


Fermat-Punkte

Der erste Fermatpunkt findet in der Wirtschaftsmathematik, speziell in der Standortplanung Anwendung. Angenommen drei Unternehmen wollen ein Zentrallager derart bauen, dass die Transportkosten zu diesem Zentrallager minimal sind. Das Zentrallager müsste an der Stelle des Fermatpunkts gebaut werden, wenn man sich die Lage der drei Unternehmen als Dreieck vorstellt, da für den Fermatpunkt die Summe der Abstände zu den Ecken des Dreiecks minimal ist (wobei alle Winkel im Dreieck kleiner als 120° sein müssen).


Der zweite Fermat-Punkt eines Dreiecks ergibt sich nach der gleichen Konstruktion wie der erste Fermat-Punkt, nur muss man die gleichseitigen Dreiecke jeweils nicht „nach außen“ über den Dreiecksseiten errichten, sondern „nach innen“. Er besitzt im Wesentlichen die gleichen Eigenschaften wie der erste Fermatpunkt, allerdings erscheinen bei ihm immer eine Seite unter einem Winkel von 120° und zwei Seiten unter einem Winkel von 60° .

<https://de.wikipedia.org/wiki/Fermat-Punkt>


A | Legen Sie auf dem Arbeitsblatt fest

- vermittels des Punktwerkzeuges  den Punkt $B(7|4)$.¹
- vermittels des entsprechenden Befehls den Punkt $C(5|9)$.
- einen beliebigen Punkt A mit $A \neq B, A \neq C$
sowie $x_A \neq x_B, x_A \neq x_C, y_A \neq y_B, y_A \neq y_C$.

B | Zeichnen Sie das Dreieck ABC

- Zeichnen Sie die Strecken a und b mit dem Streckenwerkzeug .²
- Zeichnen Sie die Strecke c mit dem zugehörigen Befehl.


C | Bearbeiten Sie das entstandene Bild wie folgt

- Fixieren Sie A und B in ihrer Lage.
Bewegen Sie C so, dass ein „schönes“ spitzwinkliges aber weder gleichseitiges noch gleichschenkliges Dreieck üblicher Bezeichnung entsteht.
- Entfernen Sie die Beschriftungen der Seiten des Dreiecks.³
- Konstruieren Sie über allen Seiten des Dreiecks ABC (nach außen) jeweils ein gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge c auf „herkömmliche“ Art und Weise ausschließlich vermittels dem *Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt*-Werkzeug  sowie dem *Vieleck-*

¹ Der Punkt muss nachträglich über seine Eigenschaften (Rechtsklick) umbenannt werden.

² Auch diese müssen manuell umbenannt werden.

³ Die Beschriftung kann mit einem Rechtsklick auf das entsprechende Objekt entfernt werden. Mehrere Objekte gleichzeitig können in der Algebra- oder Grafik-Ansicht mit gedrückter Strg-Taste ausgewählt werden.

Werkzeug . Verwenden Sie für mindestens eins der Dreiecke die entsprechenden Befehle der beiden Werkzeuge:

KREIS(*< Mittelpunkt >*, *< Punkt >*) und

VIELECK(*< Punkt >*, ..., *< Punkt >*)


- i) Färben Sie die bei der Konstruktion verwendeten Hilfskreise über die Gestaltungsleiste hellgrau ein. Färben Sie die drei entstandenen Dreiecke verschiedenfarbig. Entfernen Sie alle Seitenbezeichnungen.
- j) Verbinden Sie jeweils einen der neu entstandenen außenliegenden Dreieckspunkte mit dem jeweils „gegenüberliegenden“ Eckpunkt des Dreiecks ABC.

Was stellen Sie fest?

D | Metrische Größen

- k) Markieren Sie den entstehenden Schnittpunkt als Punkt *F*.
- l) Legen Sie einen beliebigen freien Punkt *P* auf der (noch) freien Zeichenfläche fest. Messen Sie jeden der Abstände des Punktes *F* zu den Eckpunkten *A*, *B* bzw. *C* mit dem entsprechenden Werkzeug und bilden Sie deren Summe. Verwenden Sie dazu sowohl das geeignete Icon aus der Symbolleiste von GeoGebra wie auch den Tabellenmodus.
- m) Bewegen Sie *P* beliebig über das Zeichenblatt. Welche Aussage lässt sich treffen, wenn man die sich ergebende Abstandssumme bezogen auf die Erkenntnis aus Aufgabe j) bildet?
- n) Neben Längenangaben spielen Winkelgrößen an Dreiecken eine gleichsam wichtige Rolle. Welche Aussage über Winkel lässt sich bezogen auf die besondere Lage von *P* aus der Aufgabe l) treffen?

E | Zusatzaufgabe

Lässt sich eine dem obigen Ergebnis entsprechende Aussage auch treffen, wenn man die gleichseitigen Dreiecke über den Dreiecksseiten *a*, *b* und *c* „nach innen“ errichtet? Verwenden Sie zur Bearbeitung das Icon . Gibt es neben Gemeinsamkeiten auch Unterschiede?

Aufgabe für interaktive Elemente

- o) Markieren Sie die Winkel $\angle BFC$, $\angle CFA$, $\angle AFB$. Was stellen Sie fest?
- p) Erstellen Sie jeweils ein Text-Feld für jeden dieser Winkel, um die gefundene Eigenschaft zu verdeutlichen. Verwenden Sie dafür die Größen der Winkel als Objekte.
- q) Erstellen Sie ein Kontrollkästchen. Nutzen Sie es, um die Text-Felder ein- oder auszublenden.

- r) Erstellen Sie einen Button. Setzen Sie damit die Punkte A, B und C auf von Ihnen gewählte Werte. (Befehl: *SETZEWERT*(< *Objekt* >, < *Wert* >))