1.2 $F(x,y) = c^2$

$x^2 + y^2 = c^2$ → Familia de circulos concentricos en el origen

• $\frac{d}{dx}(x^2+y^2) = \frac{d}{dx}(c^2)$

$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$ → $2y\frac{dy}{dx} = -2x$ → $\frac{dy}{dx} = \frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}y}$

→ Encontramos la pendiente de los circulos que me da la pendiente de la recta tangente a los circulos para un punto $P(x,y)$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}}$$

✓ Se debe cumplir que la multiplicación de las pendientes den "-1" para que las rectas sean ortogonales → la familia de curvas ortogonales a los circulos concentricos debera cumplir lo tambien

$m \cdot m^{\perp} = -1$

$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dh}{dx} = -1$ → $\frac{dh}{dx} = -\frac{1}{\frac{dy}{dx}}$ → $\frac{-1}{\frac{-x}{y}}$

$\frac{dh}{dx} = \frac{y}{x}$ → se resuelve esta ecuación diferencial para obtener la familia de curvas ortogonales a los circulos (Por variables separables)

$dh = \frac{y}{x}dx$ → $\frac{dh}{y} = \frac{1}{x}dx$

$\int \frac{dh}{y} = \int \frac{1}{x}dx$ → $\ln h = \ln x + c$ → $e^{\ln h} = e^{\ln x + c}$

$e^{\ln h} = e^{\ln x} \cdot e^{c}$ → $h = mx$

→ $e^c = m$ → constante

R/ La familia de curvas ortogonales a la familia de circulos $x^2+y^2=c^2$ son las rectas de la forma $y = mx$

DIA DAY | MES MONTH | TEMA SUBJECT

1.2.2 $F(x,y) = k$ → Familia de curvas

✓ Encontramos su pendiente en un punto arbitrario $P(x,y)$ teniendo en cuenta el teorema de derivación implícita

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$$

✓ la familia de curvas ortogonales a $F(x,y)=k$ debe cumplir con que su recta tangente sea ortogonal en todo punto de intersección a esta, por eso

- $m \cdot m^{\perp} = -1$ → $\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dh}{dx} = -1$

$$\rightarrow -\frac{F_x}{F_y} \cdot \frac{dh}{dx} = -1$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{F_y}{F_x}$$

✓ Al resolver esta ecuación diferencial encontramos la familia de curvas ortogonales a la familia de curvas $F(x,y)=k$

Ejemplo: familia de curvas ortogonales a la familia de hiperbolas $x^2 - y^2 = c^2$

→ resolvemos la ecuacion diferencial de primer orden

$$\frac{dh}{dx} = \frac{F_y}{F_x} \rightarrow \frac{dh}{dx} = \frac{-2y}{2x} \rightarrow \frac{dh}{dx} = -\frac{y}{x}$$

$$\int \frac{dh}{y} = \int -\frac{dx}{x} \rightarrow \ln y = -\ln x + c$$

$$e^{\ln y} = \underbrace{e^{-\ln x + c}} \rightarrow e^{-\ln x} \cdot e^{c}$$

$$e^{\ln y} = e^{\ln x^{-1}} \cdot e^{c}$$

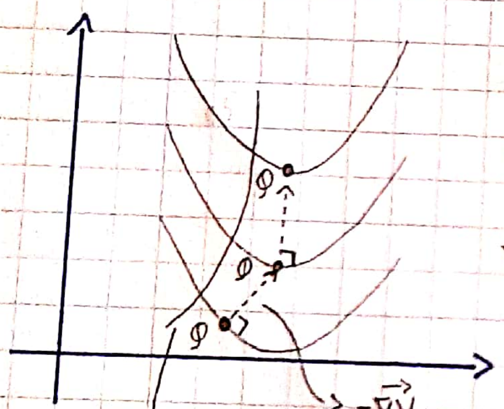
$$y = x^{-1} m \rightarrow y = \frac{m}{x}$$

1.2.1

✓ El gradiente es ortogonal a la curva de nivel

✓ **Física** → la fuerza de una partícula cargada es $q\vec{E}$ → campo eléctrico

$\vec{E} = -\vec{\nabla} \underbrace{V_E}$ → Potencial eléctrico



$V_E(x, y) = 5$

$V_E(x, y) = 10$

$V_E(x, y) = 15$

→ $-\vec{\nabla}V_E$ → $\boxed{\vec{F} = q\vec{E} = -q\vec{\nabla}V_E}$

→ Curva que pertenece a la familia ortogonal

R/ El campo eléctrico $\vec{E}$ es el negativo del gradiente de la función del potencial, entonces recordando de cálculo de varias, el campo eléctrico será ortogonal a la curva de nivel que pasa por donde se encuentra la carga, que es la curva equipotencial, y además la fuerza va en dirección del campo eléctrico, entonces la partícula se moverá por una trayectoria ortogonal a las curvas equipotenciales (curva de la familia ortogonal a la función equipotencial).

1.1

✓ tenemos que la derivada es la pendiente de la recta tangente

✓ sabemos que la familia de curvas ortogonales a otra familia de curvas debe cumplir con que su tangente sea ortogonal en todo punto de intersección

✓ las tangentes son ortogonales si $\rightarrow$ $m \cdot m^{\perp} = -1$

→ para $F(x,y) = k$ su pendiente según el teorema de derivación implísita es:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$$

Tenemos entonces: $\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$

$$-\frac{F_x}{F_y} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$$

$$\left.\frac{dy}{dx} = \frac{F_y}{F_x}\right] \rightarrow$$ modelo para encontrar la familia de curvas ortogonales a una curva dada