

Tema da atividade: Teorema de Tales

Objetivo: Explorar a Proporcionalidade do Teorema de Tales com suas representações Aritmética, Geométrica e Algébrica

Aluno(a): _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

1.¹ Abra o aplicativo do GeoGebra. Esconda os eixos e a malha. Com a ferramenta polígono, construa um triângulo ABC (caso os vértices do triângulo não sejam nomeados automaticamente, nomeie-os usando a ferramenta Exibir/Esconder rótulo). Nesse triângulo,

- Usando a ferramenta ponto médio, determine o ponto médio D do lado AB;
- Trace uma reta paralela ao lado BC, passando por D;
- Agora marque o ponto E na interseção dos lados AC com a reta criada;
- Use a ferramenta distância e meça os segmentos AD, BD e AE;

a. Qual você acha que deve ser a medida do segmento CE? _____

b. Agora, meça os segmentos AB e AC. Qual a razão entre a medida do lado AB e AD (digite no campo de entrada $AB \div AD$, o resultado aparecerá na janela de álgebra)? E entre os lados AC e AE (digite no campo de entrada $AC \div AE$)? _____

c. Movimente os vértices do triângulo e observe: Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? O que ocorre tem alguma relação com proporcionalidade? Escreva sobre isso: _____

d. Com a ferramenta exibir/esconder objeto, oculte as distâncias dos segmentos AD, BD e AE.

-> No mesmo triângulo:

- Determine F, o ponto médio de AD.
- Faça uma nova reta paralela a BC, passando por F.
- Determine G na interseção da nova reta com AC.
- Com a ferramenta distância, meça os segmentos AF, DF e AG.

e. Qual você acha que deve ser a medida do segmento EG? _____

f. Qual razão entre AB e AF (digite no campo de entrada $AB \div AF$)? E entre AC e AG (digite no campo de entrada $AC \div AG$)? _____

g. Qual a razão entre BF e AF (digite no campo de entrada $BF \div AF$)? _____

h. Se for mantida a razão entre BF e AF para os segmentos CG e AG, qual deve ser a medida de CG? _____

i. Verifique a resposta do item anterior com a ferramenta distância para medir o segmento CG.

j. Movimente os vértices do triângulo e observe: Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? O que ocorre tem alguma relação com proporcionalidade? Escreva sobre isso: _____

¹ Esta atividade foi elaborada com base nas questões 1, 2, 3, 4 e 5 da situação de aprendizagem 6 "Teorema de Tales: A Proporcionalidade na Geometria" do volume II do 8º ano do caderno do aluno do Estado de São Paulo (2014-2017).

2. Abra um novo arquivo no aplicativo do GeoGebra e construa um novo triângulo ABC com a ferramenta polígono. Com a ferramenta ponto em objeto, crie um ponto D qualquer sobre o lado AB. Depois uma reta paralela a BC passando por D. Com a ferramenta interseção de dois objetos, crie também o ponto E na interseção da reta com AC.

a. Com a ferramenta distância, meça os segmentos AB, AD, BD, AC, AE e CE.

b. No campo de entrada, verifique o valor da razão entre os segmentos AB/AC , AD/AE e BD/CE (digite $AB \div AC$, $AD \div AE$ e $BD \div CE$). O que você nota no valor das razões? _____

c. Arraste o ponto D sobre o lado AB. Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? _____

d. O que ocorre com as razões nos itens b e c tem alguma relação com proporcionalidade?

Escreva sobre isso: _____

e. Com a ferramenta ponto em objeto, marque um ponto F (com F diferente de D) sobre o lado AB, e o ponto G (com G diferente de E) sobre o lado AC. Construa a reta FG.

f. Com a ferramenta distância, meça os segmentos AF, BF, AG e CG.

g. No campo de entrada, verifique o valor da razão entre os segmentos AF/AG e BF/CG (digite $AF \div AG$ e $BF \div CG$). O que você nota no valor das razões? _____

h. Arraste os pontos F e G. Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? _____

i. O que ocorre com as razões nos itens g e h tem alguma relação com proporcionalidade?

Escreva sobre isso: _____

j. Com a ferramenta mover, movimente o ponto F até que os valores de todas as razões calculadas fiquem iguais. Qual a posição relativa dessas retas (DE e FG)?

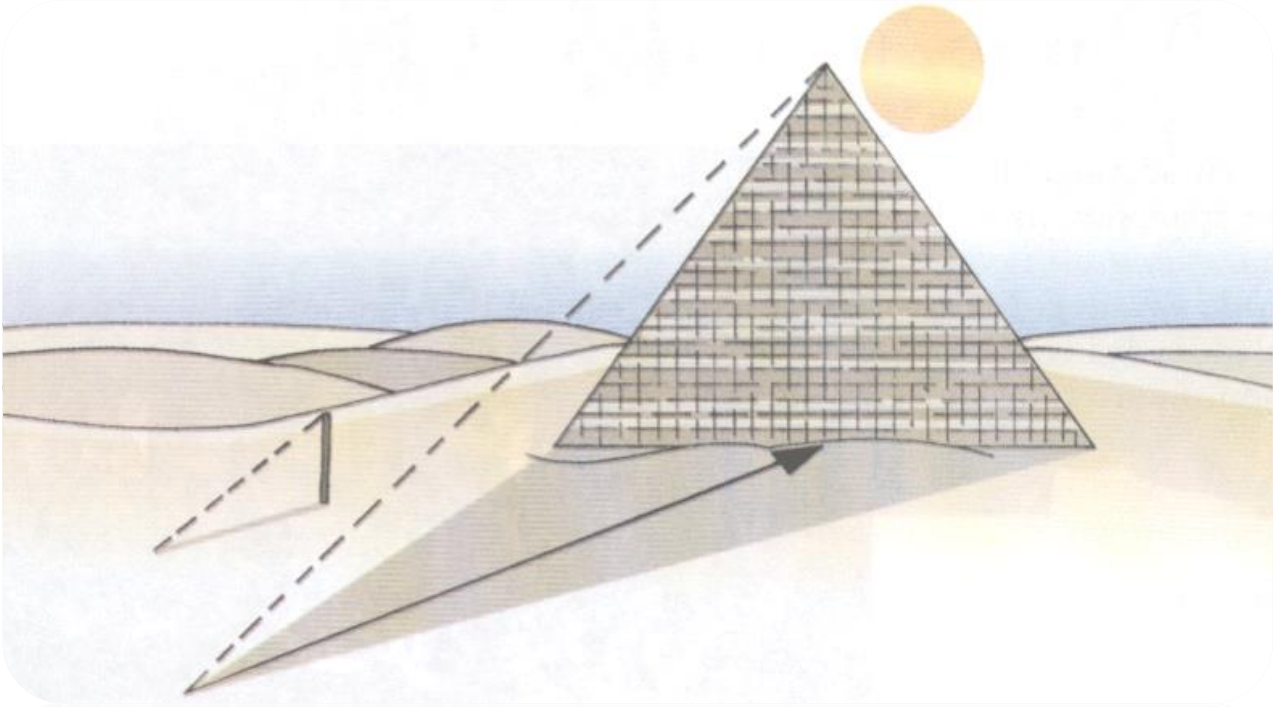
k. Concluindo... Com base na movimentação dos pontos D e F, e observando o que ocorre com a razão, qual conclusão se pode tirar acerca das retas paralelas e os lados do triângulo que intersectam essas paralelas? _____

Teorema de Tales

As particularidades que observamos nas questões anteriores que relacionam a proporcionalidade que existe quando duas ou mais retas paralelas entre si, são cortadas por duas transversais foi descoberto por Tales. Formalmente, o Teorema de Tales enuncia que "Se um feixe de retas paralelas é interceptado por duas retas transversais então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais" (BONGIORANNI, 2007).

Tales era um rico comerciante da cidade grega de Mileto, cerca de 600 a.C. Ele observou que, num mesmo instante, a razão entre a altura de um objeto e o comprimento da sombra que esse objeto projeta no chão era sempre a mesma para quaisquer objetos. Por ser comerciante, Tales teve a oportunidade de entrar em contato com outros povos. Conta-se que

numa de suas viagens ao Egito, Tales foi desafiado a medir a altura da grande pirâmide Quéops, que foi construída por volta de 2500 a. C. e é uma das grandes maravilhas do mundo antigo.



Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/teorema-tales.htm>

Tales aplicou seus conhecimentos sobre segmentos proporcionais e achou a altura da pirâmide usando apenas um bastão e as medidas das sombras da pirâmide e do bastão no mesmo instante em que o sol projetava totalmente a sombra da pirâmide e do bastão. Resumidamente, ele descobriu que:

$$\frac{\text{altura da pirâmide}}{\text{sombra da pirâmide}} = \frac{\text{altura da estaca}}{\text{sombra da estaca}}$$

Esta descoberta levou Tales a ser muito prestigiado pelo faraó Amásis, que governava o Egito nessa época. Além disso, o prestígio da descoberta de Tales vem se estendendo ao longo das gerações e é usada até os dias atuais.

Referência:

BONGIOVANNI. V. O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V 2.5, p.94-106, UFSC: 2007.

3. No arquivo lago.ggb você pode explorar a situação criada por Lucas. Lucas queria estimar a medida mais extensa do pequeno lago que havia perto de sua casa. Pensando sobre o problema, ele inicialmente fez um esquema da situação, indicando essa extensão por AB e imaginando dois triângulos ABD e BCE, sendo as bases AD e EC paralelas. Depois, foi ao local e fincou 5 estacas, cada uma correspondente a um vértice dos triângulos de seu esquema. Contou com passos as medidas correspondentes aos lados AE, BD e DC, e completou seu esquema.

a. Analise o esquema no GeoGebra e responda: o procedimento criado por Lucas permite a resolução do problema? Se sua resposta foi afirmativa, expresse abaixo os cálculos efetuados e o valor, em passos, encontrado por ele para a extensão AB (faça essa questão manualmente):

b. No campo de entrada, digite $AB \div EA$ para encontrar a razão entre a largura do lago \overline{AB} , pelo segmento \overline{EA} .

c. No campo de entrada, digite $BD \div DC$ para encontrar a razão do segmento \overline{BD} , pelo segmento \overline{DC} .

d. Observando os resultados, você pode afirmar que a razão entre os segmentos AB e AE são proporcionais a razão entre BD e DC? _____

e. Em caso afirmativo, qual é a constante de proporcionalidade? Usando o campo de entrada, explore os segmentos do esquema e responda: existem outras relações proporcionais no esquema de Lucas? Se sim, cite quais são esses casos.

f. O esquema criado por Lucas, foi baseado no Teorema de Tales. Você conseguiu perceber essa relação ao explorá-lo? Explique sua resposta.

4. No arquivo praça.ggb você pode explorar a situação:

De uma praça em formato retangular saem 4 avenidas, α , β , θ e φ , uma de cada vértice do retângulo. Ligando cada par de avenidas há três ruas, 1, 2 e 3, sempre paralelas em cada caso. Os pontos de encontro entre as ruas de mesmo número são nomeados pelas letras do alfabeto, A, B, C, D etc.

a. No campo de entrada, calcule: $AB \div BC$; $DE \div EF$; $GH \div HI$ e $JK \div KL$.

b. O que você nota no valor das razões? _____

c. Arraste livremente os pontos A, D, G e J. Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? _____

d. A proporção verificada no item anterior é a expressão matemática do teorema de Tales, que também pode ser enunciada da seguinte forma: *se uma reta paralela a um lado de um triângulo intersecta os outros dois lados em pontos distintos, então ela determina segmentos que são proporcionais a esses lados.* Por exemplo, TA está para TC assim como AJ está para CL. Portanto, meça TA, TC e CL e calcule AJ.

e. Com o mesmo raciocínio do Teorema de Tales usado no item anterior, encontre o comprimento de outra rua que preferir.