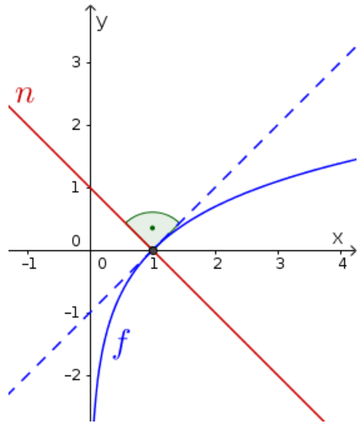
Normalengleichung



Die Funktionsgleichung der Normalen*
zum Graph der Funktion f bei der Stelle a lautet

$$n_a(x) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot (x-a) + f(a)$$

<u>Herleitung:</u>
Allgemeine Geradengleichung $n_a(x) = m \cdot x + c$
f hat an der Stelle a die Steigung $m = f'(a)$. Der negative Kehrwert dessen ist die Steigung der Normalen. Somit ergibt sich $n_a(x) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot x + c$ als vorläufige Normalengleichung mit noch zu ermittelndem y-Achsenabschnitt c.

Einsetzen des Schnittpunkts $(a/f(a))$ in die vorläufige Normalengleichung führt zu $f(a) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot a + c$, auflösen nach c ergibt $c = f(a) + \frac{1}{f'(a)} \cdot a$, einsetzen von c in vorläufige Normalengleichung ergibt

$n_a(x) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot x + f(a) + \frac{1}{f'(a)} \cdot a$, umsortieren führt zu
$n_a(x) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot x + \frac{1}{f'(a)} \cdot a + f(a)$ und ausklammern von $-\frac{1}{f'(a)}$ ergibt
$n_a(x) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot (x-a) + f(a)$, qed.

<u>Beispiel:</u> Normale an $f(x) = ln(x)$ an der Stelle $a = 1$

Lösung:
$f(1) = ln(1) = 0$
$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f'(1) = \frac{1}{1} = 1$

Einsetzen der Ergebnisse in $n_a(x) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot (x-a) + f(a)$

ergibt
$n_1(x) = -1 \cdot (x-1) + 0$
$n_1(x) = -x + 1$

* normal, senkrecht, orthogonal