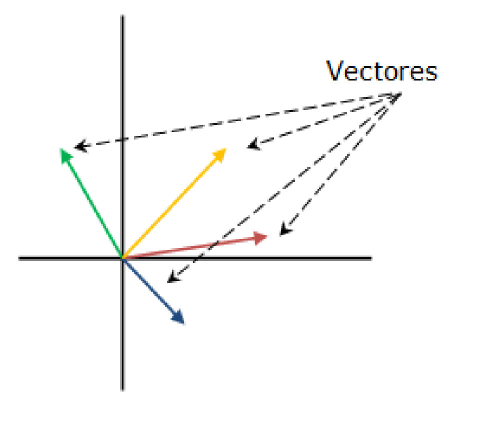
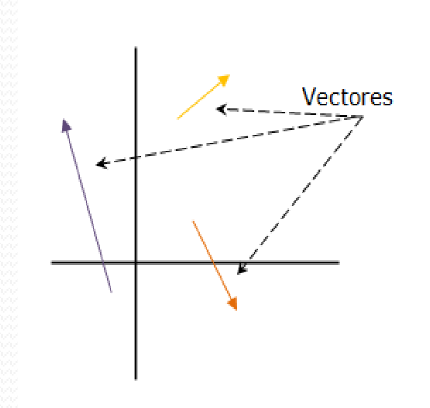
VECTORES

Para hacer ascender un globo de aire caliente, el piloto aumenta el flujo de gas propano al quemador, el que a su vez hace aumentar la temperatura del aire dentro del gas abriendo la válvula del paracaídas en la parte superior del globo.

Para detener ascenso del globo y finalmente obligarlo a descender, el piloto disminuye la temperatura del aire dentro del globo abriendo la válvula del paracaídas de la parte superior del globo. ¿Cómo cree el lector que los piloto controlan la velocidad horizontal y la dirección del globo?

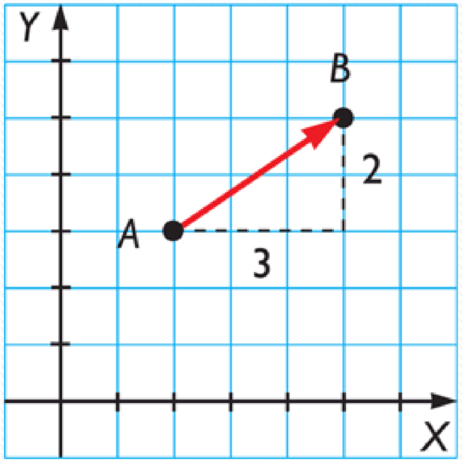
- **Definición de un vector**
- **Vector**, en álgebra lineal, es un elemento de un espacio vectorial.
- En física, un **vector** es una herramienta geométrica utilizada para representar una magnitud física del cual depende únicamente un módulo (o longitud) y una dirección (u orientación) para quedar definido





En la imagen de la izquierda podemos apreciar dos tipos de vectores, los fijos (izquierda) y los libres (derecha) señalados por las flechas negras

- **Analíticamente un vector se representa por:**



- $\bar{v} = < v_{1,}\ v_2 > \in R^2$ en el plano
- $\bar{v} = < v_{1,}\ v_{2,} v_3 > \in R^3$ en el espacio
- $\bar{v} = < v_{1,}\ v_{2,} v_{3\ldots}\ v_n > \in R^n$ en el espacio multidimensional

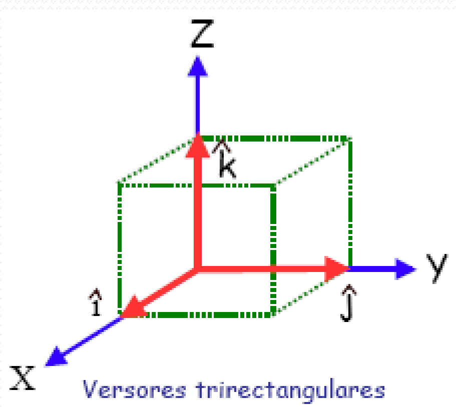


Imagen de http://www.freevectors.net/files/large/22TridimensionalVectorShapes.jpg

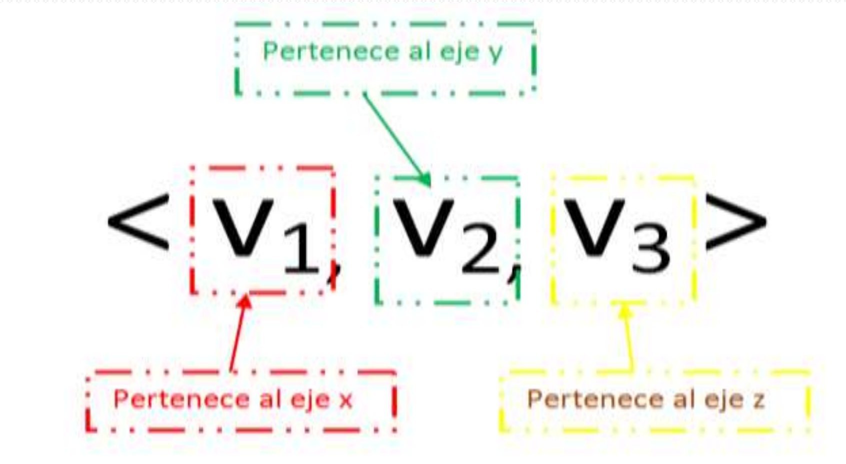
Nota 1: $^{n:}$ n indica la dimensión del vector.
Nota 2: $v_{1,}\ v_{2,} v_{3\ldots}\ v_n$ son los componentes del vector.

Espacio vectorial: Es un conjunto de vectores que satisfacen los axiomas con las operaciones de suma y multiplicación

Ejemplo:

$$\vec{v} = < v_1, v_2 > \begin{cases} V_1 \in eje\ x \\ V_2 \in eje\ y \end{cases}$$

$$\vec{v} = < v_1, v_2, v_3 > \quad \begin{cases} V_1 \in eje\ x \\ V_2 \in eje\ y \\ V_3 \in eje\ z \end{cases}$$

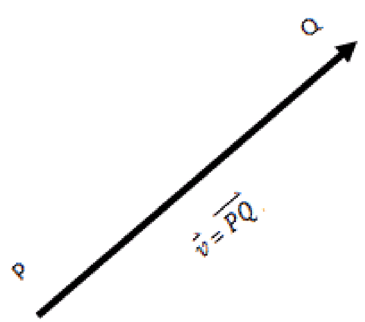


El primer termino pertenece al eje x, el segundo término al eje y, y el tercer término del vector si es que lo hay, pertenece al eje z.

Si observamos lo siguiente, podemos observar que un vector está formado por dos puntos, en este caso, la line por encima de la letra nos dice que nos referimos a los puntos que forman el vector V.

$$\overline{v} = \overline{PQ}$$

¿Cómo calculo $\overline{v}$ a través de $\overline{PQ}$?



a través de

$\overline{v} = \overline{Q} - \overline{P}$ = Punto final – Punto inicial

P: Es el punto inicial (salida).
Q: Es el punto final (llegada).

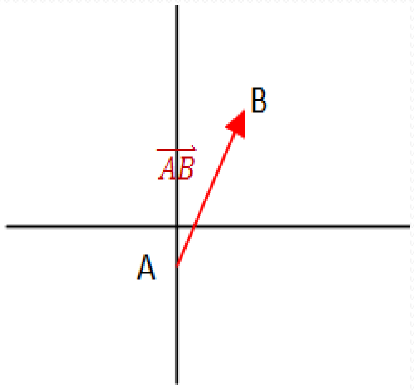
Ejemplo: Encontrar los puntos y el vector según el caso.

1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

$A = <0,-1>$ $B = <2, 3>$

$\overrightarrow{AB} = <2, 3> - <0,-1>$

$\overrightarrow{AB} = <2, 4>$



2. $\overrightarrow{EF} = <0, -4>$ $F = <10, -1>$

$\overrightarrow{EF} = OF - OE$

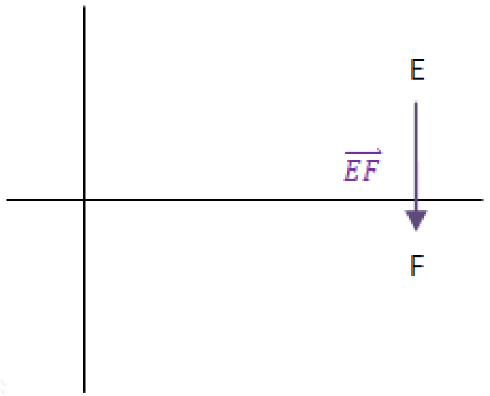
$<0, -4> = <10, -1> - OE$

$<0, -4> - <10, -1> = -OE$

$<-10, -3> = -OE$

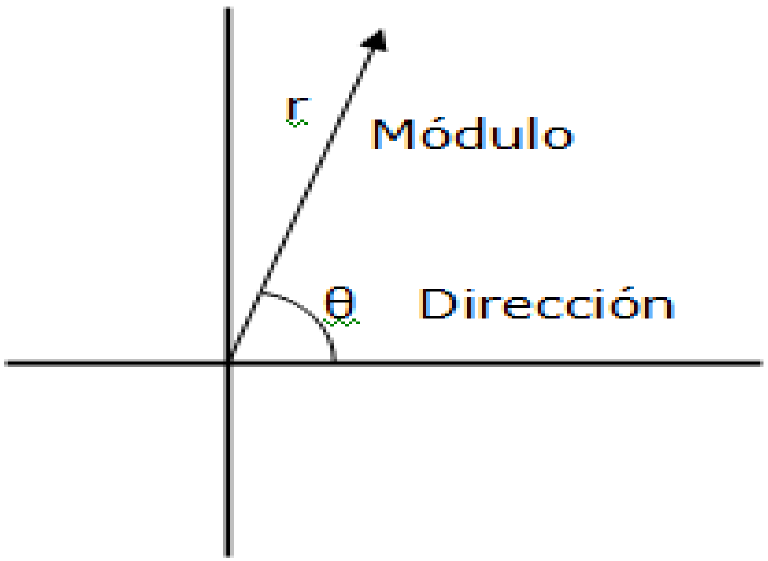
$(<-10, -3> = -OE)(-1)$

$OE = <10, 3>$



Componentes de un vector

- El vector está comprendido por los siguientes elementos:
  - **La Dirección:** esta determinada por la recta de soporte y puede ser vertical, horizontal e inclinada u oblicua.
  - **La orientación:** o sentido, esta determinada por la flecha y puede ser horizontal hacia la derecha o hacia la izquierda, vertical hacia arriba o hacia abajo e inclinada ascendente o descendente hacia la derecha o hacia la izquierda.
  - **El punto de aplicación**: esta determinado por el punto origen del segmento que forma el vector.
  - **La longitud o módulo**: es el número positivo que representa la longitud del vector.

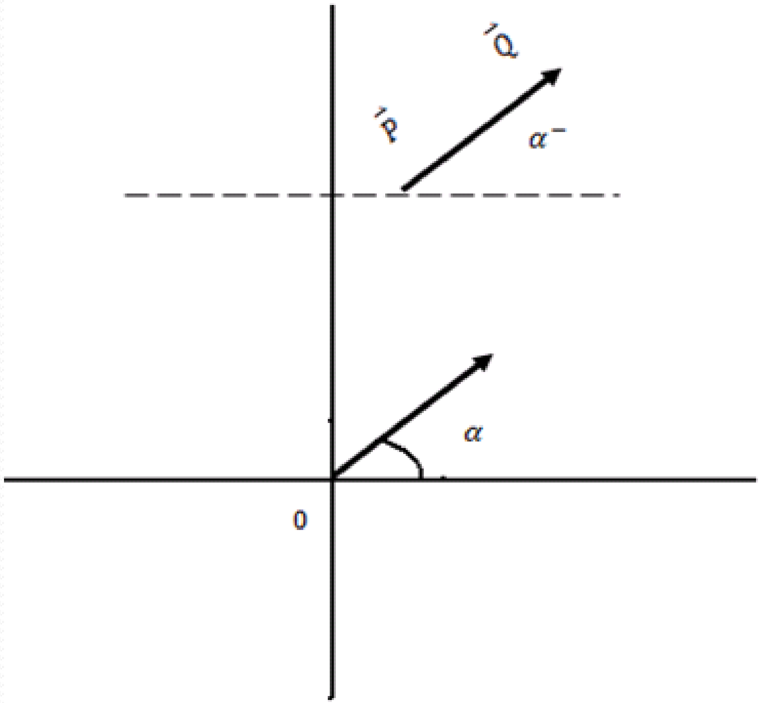


En el cuadro de la izquierda podemos ver:

El módulo (r) que es la longitud del vector

La dirección (el ángulo) que nos muestra la inclinación y dirección que deberá tomar el vector

Interpretación grafica



VECTOR LIBRE

VECTOR FIJO

FIJO: Porque parte del origen.
LIBRE: Porque está en cualquier lugar del plano.

Nota:

1. *Todo vector tiene un vector opuesto, excepto nulo.*
2. *También existe nulo* $\vec{v} = < 0, 0 >$, $\vec{v} = < 0, 0, 0 >$, $\vec{v} = < 0, 0, 0 ... n >$.
3. $\vec{v} = < v_1, v_2 >$ *y* $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ *tal que* $P (a_1, a_2)$ *y* $Q (b_1, b_2)$

entonces $< v_1, v_2 > = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = <b_1 - a_1, b_2 - a_2 >$

Cada vi, ai, bi $\in R$

Entonces: $V_1 = b_1 - a_1$

$V_2 = b_2 - a_2$

$\vec{v} = < v_1, v_2, v_3 >$ $\vec{w} = < -v_1, -v_2, -v_3 >$ $\left\{ \begin{array}{l} \vec{v} \text{ y } \vec{w} \\ \text{SON OPUESTOS} \end{array} \right.$

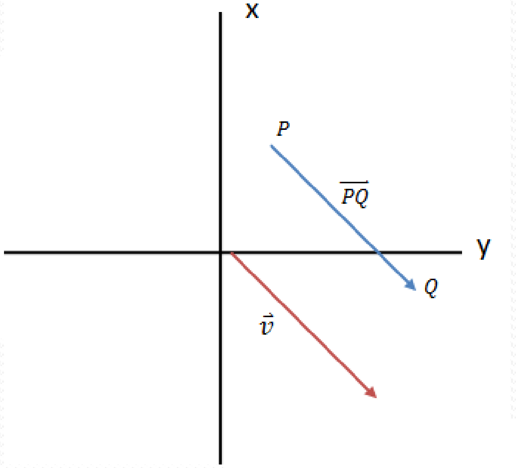
DILATACIÓN Y CONTRACCIÓN

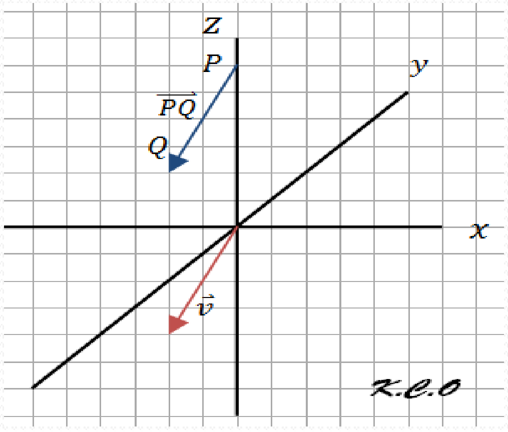
$$\vec{v} = < v_{1,}\ v_{2,}\ v_3 > \quad \begin{cases} \text{dilatar: Se multiplica el vector por } \lambda > 1\ (aumentar) \\ Ejemplo\text{:}\ \ \vec{v} = < 2, -3 > \quad \lambda = 2 \\ \lambda\vec{v} = < 4, -6 > \\ \text{contraer: Se multiplica el vector por } 0 > \lambda > 1\ (disminuir) \\ Ejemplo\text{:}\ \vec{v} = < 2, -3 > \quad \lambda = \frac{1}{3} \\ \lambda\vec{v} = < \frac{2}{3}, -1 > \end{cases}$$

Representación Gráfica de un vector en R ^{2}: $\vec{v} = \overrightarrow{PQ} \begin{cases} P(1,2) \\ Q(3,-1) \end{cases}$

$\vec{v} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = <3, -1> - <1, 2>$

$\vec{v} = <2, -3>$





En R ^{3}: $\vec{v} = \overrightarrow{PQ} \begin{cases} P(-1,1,2) \\ Q(2,-3,4) \end{cases}$

$\vec{v} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = <2,-3,4> - <-1,1, 2> = <3,-4,2>$

Nota: La dirección depende de , se calcula a través de cosenos directores.

MODULO, DISTANCIA Y SENTIDO

Como vimos anteriormente el vector está compuesto por un módulo, su distancia y su sentido.
En este pequeño espacio se mostraran las fórmulas que se deben utilizar para hallar esos elementos.

Módulo $\|\vec{v}\| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2}$ ó $\|\vec{v}\| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 + {v_3}^2}$
dependiendo del número de componentes del vector.

Dirección $\tan \alpha = \frac{V_2}{V_1}$ $\alpha = \tan^{-1} \frac{V_2}{V_1}$

Bibliografía

- http://rlv.zcache.com/gasballoon_race_gbtac14_posterp2284816831248785 47t5wm_400.jpg

  libro de larsson octava edición "calculo de varias variable
- http://es.wikipedia.org/wiki/Vector
- http://es.wikipedia.org/wiki/Vector_(f%C3%ADsica)
- http://html.rincondelvago.com/vectores_7.html
- http://es.wikipedia.org/wiki/Vector_unitario
- http://es.wikipedia.org/wiki/Base_can%C3%B3nica
- http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/medellin/nivelacion/uv00004/lecciones/unidades/generalidades/vectores/concepto/index22.htm
- http://usuarios.multimania.es/pefeco/sumavectores/sumavectores.htm
- http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/medellin/nivelacion/uv00004/lecciones/unidades/generalidades/vectores/imagenes/gen_vect62.gif

- *http://www.geoan.com/analitica/vectores/cosenos_directores.html*
- *http://es.wikipedia.org/wiki/Producto_escalar*
- *http://www.geoan.com/analitica/vectores/producto_punto.html*
- *http://www.geoan.com/analitica/vectores/producto_punto.html*
- *http://www.geoan.com/analitica/vectores/producto_punto.html*
- *http://www.geoan.com/analitica/vectores/producto_cruz.html*
- *http://www.geoan.com/analitica/vectores/producto_cruz.html*
- *http://www.ditutor.com/geometria/area_paralelogramo.html*
- *http://www.ditutor.com/geometria/paralelogramo.html*
- *http://www.ditutor.com/geometria_espacio/paralelepipedo.html*
- *http://www.ditutor.com/geometria_espacio/paralelepipedo.html*
- *http://www.azc.uam.mx/cyad/procesos/website/cursos/INTER/2Triple.htm*
- *http://www.ditutor.com/geometria/rectas.html*
- *http://www.geoan.com/recta/ecuacion_recta.html*
- *http://www.geoan.com/recta/ecuacion_recta.html*
- *http://www.geoan.com/recta/ecuacion_recta.html*