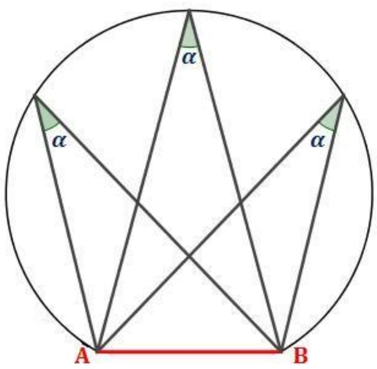
TEORÍA Y EJERCICIOS TPN°1

ARCO CAPAZ

Estudiaremos el arco capaz que será un elemento muy útil para algunas construcciones de triángulos

El **arco capaz** es el lugar geométrico de los puntos que unidos con los extremos de un segmento forman siempre un mismo ángulo.



El **arco capaz** es el lugar geométrico de los puntos del plano que unidos con los extremos de un segmento AB forman siempre, desde cada uno de esos puntos, un mismo ángulo.

El **segundo teorema de Tales** es un caso particular del **arco capaz**, en el que el segmento AB es a la vez diámetro e hipotenusa, mientras que el ángulo constante es de 90°.

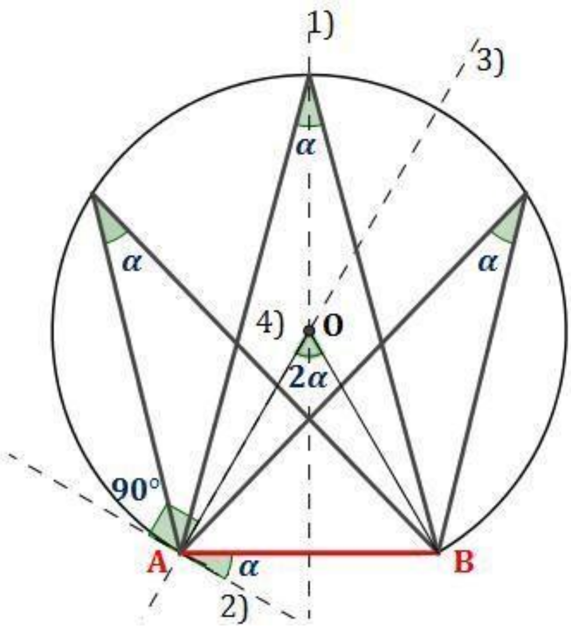
1) Investiga sobre el segundo teorema de Thales.

VIDEO DE ARCO CAPAZ de 30°   https://youtu.be/mieI_yU7lKU

Construcción geométrica de un arco capaz

Los datos iniciales son el segmento AB y el valor del ángulo constante α. Se siguen los siguientes pasos:

1. Con un compás se trazan, desde A y B dos arcos por cuya intersección pasa la **mediatriz** del segmento AB. Trazar la mediatriz de AB.
2. Desde el extremo A se dibuja la recta que forma un ángulo α con **AB**.
3. Desde A se traza la perpendicular a la última recta dibujada. Esta perpendicular cortará a la **mediatriz** en el punto O.
4. El punto O es el centro del **arco capaz**, desde el que se traza el arco de circunferencia que parte desde A a B, con radio OA.



Todos los puntos del **arco capaz** *"ven"* al segmento AB con el mismo ángulo α.

El arco capaz tiene la propiedad de que su centro O está unido con los extremos A y B del segmento con sendos radios OA y OB que forman un ángulo 2α.

VIDEO SOBRE ARCO CAPAZ DE 60°   https://youtu.be/f8zJCxLfYiY

2) *Construye el arco capaz de un ángulo de 45°.*

EJEMPLO de aplicación del ángulo capaz.

Resolución geométrica de triángulos, conociendo la base, la altura y el ángulo superior

Se resuelve geométricamente trazando el **arco capaz** correspondiente a partir del segmento de la base y del ángulo superior. Veámoslo con un ejercicio.

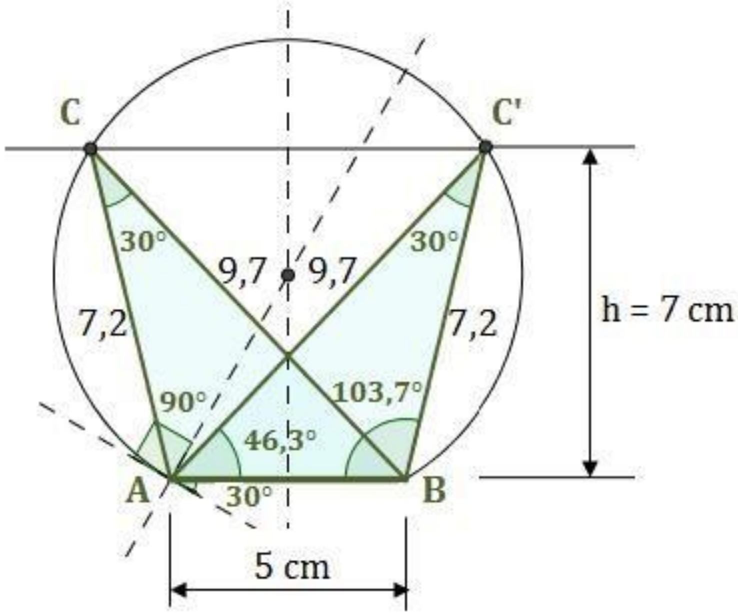
Hallar los elementos restantes de un triángulo del que se sabe que la base **AB** mide 5 cm, su ángulo opuesto C = 30° y la altura sobre esta base 7 cm.

- **Solución:**

Por procedimiento geométrico, se traza el arco capaz correspondiente a ese segmento AB de la base de 5 cm y a un ángulo de 30°.

Se traza una línea paralela a la base separada de ella los 7 cm de la altura del triángulo.

Los dos puntos (C y C') en que intersecta la paralela al **arco capaz** serán los dos vértices de los dos triángulos simétricos ΔABC y $\Delta ABC'$ que cumplen las condiciones del ejercicio. Veámoslo en el dibujo.



Con instrumentos geométricos, como transportador de ángulos y regla graduada, obtenemos que el ángulo obtuso mide 103,7° y el agudo, 46,3°, mientras que el lado mayor mide 9,7 cm y el menor, 7,2 cm.

Finalmente, el área la obtenemos por la fórmula básica del área del triángulo:

$$\acute{A}rea = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 7}{2} = 17{,}5\ \mathrm{cm}^2$$

Se obtiene que el **área** es de **12,5 cm²**.