    |
|                         | Pueden escogerse cuatro puntos cualesquiera A, B, C y D de una recta de forma que B esté entre A y C y entre A y D, y que C esté entre A y D y entre B y D.  | Punto<br>Recta                          | Si |