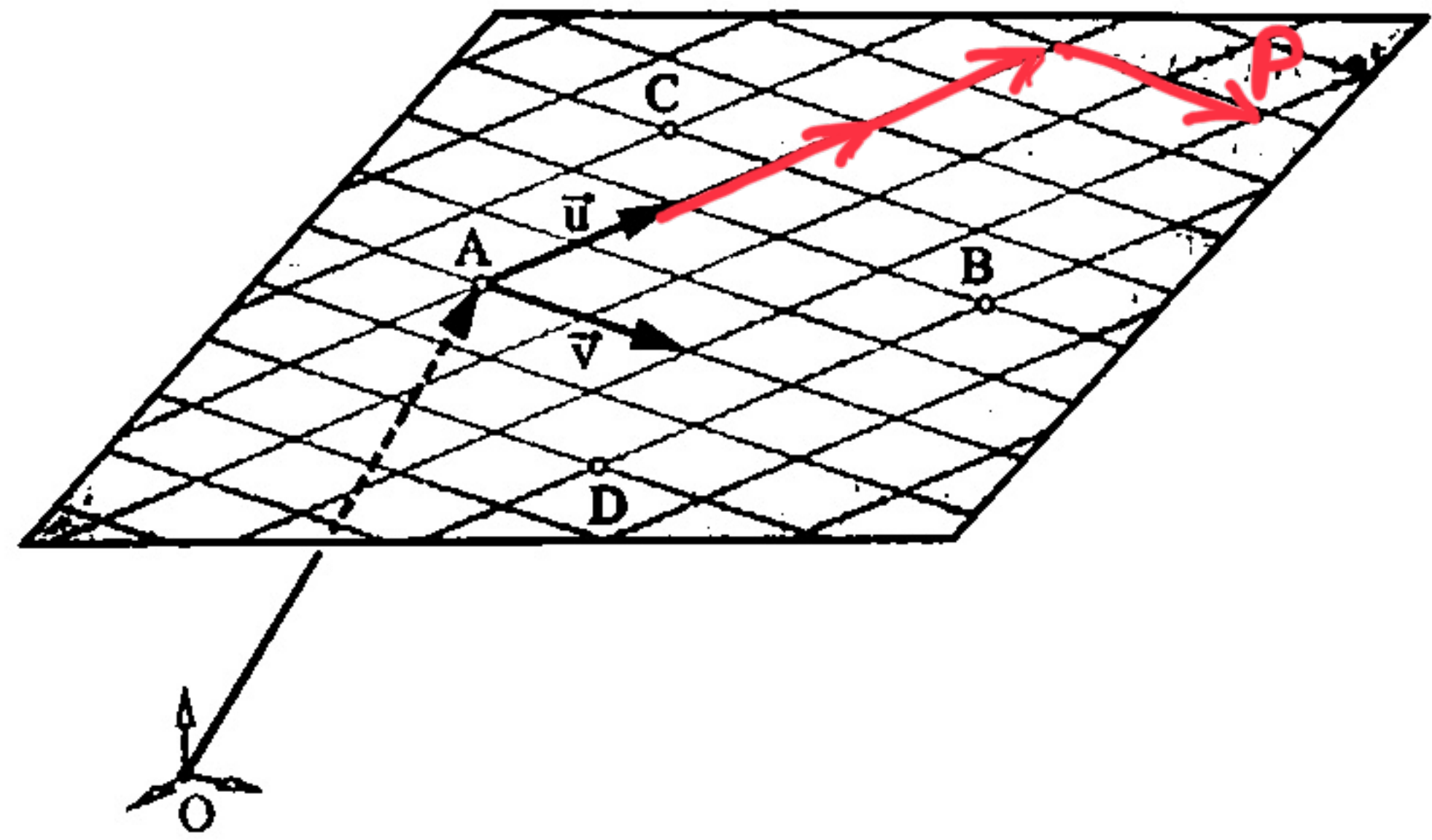


Parameterdarstellung einer Ebene

Eine Gerade kann durch eine Parameterdarstellung mithilfe eines Punktes und eines Richtungsvektors beschrieben werden. Betrachten wir eine Ebene, wie in der Abbildung rechts, von der ein Punkt A und zwei Richtungsvektoren \vec{u} und \vec{v} gegeben sind.



- a) Bestimmen Sie die Ortsvektoren der Punkte B, C und D in der Ebene mithilfe der Vektoren \vec{OA} , \vec{u} und \vec{v} .

(1) $\vec{OB} = \vec{OA} + 1 \cdot \vec{u} + 1,5 \vec{v}$

(2) $\vec{OC} = \vec{OA} + 1,5 \vec{u} - 0,5 \vec{v}$

(3) $\vec{OD} = \vec{OA} - 1 \cdot \vec{u} + 1,5 \vec{v}$

- b) Zeichnen Sie in die Abbildung oben den Punkt P ein, für den gilt: $\vec{OP} = \vec{OA} + 3 \cdot \vec{u} + 1 \cdot \vec{v}$

- c) Beschreiben Sie, wie man den Ortsvektor eines beliebigen Punktes X der Ebene mithilfe von \vec{OA} , \vec{u} und \vec{v} angeben kann.

$\vec{OX} = \vec{OA} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}, \quad s, t \in \mathbb{R}$

man geht zuerst entlang des Vektors OA, dann ein Vielfaches s von u und danach ein Vielfaches t von v. So erreicht man jeden beliebigen Punkt X der Ebene

- d) Vervollständigen Sie den nachfolgenden Satz.

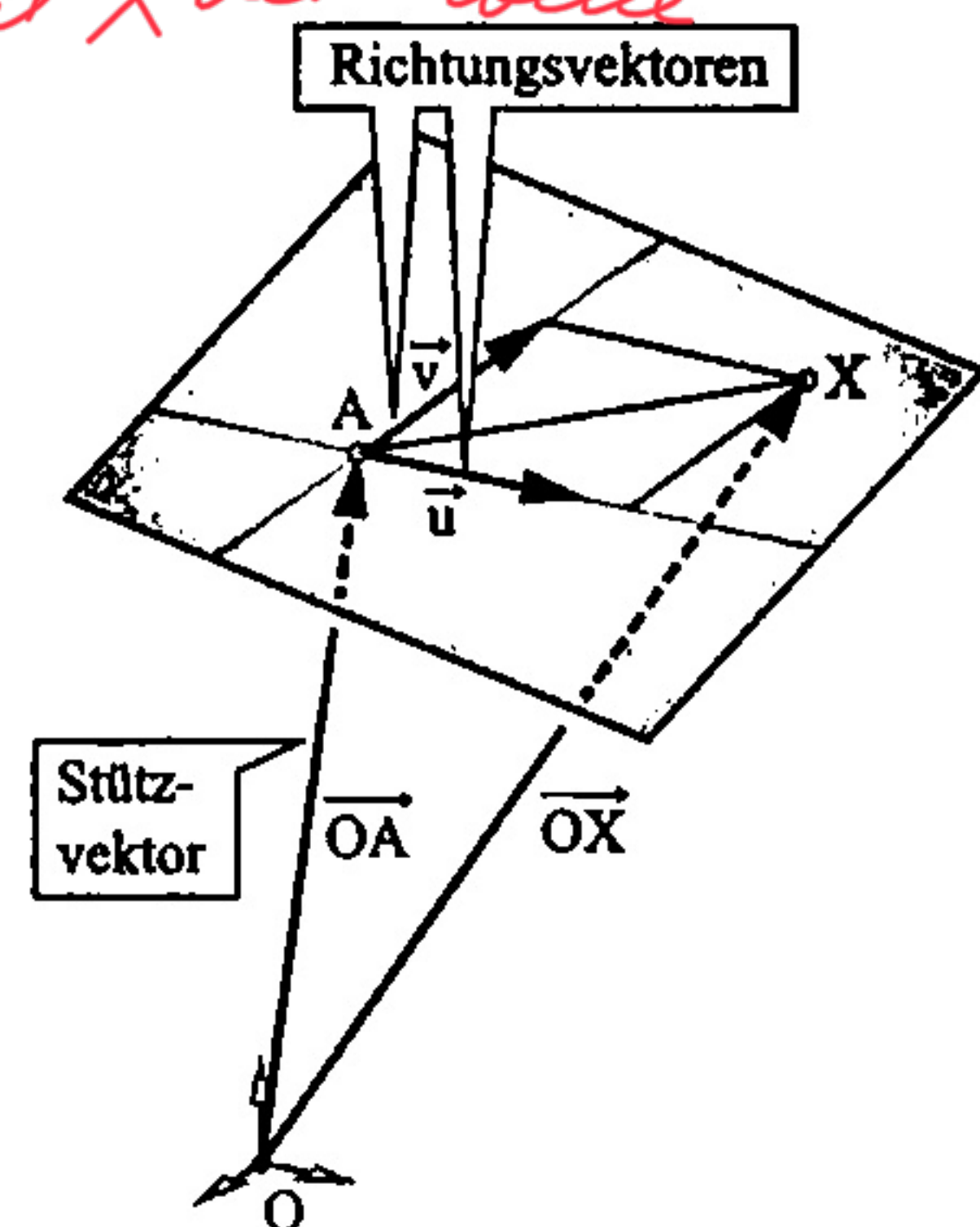
Durch einen Punkt A und zwei Vektoren $\vec{u} \neq \vec{0}$ und $\vec{v} \neq \vec{0}$, die nicht parallel zueinander sind, ist eine Ebene E bestimmt. Die Ebene E kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

E: $\vec{OX} = \vec{OA} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$ mit $s, t \in \mathbb{R}$

Diese Gleichung bezeichnet man als Parameterdarstellung der Ebene E mit den Parametern s und t. Es gilt:

(1) Setzt man für s und t zwei beliebige Zahlen in die Parameterdarstellung der Ebene E ein, so ergibt sich der Ortsvektor eines Ebenenpunktes von E.

(2) Für jeden Punkt P der Ebene E gibt es zwei Zahlen $s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt: $\vec{OP} = \vec{OA} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$



- e) Eine Ebene E geht durch den Punkt A(4|-3|2) und hat die Richtungsvektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Geben Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E an.

E: $\vec{x} = \vec{OX} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$