Az **LTE-lemma** (magyarul leggyakrabban a **kitevő növelésének lemmája** vagy *Lifting the Exponent Lemma*) egy olyan számelméleti tétel, amellyel meghatározhatjuk, hogy egy prím (p) hányadik hatványon szerepel az $x^n - y^n$ vagy $x^n + y^n$ alakú számok prímfelbontásában.

A jelölésben $v_p(m)$ azt a legnagyobb egész kitevőt jelenti, amelyre $p^{v_p(m)}$ még osztja m-et (vagyis m kettes alapú kritikus kitevője, ha $p = 2$).

Íme a tétel lényege röviden, esetekre bontva:

1. eset: Ha a prím páratlan ($p > 2$)

Ha p egy páratlan prím, x és y olyan egészek, amelyek nem oszthatók p-vel, de a különbségük ($x - y$) osztható p-vel, akkor tetszőleges n pozitív egész kitevőre igaz:

$$v_p(x^n - y^n) = v_p(x - y) + v_p(n)$$

Ha n páratlan kitevő, akkor az összeadásra is létezik egy analóg formula (feltéve, hogy $x + y$ osztható p-vel):

$$v_p(x^n + y^n) = v_p(x + y) + v_p(n)$$

2. eset: Ha a prím a kettő ($p = 2$)

A $p = 2$ eset speciális, mert a kettő hatványai másképp viselkednek. Ha x és y páratlan számok:

- **Ha a kitevő (n) páratlan:**
  A formula rendkívül egyszerűvé válik, mert $v_2(n) = 0$:

$$v_2(x^n - y^n) = v_2(x - y)$$

(A feladatodban pontosan ezt az esetet használtuk, mivel a 2027 páratlan szám volt).

Ha a kitevő (n) páros, és $x - y$ osztható 4-gyel:

$$v_2(x^n - y^n) = v_2(x - y) + v_2(n)$$

Ha a kitevő (n) páros, és $x - y$ csak 2-vel osztható (de 4-gyel nem):

$$v_2(x^n - y^n) = v_2(x + y) + v_2(n)$$

Miért hasznos?

A lemma zsenialitása abban rejlik, hogy a hatalmas méretű $x^n - y^n$ hatványos kifejezés vizsgálatát leegyszerűsíti a sokkal kisebb alapok $(x - y)$ és a kitevő (n) oszthatóságának vizsgálatára, így nem kell magát a gigantikus számot kiszámolnunk vagy felbontanunk.