HIDRODINÁMICA

Estudia el comportamiento del movimiento de los fluidos; en sí la hidrodinámica se fundamenta principalmente en los fluidos incompresibles es decir los líquidos; para ello considera la velocidad, presión, flujo y gasto.

Se aplica en el diseño y construcción de presas, canales, acueductos, cascos de barcos, aviones, hélices, turbinas, frenos, amortiguadores, colectores pluviales entre otras aplicaciones.

El estudio de los líquidos en movimiento considera que:

- Son completamente incomprensibles.
- Ideales, esto es que carecen de viscosidad.
- El flujo es estacionario o estable, porque se considera que la velocidad de cada partícula de líquido que pasa por el mismo punto es igual.

CONCEPTOS IMPORTANTES.

GASTO (G):

Es la relación entre el volumen del líquido que fluye por un conducto y el tiempo que tarda en fluir.

$$\boldsymbol{Gasto = \frac{Volumen}{tiempo}}$$

$$\boldsymbol{G = \frac{v}{t} \quad Fórmula\ 1}$$

$$sus\ unidades\ son: \frac{m^3}{s}\ en\ el\ SI\ (Sistema\ Internacional\ de\ Unidades)$$

Existe otra forma de calcular el gasto o caudal cuando se conoce la velocidad del líquido y el área de la sección transversal de la tubería por la cual circula; de tal forma que:

$$\boldsymbol{Gasto = (Area\ de\ la\ sección\ transversal\ de\ la\ tubería)(\ velocidad\ del\ líquido)}$$

$$\boldsymbol{G = A\,v \quad Fórmula\ 2}$$

EJEMPLOS DE GASTO.

Ejemplo 1.- Calcular el gasto de agua por una tubería si en 30 minutos fluyeron 1200 litros.

SOLUCIÓN:

Para calcular el gasto es importante expresar y sustituir los 30 minutos en segundos así como los 1200 litros en metros cúbicos.

$$\left(\frac{30\ min}{1}\right)\left(\frac{60\ s}{1\ min}\right) = \frac{1800\,\mathrm{min}\ s}{1\ min} = 1800s$$

$$\left(\frac{1200\ litros}{1}\right)\left(\frac{1\ m^3}{1\ 000\ litros}\right) = \left(\frac{1200\ litros\ \ m^3}{1\ 000\ litros}\right) = 1.2\ \ m^3$$

Sustituyendo en la fórmula 1.

$$\boldsymbol{G = \frac{v}{t}}\ ;\ \ G = \frac{1.2\ \ m^3}{1800\ s} = \boldsymbol{6.66\ x\ 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}}$$

Significa que en un segundo fluyen 6.66 x 10^{-4} $\mathbf{m^3}$ / s; expresando los m^3 en litros para que quede mejor comprendido el resultado son: 0.66 litros cada segundo (no llega a un litro por segundo).

Ejemplo 2. Calcular el gasto de agua a través de una tubería con un diámetro de 5 cm si la velocidad con la cual fluye es de 4.8 m/s.

SOLUCIÓN.

Como se conoce la velocidad con la cual fluye el agua y el diámetro de la tubería se aplica la fórmula 2, sólo que antes se tiene que calcular el área de la sección transversal de la tubería.

Recordando $A = \frac{\pi\ \varphi^2}{4}$; sustituyendo valores se tiene: $A = \frac{\pi\ (0.05\ m)^2}{4} =$

$1.96\ x\ 10^{-3} m^2$

Sustituyendo en la fórmula 2.

$\boldsymbol{G = A\,v}$; Se tiene: $\boldsymbol{G = (1.96\ x\ 10^{-3} m^2)\left(\frac{4.8\ m}{s}\right) = 9.40\ x\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}}$

El gasto de agua es de 9.40 X 10^{-3} m^3/ s, explicado de manera más entendible son 9.4 litros cada segundo.

Ejemplo 3.- ¿Qué diámetro debe tener una tubería para que el gasto sea de 10 litros/s a una velocidad de 5m/s?

SOLUCIÓN:

Se utiliza la fórmula 2; $\boldsymbol{G = A\,v;}$ de donde se despeja “A”:

$\boldsymbol{A = \frac{G}{v}}$ Posteriormente se sustituye “A” por la fórmula para calcular área,

$\boldsymbol{A = \frac{\pi\,\varphi^2}{4}}$

$\boldsymbol{\frac{\pi\,\varphi^2}{4}} = \boldsymbol{\frac{G}{v}}$ $se\ despeja\ \varphi$

$$\boldsymbol{\varphi^2 = \frac{4G}{\pi v};\quad \varphi = \sqrt{\frac{4\ G}{\pi\ v}}}$$

Sustituyendo valores en la expresión anterior:

$$\boldsymbol{\varphi = \sqrt{\frac{4\ (0.01\frac{m^3}{s})}{\pi(\ 5\frac{m}{s})}} = 0.050\ m}$$

La tubería debe tener un diámetro de 0.05 m o sea de 5 cm.

FLUJO (F).

Cantidad de masa de líquido que fluye a través de una tubería en un segundo; matemáticamente:

$$\boldsymbol{Flujo = \frac{masa}{tiempo}}$$

$$\boldsymbol{F = \frac{m}{t} \quad Fórmula\ 3}$$

$$sus\ unidades\ son\ \boldsymbol{\frac{Kg}{s}}$$

Existe otra fórmula para calcular flujo si se relaciona con la densidad, de tal forma que:

$$\boldsymbol{Flujo = Gasto\ \ por\ densidad}$$

$$\boldsymbol{F = G\rho \quad Fórmula\ 4}$$

EJEMPLOS DE FLUJO.

Ejemplo 4.- Calcular el flujo de agua a través de una tubería si el gasto es de 2 litros cada segundo.

Recuerde que la densidad del agua es de 1000 Kg/m^3.

Solución:

De acuerdo a que sólo se conoce el gasto se puede utilizar la fórmula 4; antes de sustituir en esta fórmula el gasto se debe expresar en m^3 / s.

$$\left(\frac{2\ litros}{s}\right)\left(\frac{1\ m^3}{1000\ litros}\right) = \frac{2\ litros\ \ m^3}{1000\ s\ \ litros} = 2\ x\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

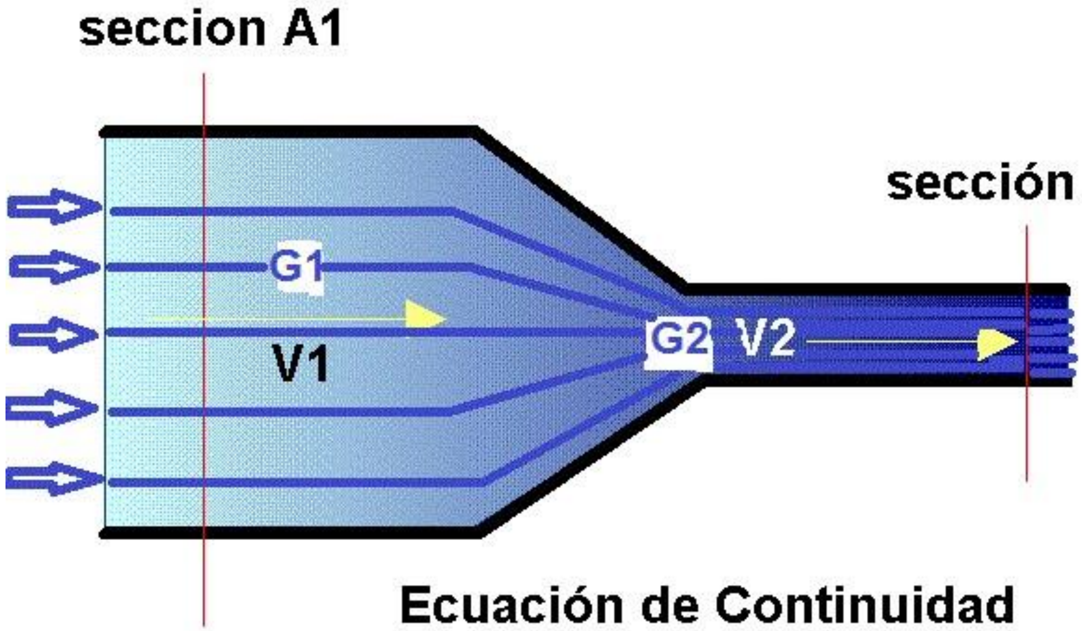
Sustituyendo:

$$F = G\rho =$$

$$F = \left(2\ x\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}\right)\left(1000\ \frac{Kg}{m^3}\right) = 2\ \frac{Kg}{s}$$

Significa que cada segundo fluyen 2 kg de agua.

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.



En la figura anterior la tubería presenta una reducción de su sección transversal del punto A1 al punto A2; sin embargo la cantidad de líquido que pasa por ambos puntos es la misma; por lo cual el gasto en el punto A1 es el mismo que en punto A2; expresado matemáticamente:

$$G_1 = G_2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \ \ llamada\ ECUACIÓN\ DE\ CONTINUIDAD$$

$$Fórmula\ 5$$

Lo anterior es considerando que los líquidos son incompresibles de tal forma que la velocidad del líquido que fluye por la sección transversal mayor tiene una menor velocidad y al pasar por la sección transversal de menor tamaño el líquido incrementa su velocidad, compensando así el gasto.

A MAYOR SECCIÓN, MENOR VELOCIDAD A MENOR SECCIÓN, MAYOR VELOCIDAD

EJEMPLOS DE LA APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

1.- Por una tubería con un diámetro de 4 cm circula agua a una velocidad de 3m/s, si la tubería presenta una reducción de su sección transversal encontrándose que su diámetro en esta parte es de 2.5 cm; ¿Cuál es la velocidad del agua a través de esta última sección?

Solución:

Datos:

Diámetro 1 = $\varphi_1 = 4$ cm o 0.04 m

Diámetro 2 = $\varphi_2 = 2.5$ cm o 0.025 m

Velocidad 1 = v_1 = 3 m/s Se desconoce la v_2.

Utilizando la Ecuación de Continuidad; **;** se $\boldsymbol{A_1 v_1 = A_2 v_2}$ despeja v_2; quedando como:

$$\boldsymbol{v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2} \quad expresión\ 1}$$

Considerando que el área de la sección transversal es: $\boldsymbol{A = \frac{\pi\varphi^2}{4}}$ de tal forma que para cada área se tiene:

$$\boldsymbol{A_1 = \frac{\pi(\varphi_1)^2}{4} \quad y \quad A_2 = \frac{\pi(\varphi_2)^2}{4}}$$

Ahora sustituyendo en la expresión 1, se tiene:

$$v_2 = \frac{\left(\frac{\pi(\varphi_1)^2}{4}\right)(v_1)}{\frac{\pi(\varphi_2)^2}{4}} \quad \boldsymbol{expresión\ 2}$$

Dividiendo y cancelando $\frac{\pi}{4}$ de la expresión 2, se obtiene:

$$v_{2=} \frac{(\varphi_1)^2 (v_1)}{(\varphi_2)^2} \quad expresión\ 3$$

Sustituyendo valores en la expresión 3;

$$v_{2=} \frac{(0.04\ m)^2 \left(\frac{3\ m}{s}\right)}{(0.025\ m)^2}$$

$$v_2 = \frac{(1.6\ x\ 10^{-3}\ m^2)\left(\frac{3\ m}{s}\right)}{6.25\ \ x\ 10^{-4} m^2} = \ 7.68 \frac{m}{s}$$

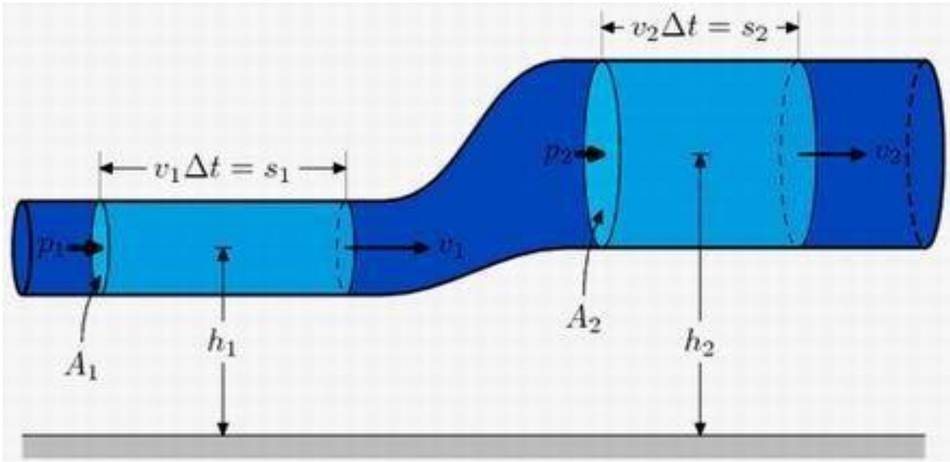
La velocidad del agua en la sección estrecha de la tubería es de 7.68 m/s.

TEOREMA DE BERNOULLI.

“En un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto, es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera”

ECUACIÓN DEL TEOREMA DE BERNOULLI

$$\frac{(v_1)^2}{2} + \ gh_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{(v_2)^2}{2} + gh_2 + \frac{P_2}{\rho_2}$$



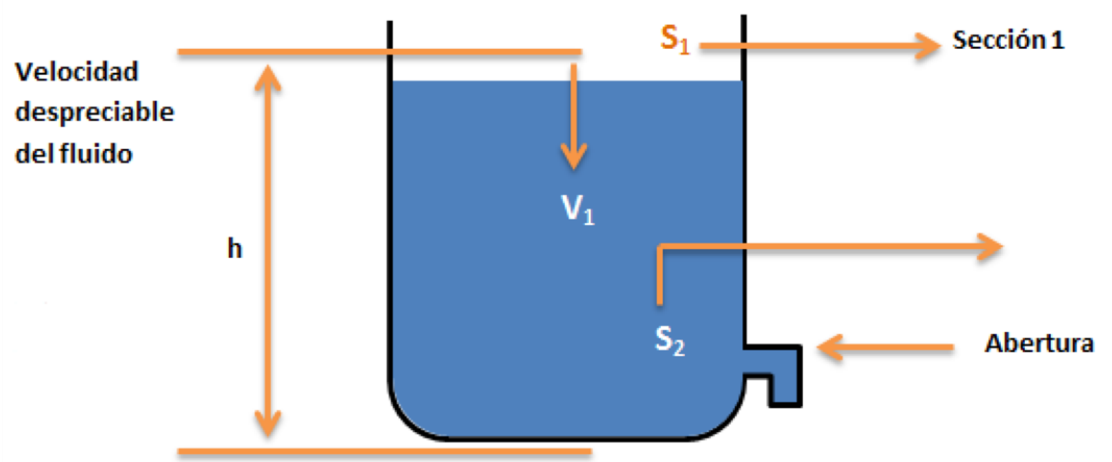
TEOREMA DE TORRICELLI

Una de las aplicaciones del Teorema de Bernoulli es el Teorema de Torricelli que enuncia:

"La velocidad con la que sale un líquido por el orificio de un recipiente es igual a la que adquiriría un cuerpo que se dejara caer libremente desde la superficie libre del líquido hasta el nivel del orificio"

El Teorema anterior fue establecido por Evangelista Torricelli y fundamentado en la siguiente ecuación:

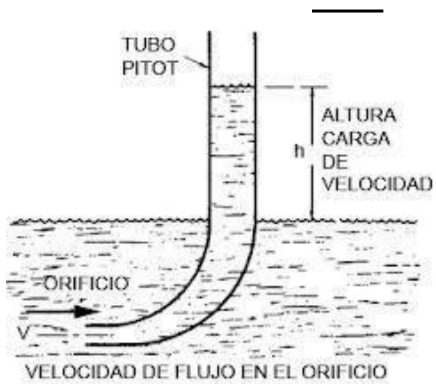
$$v = \sqrt{2gh}$$



Con el teorema de Torricelli se puede calcular el caudal de salida de un líquido por un orificio

Asimismo, dentro de las aplicaciones también se encuentran: Tubo de Pitot y Tubo de Venturi.

TUBO DE PITOT.
Es utilizado para medir la velocidad de la corriente de agua de un río.



$$\boldsymbol{v = \sqrt{2gh}}$$

TUBO DE VENTURI.

Se emplea para medir la velocidad de un líquido que circula a presión dentro de una tubería.

La siguiente ecuación obtenida a partir del Teorema De Bernoulli permite calcular la velocidad.

$$v_A = \sqrt{\frac{\frac{2}{\rho}\ (P_A - \ P_B)}{(\frac{A_A}{A_B})^2 - 1}}$$

v_A=$Velocidad\ del\ líquido\ a\ través\ de\ la\ tubería\ en \frac{m}{s}$.

P_A=$Presión\ del\ líquido\ en\ la\ parte\ ancha\ del\ tubo\ en \frac{N}{m^2}$.

P_B=$Presión\ del\ liquido\ en\ la\ parte\ más\ estrecha\ del\ tubo\ en\ \frac{N}{m^2}$

ρ=$Densidad\ del\ líquido\ en\ \frac{Kg}{m^3}$

A_A=$Área\ de\ la\ sección\ transversal\ de\ la\ parte\ más\ ancha\ de\ la\ tubería\ en\ m^2$.

A_B=$Área\ de\ la\ sección\ tansversal\ de\ la\ parte\ más\ estrecha\ de\ la\ tubería\ \ en\ m^2$

.