

Questa attività realizza una poligonale che con inizio in (P1) si sviluppa allontanandosi dall'origine (P0) oppure avvicinandosi ad essa.

Il cambio di direzione si ottiene cambiando l'inclinazione ( $\alpha$ ) dei segmenti che compongono lo schema di base e di conseguenza la poligonale.

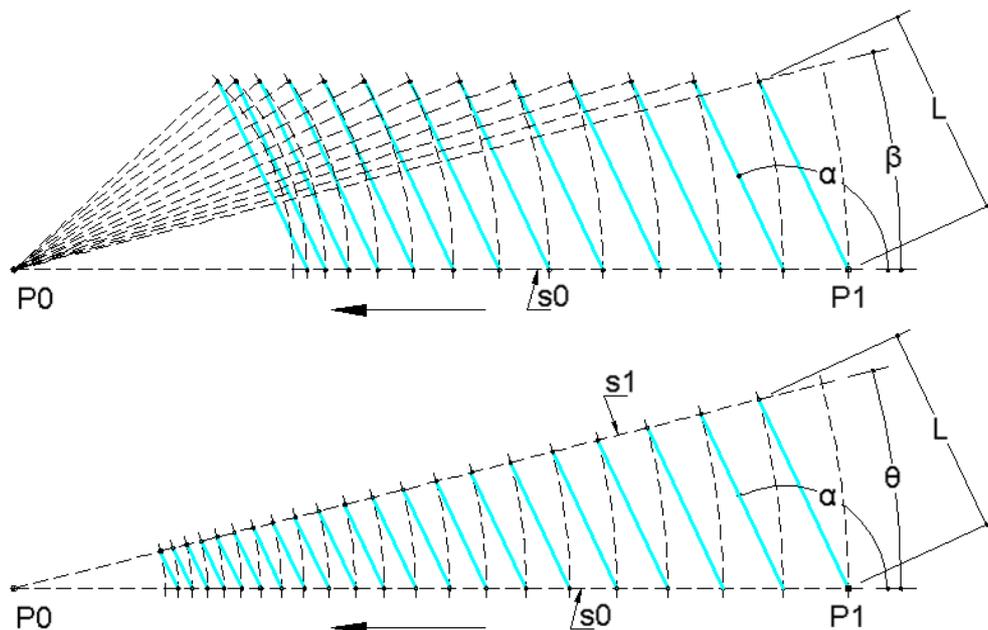
Sia lo schema di base (azzurri) che la poligonale (rossi) sono composti da 36 segmenti di cui il primo è in comune (nell'attività è di colore viola).

Tutti i segmenti hanno la stessa lunghezza ( $L$ ), che non è gestita, ed inclinazione ( $\alpha$ ) che è gestita.

Quando ho realizzato questo tipo di poligonale l'ho confrontata con la spirale logaritmica notando sia la somiglianza che la differenza, come anche per la mia prima poligonale che però ho quasi subito abbandonato fino a quando non ho realizzato tre attività con GeoGebra.

In seguito, confrontando il comportamento di questa poligonale con il comportamento della spirale logaritmica nell'avvicinarsi all'origine, ho capito come fare per realizzare una poligonale con tutti i vertici in comune con una spirale logaritmica, pare che questo tipo di poligonale si possa chiamare poligonale logaritmica.

Voglio ora mostrare a confronto, quello che ho chiamato "schema di base" di questo tipo di poligonale (il primo) con quello della poligonale logaritmica (il secondo).



Visti a confronto gli schemi di base la differenza è molta anche perché ho rappresentato proprio il caso in cui lo schema di base è molto vicino all'origine (P0) verso la quale si dirige.

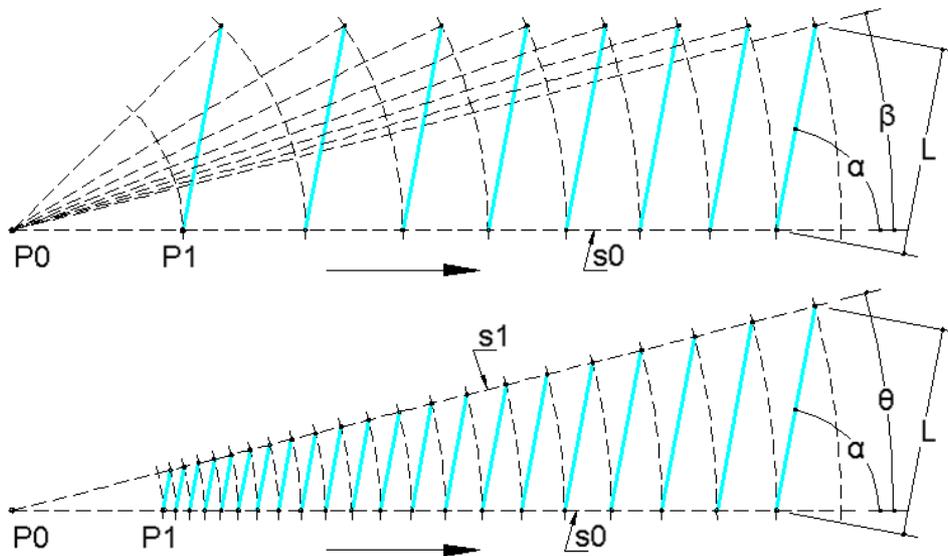
In entrambi gli schemi il primo segmento con origine in (P1) ha la stessa lunghezza ( $L$ ), inclinazione ( $\alpha$ ) e sono anche uguali gli angoli ( $\beta$ ) e ( $\theta$ ) essendo uguali le distanze tra (P0) e (P1).

Nel primo schema rimangono invariati la lunghezza ( $L$ ) e l'inclinazione ( $\alpha$ ), cambia però da un segmento all'altro l'angolo ( $\beta$ ) che chiamo passo angolare variabile, cambia anche il passo dei cerchi che tengono collegati i segmenti azzurri.

Nel secondo schema rimangono invariati l'inclinazione ( $\alpha$ ) ed il passo angolare ( $\theta$ ), cambiano la lunghezza ( $L$ ) ed il passo tra gli archi di cerchio che tengono collegati i vari segmenti.

Questo passo risulta graficamente disegnando in sequenza il segmento azzurro e di seguito il cerchio con centro in (P0) che passa per il punto finale su ( $s1$ ) del segmento azzurro e che su ( $s0$ ) individua il punto da cui partirà il segmento azzurro successivo.

Ecco anche il confronto dei due schemi di base nella versione in cui le poligonali si allontanano dall'origine. Si può notare come è diverso dal precedente il primo schema e come sia specularmente identico al precedente il secondo.



In entrambi i confronti mi sembra abbastanza evidente che la differenza maggiore si nota in prossimità dell'origine.

Non farsi però ingannare dal fatto che i primi segmenti nel primo confronto e gli ultimi nel secondo confronto hanno identica lunghezza, inclinazione e distanza dall'origine, ovviamente è stata una mia scelta.

Proseguendo è facile capire che la lunghezza dei segmenti ed il passo tra i cerchi per la spirale logaritmica continueranno ad aumentare, mentre nel tipo di poligonale con i segmenti di pari lunghezza ed inclinazione questo non succede.

A scanso di equivoci ricordo che la spirale e quindi anche la poligonale logaritmica si allontanano e si avvicinano all'origine rimanendo sempre uguale a se stessa, lo stesso effetto dell'ingrandimento o del rimpicciolimento.

Mi è piaciuto fare questo confronto che completa anche quanto ho appena riscritto per le istruzioni relative alla poligonale logaritmica, spero che questa definizione trovata recentemente su internet sia valida (mi evita di descriverla come "poligonale con tutti i suoi vertici in comune con una spirale logaritmica").

Lo schema di base è costruito tracciando il primo segmento con inizio in (P1), il secondo, identico al primo, inizierà nel punto su (s0) intercettato dal cerchio con centro in (P0), che passa per il punto finale del primo segmento, ed in questo modo si prosegue per tutti gli altri.

La poligonale viene realizzata ruotando, con centro in (P0), una copia dei segmenti azzurri partendo dal secondo con riferimento a (P1).

I segmenti vanno ruotati fino a quando il loro punto di inizio (su s0) non coincide con il punto finale del segmento precedente.

Credendo che questo confronto spieghi anche come è costruito questo tipo di poligonale, ora passo a fornire qualche indicazione su come si può usare l'attività.

In questa nuova edizione credo di essere riuscito a gestire nel modo migliore i segmenti dello schema di base quando sviluppandosi verso l'origine (P0) vengono a trovarsi in prossimità di essa.

Ricordo come avviene la costruzione dello schema di base, il primo segmento (Sp) dello schema di base (segmenti azzurri) è quello collegato a (P1) il punto di inizio su (S0) del segmento (azzurro) successivo è determinato da ( $\alpha$ ) e dalla posizione rispetto a (P0) del segmento (azzurro) che lo precede; quando di seguito

descrivo il superamento o meno dell'origine (P0) da parte di un segmento (azzurro) si deve intendere che si tratta del segmento successivo a quello sottoposto a controllo.

In alto a sinistra ho aggiunto una casella di controllo ed appena sotto uno slider.

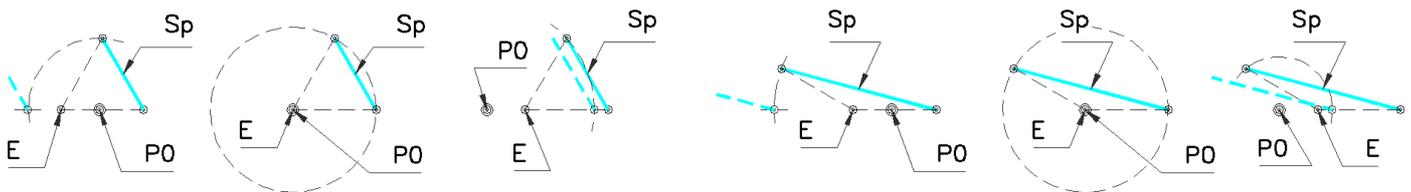
Con la casella di controllo viene comunicato a GeoGebra se un segmento dello schema di base che si trova a ridosso dell'origine la farà superare dal successivo oppure no, lo slider permette di impostare (da 0 a 3 mm) una tolleranza riguardo alla posizione del segmento controllato rispetto all'origine (P0).

Anche se 0.1 mm mi sembra una tolleranza appropriata, ho dato la possibilità di impostare da 0 a 3 mm.

Io ritengo che il comportamento corretto per i segmenti dello schema di base sia quello di poter superare l'origine quando se ne determina la condizione, quindi la casella di controllo dovrebbe essere sempre spuntata; la tolleranza relativa alla posizione del segmento rispetto a (P0) impostata su 0,1 ritengo che sia ragionevolmente adatta a che si possa verificare la condizione del non superamento dell'origine e quindi a consentire anche il verificarsi dell'arrotondamento della poligonale (rossa) attorno a (P0).

La condizione di arrotondamento è pensata in particolare per quando la posizione di (P1) è tale che tutta la poligonale è arrotondata.

La seguente immagine mostra per due diversi valori di ( $\alpha$ ) tre diverse posizioni di un segmento (Sp) rispetto all'origine (P0).



(E) è un punto sul segmento (S0) equidistante dai due estremi del segmento (Sp).

Con la casella di controllo spuntata l'attività è impostata in modo che se il punto (E) si trova a sinistra di (P0) di una distanza superiore alla tolleranza determinata con lo slider, il segmento (Sp) successivo inizia (su (S0)) a sinistra di (P0) e quindi lo supera, come mostrano la terza e la sesta figura partendo da destra.

La prima e la quarta figura partendo da destra mostrano il segmento che non ha ancora raggiunto l'origine. La seconda e la quinta figura mostrano il caso in cui (nel limite della tolleranza) il segmento si trova ad avere i due estremi alla stessa distanza dall'origine (P0) ed in questo caso se è quello che inizia in (P1) o se i segmenti dello schema di base che lo seguono si troveranno nella stessa condizione avviene l'arrotondamento della spirale attorno all'origine.

Con questo ho concluso la descrizione della novità, ora prosegue la descrizione già della versione precedente.

Scorrendo verso destra il primo cursore (R0) arrivando fino in fondo sfilate il punto iniziale della poligonale (P1) fino a raggiungere la massima distanza dalla origine (P0), che ho previsto.

Ho impostato uno zoom automatico controllato dal primo slider, in questo modo la vista si adatta automaticamente alla dimensione della spirale.

Volendo si può disattivare togliendo la spunta alla casella di controllo in basso a sinistra, disattivando lo zoom automatico si possono utilizzare pan e zoom manuali.

In realtà per sboccare pan e zoom manuali occorre anche muovere leggermente il primo slider.

Se la distanza (R0) di (P1) da (P0) lo consente, In funzione dell'inclinazione ( $\alpha$ ) la poligonale si può allontanare od avvicinare alla origine (P0).

Di seguito alcuni valori dell'inclinazione ( $\alpha$ ) che comportano l'arrotondamento della poligonale a formare un determinato poligono, agendo sullo slider verticale si possono realizzare questi casi.

112.50° per ottagono  
115.71° per ettagono  
120° per esagono  
126° per pentagono  
135° per quadrato  
150° per triangolo

Oltre a formare un poligono, per determinati valori dell'inclinazione ( $\alpha$ ) la poligonale si può arrotolare a formare una stella, agendo sullo slider verticale si possono realizzare anche questi casi.

162° per formare una stella a cinque punte  
141.43° per formare una stella a sette punte  
130° per formare una stella a nove punte  
122.73° per formare una stella ad undici punte  
117.69° per formare una stella a tredici punte

Variando l'inclinazione rimanendo nel campo in cui la poligonale si allontana da (P0) si ottiene uno sviluppo che pur non essendo uguale assomiglia ad una spirale logaritmica.

Questo è il link dove trovate tutti i lavori che ho pubblicato su GeoGebra.

<https://www.geogebra.org/u/bydante>

In particolare questo è il link dell'attività dedicata alla poligonale logaritmica.

<https://www.geogebra.org/m/m7ahjbrp>

E questo è il link di una attività derivata da questa, dedicata ad una poligonale nella quale è possibile gestire oltre che l'inclinazione e la distanza di (P1) da (P0) anche la lunghezza iniziale dei segmenti e volendo l'incremento od il decremento di inclinazione e lunghezza.

<https://www.geogebra.org/m/jtnrkt3p>

Per trovare gli articoli da cui derivano le attività che ho pubblicato su GeoGebra, questo è il link

[https://vixra.org/author/dante\\_servi](https://vixra.org/author/dante_servi)

In particolare a questo indirizzo <https://vixra.org/abs/2102.0156> trovate un mio articolo che parla delle stelle poligonali.

(Follows English)

This activity creates a polygon which starts with (P1) moving away from the origin (P0) or approaching it. The change of direction is obtained by changing the inclination ( $\alpha$ ) of the segments that make up the basic scheme and consequently the polygonal.

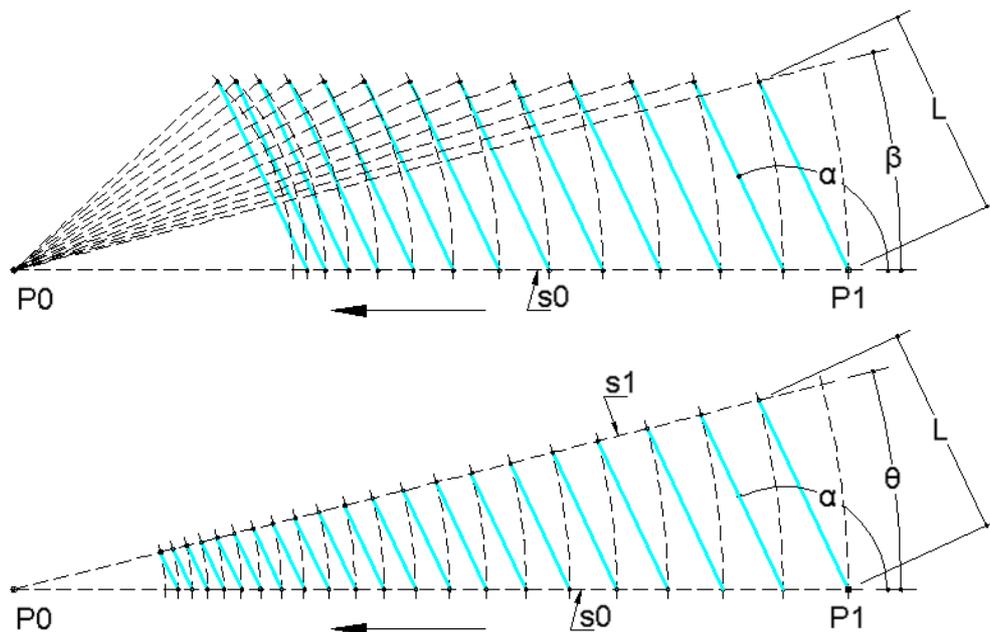
Both the basic scheme (blue) and the polygonal (red) are composed of 36 segments of which the first is in common (in the activity is purple).

All segments have the same length (L), which is not managed, and inclination ( $\alpha$ ) which is managed.

When I made this type of polygon, I compared it with the logarithmic spiral, noting both the similarity and the difference, as well as mine first polygonal, but I almost immediately abandoned until I did three activities with GeoGebra.

Later, comparing the behavior of this polygon with the behavior of the logarithmic spiral in approaching the origin, I understood how to make a polygonal with all the vertices in common with a logarithmic spiral, it seems that this type of polygonal can be called logarithmic polygonal.

I now want to show in comparison what I have called the "basic scheme" of this type of polygon (the first) with that of the logarithmic polygonal (the second).



Given the comparison of the basic schemes, the difference is also a lot because I represented precisely the case in which the basic scheme is very close to the origin (P0) towards which it is headed.

In both schemes the first segment with origin in (P1) has the same length (L), inclination ( $\alpha$ ) and the angles ( $\beta$ ) and ( $\theta$ ) are also equal being the distances between (P0) and (P1) equal.

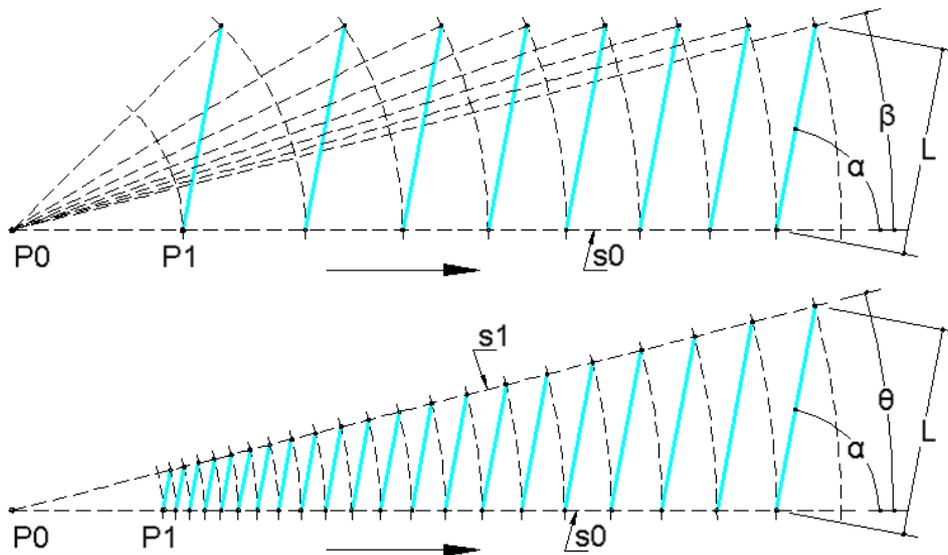
In the first scheme, the length (L) and the inclination ( $\alpha$ ) remain unchanged, but the angle ( $\beta$ ) that I call variable angular step changes from one segment to another, the step of the circles that keep the blue segments connected also changes.

In the second scheme the inclination ( $\alpha$ ) and the angular step ( $\theta$ ) remain unchanged, change the length (L) and the step between the arcs of the circle that keep the various segments connected.

This step is graphically drawing in sequence the blue segment and then the circle with center in (P0) which passes through the end point on (s1) of the blue segment and which on (s0) identifies the point from which the next blue segment will start.

Here is also the comparison of the two basic schemes in the version in which the polygonal ones move away from the origin.

You can see how the first scheme is different from the previous one and how the second one is specularly identical to the previous one.



In both comparisons it seems to me quite evident that the biggest difference is noticeable near the origin. But don't be fooled by the fact that the first segments in the first comparison and the last in the second comparison have identical length, inclination and distance from the origin, obviously it was my choice. Continuing it is easy to understand that the length of the segments and the pitch between the circles for the logarithmic spiral will continue to increase, while in the type of polygonal with the segments of equal length and inclination this does not happen.

For the avoidance of misunderstandings, I would like to remind you that the spiral and therefore also the logarithmic polygon moves away and approaches the origin, always remaining the same, the same effect as enlargement or reduction.

I liked to make this comparison which also completes what I have just rewritten for the instructions relating to the logarithmic polygonal, I hope that this definition found recently on the internet is valid (it avoids me describing it as "polygonal with all its vertices in common with a logarithmic spiral").

The basic scheme is constructed by tracing the first segment beginning in  $(P_1)$ , the second, identical to the first, will begin at the point on  $(s_0)$  intercepted by the circle with the center in  $(P_0)$ , which passes through the end point of the first segment, and in this way we continue for all the others.

The polygonal is created by rotating, with the center in  $(P_0)$ , a copy of the blue segments starting from the second with reference to  $(P_1)$ .

The segments must be rotated until their starting point (on  $s_0$ ) coincides with the end point of the previous segment.

Believing that this comparison also explains how this type of polygonal is constructed, I now move on to provide some indications on how the activity can be used.

In this new edition I believe I have managed to manage the segments of the basic scheme in the best way when developing towards the origin  $(P_0)$  they find themselves in proximity to it.

I remember how the construction of the basic scheme takes place, the first segment  $(S_p)$  of the basic scheme (blue segments) is the one connected to  $(P_1)$  the starting point on  $(S_0)$  of the next (blue) segment is

determined by ( $\alpha$ ) and the position with respect to ( $P_0$ ) of the segment (blue) that precedes it; when I describe below whether or not a segment (blue) has exceeded the origin ( $P_0$ ), it must be understood that it is the next segment to the one subjected to control.

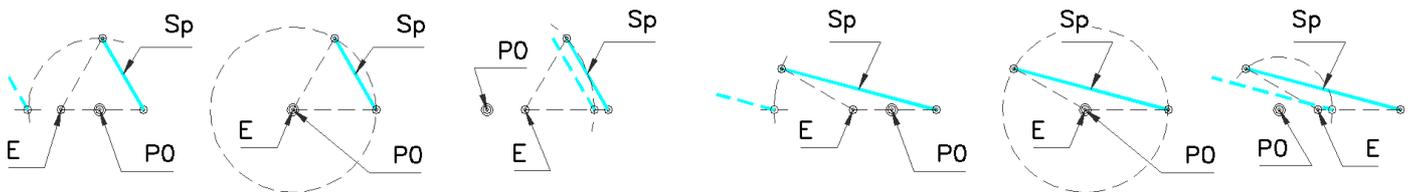
At the top left I added a checkbox and just below a slider.

With the check box, GeoGebra is notified if a segment of the base diagram that is close to the origin will cause the next to exceed it or not, the slider allows you to set (from 0 to 3 mm) a tolerance regarding the position of the controlled segment with respect to the origin ( $P_0$ ).

Although 0.1mm seems like an appropriate tolerance to me, I have given the option to set it from 0 to 3mm.

I believe that the correct behavior for the segments of the basic scheme is to be able to overcome the origin when the condition is determined, so the checkbox should always be checked; the tolerance relative to the position of the segment with respect to ( $P_0$ ) set to 0.1 I think it is reasonably suitable for the condition of the origin not to be exceeded and therefore also to allow the rolling of the polygonal (red) to occur around ( $P_0$ ). The rolling condition is especially designed for when the position of ( $P_1$ ) is such that the entire traverse is rolled up.

The following image shows for two different values of ( $\alpha$ ) three different positions of a segment ( $Sp$ ) with respect to the origin ( $P_0$ ).



(E) is a point on the segment ( $S_0$ ) equidistant from the two ends of the segment ( $Sp$ ).

With the checkbox ticked, the activity is set so that if the point (E) is to the left of ( $P_0$ ) by a distance greater than the tolerance determined with the slider, the next segment ( $Sp$ ) starts (on ( $S_0$ )) to the left of ( $P_0$ ) and therefore exceeds it, as shown by the third and sixth figures starting from the right.

The first and fourth figures starting from the right show the segment that has not yet reached the origin.

The second and fifth figures show the case in which (within the tolerance limit) the segment has the two extremes at the same distance from the origin ( $P_0$ ) and in this case if it is the one that starts in ( $P_1$ ) or if the segments of the basic scheme that follow it will be in the same condition as the spiral is rolled around the origin.

With this I have concluded the description of the novelty, now the description of the previous version continues.

By sliding the first cursor ( $R_0$ ) to the right, reaching the end of the polygonal ( $P_1$ ) until you reach the maximum distance from the origin ( $P_0$ ), which I have foreseen.

I set an automatic zoom controlled by the first slider, in this way the view automatically adapts to the size of the spiral.

If desired, it can be deactivated by unchecking the checkbox at the bottom left, deactivating automatic zoom and manual pan and zoom can be used.

In fact, to unlock manual pan and zoom, you must also slightly move the first slider.

If the distance ( $R_0$ ) of ( $P_1$ ) from ( $P_0$ ) allows it, depending on the inclination ( $\alpha$ ) the polygonal can be moved away or closer to the origin ( $P_0$ ).

Below are some values of the inclination ( $\alpha$ ) that entail the rolling up of the polygonal to form a certain polygon, acting on the vertical slider these cases can be realized.

12.50° for octagon  
115.71° for heptagon  
120° for hexagon  
126° for pentagon  
135° for square  
150° for triangle

In addition to forming a polygon, for certain values of the inclination ( $\alpha$ ) the polygonal can be rolled up to form a star, acting on the vertical slider these cases can also be realized.

162° to form a five-pointed star  
141.43° to form a seven-pointed star  
130° to form a nine-pointed star  
122.73° to form an eleven-pointed star  
117.69° to form a thirteen-pointed star

By varying the inclination while remaining in the field in which the polygonal moves away from (P0), a development is obtained which, although not equal, resembles a logarithmic spiral.

This is the link where you can find all the works I published on GeoGebra.

<https://www.geogebra.org/u/bydante>

In particular, this is the link of the activity dedicated to logarithmic polygonal.

<https://www.geogebra.org/m/vxe6ax2c>

And this is the link of an activity derived from this, dedicated to a polygonal in which it is possible to manage not only the inclination and the distance of (P1) from (P0) but also the initial length of the segments and if you want to increase or decrease inclination and length.

<https://www.geogebra.org/m/fqked4u3>

To find the articles from which the activities I have published on GeoGebra derive, this is the link

[https://vixra.org/author/dante\\_servi](https://vixra.org/author/dante_servi)

Specifically at this address <https://vixra.org/abs/2102.0156> find an article of mine that talks about polygonal stars.