LÖSUNGEN EWA Randwertextremum

AUFGABE 1: (Glastisch)

$$A(x) = \underbrace{(4-x)}_{\text{Länge}} \cdot \underbrace{\left(\tfrac{7}{16}x^2 + 2\right)}_{\text{Breite}} = -\tfrac{7}{16}x^3 + 1{,}75x^2 - 2x + 8; \quad 0 \le x \le 4$$

HP von A: $A'(x) = -\frac{21}{16}x^2 + 3{,}5x - 2$; $\quad A''(x) = -\frac{21}{8}x + 3{,}5$;

Nullstellen von A': $x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{32}{21} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{63}}$

$\Leftrightarrow x \approx 0{,}83 \vee x \approx 1{,}83$

$A''(0{,}83) > 0 \rightarrow$ TP (uninteressant); $\quad A''(1{,}83) < 0$: $H(1{,}83 | 7{,}52)$

Randextremum: $\left.\begin{array}{l} A(0) = 8 \\ A(4) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow A_{max} = 8$; Maße: Länge $4 - 0 = 4$; Breite $\frac{7}{16} \cdot 0 + 2 = 2$.

[Alternativ: HP von A mit GTR]

AUFGABE 2: (Glasscheibe)

$$A(x) = \underbrace{(4-x)}_{\text{Länge}}\underbrace{(8 - f(x))}_{\text{Breite}} = (4-x)\left(8 - (4-x^2)\right) = (4-x)(4+x^2)$$

$$= -x^3 + 4x^2 - 4x + 16; \quad 0 \le x \le 2 \quad (\text{Nullstellen von } f\text{: } x = \pm 2)$$

HP von A: $A'(x) = x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{4}{3}$; $\quad A''(x) = 2x - \frac{8}{3}$;

Nullstellen von A': $x = \frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9} - \frac{4}{3}} = \frac{4}{3} \pm \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = \frac{2}{3}$;

$A''(2) < 0 \rightarrow$ Hochpunkt $H(2|16)$; $\quad A''\left(\frac{2}{3}\right) > 0$: TP (uninteressant)

Randvgl.: $\left.\begin{array}{l} A\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{400}{27} = 14{,}\overline{814} \\ A(0) = 16 \\ A(2) = 16 \end{array}\right\}$ $A_{max} = 16$ in $P_1(2|0)$ und $P_2(0|4)$

$\qquad\qquad f(2) \qquad\qquad f(0)$

AUFGABE 3: (Holzplatte)

Gerade g durch $A(0|30)$ und $B(20|60)$: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{60-30}{20-0} = \frac{3}{2}$;

also $g: y = \frac{3}{2}x + 30$ ($b = 30$ wegen $A(0|30)$); $\quad 0 \le x \le 20$.

$$A(x) = \underbrace{(80-x)}_{\text{Länge}}\underbrace{\left(\tfrac{3}{2}x + 30\right)}_{\text{Breite}} = -\tfrac{3}{2}x^2 + 90x + 2400;$$

HP von A: $A'(x) = -3x + 90$ hat Nullstelle $x = 30$: außerhalb des Intervalls.

Randmaximum: $A(0) = 2400$

$A(20) = 3600 = A_{max}$ in $P(20|60) \leftarrow g(20)$

[Alternativ: mit GTR]