ĐỀ TỰ LUYỆN SỐ 01

Câu 1 (TH): Cho số phức $\overline{z}=3+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

A. Phần thực bằng -3, phần ảo bằng 2.
B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2 .
D. Phần thực bằng -3, phần ảo bằng -2.

Câu 2 (NB): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta=\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$. Điểm Inằm trên Δ thì điểm *M* có dạng nào sau đây?

A. $M\left(at;bt;ct\right)$
B. $M\left(x_0t;y_0t;z_0t\right)$
C. $M\left(a+x_0t;b+y_0t;c+z_0t\right)$
D. $M\left(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct\right)$

Câu 3 (NB): Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$
B. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$
C. $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$
D. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$

Câu 4 (TH): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(1;0;0);B(0;-1;0);C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là

A. $x-2y+z=0$
B. $x-y+\frac{z}{2}=1$
C. $x+\frac{y}{2}-z=1$
D. $2x-y+z=0$

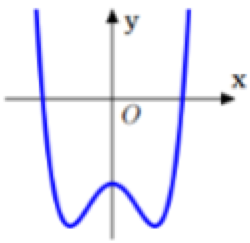
Câu 5 (TH): Đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đồ thị $\left(C\right):y-=-2x^4+4x^2-1$ tại hai điểm phân biệt $A\left(x_A;y_A\right)$ và $B\left(x_B;y_B\right)$. Giá trị của biểu thức y_A+y_B.

A. 2
B. -1
C. 1
D. 0

Câu 6 (NB): Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=2^{1-3x}$
B. $y=\log_2\left(x-1\right)$
C. $y=\log_2\left(2^x+1\right)$
D. $y=\log_2\left(x^2+1\right)$

Câu 7 (NB): Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3+3x^2-2$
B. $y=x^3-3x^2-2$
C. $y=x^4-2x^2-2$
D. $y=-x^4+2x^2-2$

Câu 8 (TH): Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2+2x-3\right)^e$

A. $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$
B. $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$
C. $(-3;-1)$
D. $[-3;-1]$

Câu 9 (NB): Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 10 (NB): Thể tích khối cầu bán kính $\mathbb{R}$ là

A. πR^3 **B.** $\dfrac{4\pi R^3}{3}$ **C.** $2\pi R^3$ **D.** $\dfrac{\pi R^3}{3}$

Câu 11 (NB): Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R},k\in\mathbb{R}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$ **B.** $\int f'(x)dx=f(x)+C$

C. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ **D.** $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

Câu 12 (TH): Cho lăng trụ tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh *a*, chiều cao 2*a*. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\dfrac{2a^3}{3}$ **B.** $\dfrac{4a^3}{3}$ **C.** a^3 **D.** $2a^3$

Câu 13 (TH): Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $\dfrac{65}{3}$ **B.** 20 **C.** 6 **D.** $\dfrac{52}{3}$

Câu 14 (TH): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-6}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là:

A. $(P):x+8y+5z+16=0$ **B.** $(P):x+8y+5z-16=0$

C. $(P):2x+y-6=0$ **D.** $(P):x+4y+3z-12=0$

Câu 15 (TH): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P):2x-3y+z-2=0$ tại điểm $I(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 9 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 7

Câu 16 (VD): Cho dãy dố (u_n) là một cấp số cộng, biết $u_2+u_{21}=50$. Tính tổng của 22 số hạng đầu tiên của dãy.

A. 2018 **B.** 550 **C.** 1100 **D.** 50

Câu 17 (VD): Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{|x|-2x+1}$ là

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 18 (TH): Cho khối chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*, tam giác *SAB* đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp *S.ABC*

A. $V=\dfrac{a^3}{8}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$

Câu 19 (TH): Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x\left(1+3x^3\right)$ là

A. $x^2\left(1+\dfrac{3}{2}x^2\right)+C$ **B.** $x^2\left(1+\dfrac{6x^3}{5}\right)+C$ **C.** $2x\left(x+\dfrac{3}{4}x^4\right)+C$ **D.** $x^2\left(x+\dfrac{3}{4}x^3\right)+C$

Câu 20 (TH): Tìm tập nghiệm *S* của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{1-3x}\ge\dfrac{25}{4}$.

A. $S=[1;+\infty)$ **B.** $\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$ **D.** $(-\infty;1]$

Câu 21 (TH): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(3;5;3)$ và hai mặt phẳng $(P):2x+y+2z-8=0$, $(Q):x-4y+z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng *d* đi qua *A* và song song với cả hai mặt phẳng $(P),(Q)$.

A. $d:\begin{cases}x=3+t\\y=5-t\\z=3\end{cases}$ **B.** $d:\begin{cases}x=3\\y=5+t\\z=3-t\end{cases}$ **C.** $d:\begin{cases}x=3+t\\y=5\\z=3-t\end{cases}$ **D.** $d:\begin{cases}x=3+t\\y=5\\z=3+t\end{cases}$

Câu 22 (TH): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2t\end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của *A* trên Δ là

A. $M(3;-1;2)$ **B.** $H(11;-17;18)$ **C.** $N(1;3;-2)$ **D.** $K(2;1;0)$

Câu 23 (TH): Cho $f\left(x\right),g\left(x\right)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$\int_0^1 f(x)dx=3,\int_0^2\left[f(x)-3g(x)\right]dx=4$ và $\int_0^2\left[2f(x)+g(x)\right]dx=8$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$

A. $I=1$ **B.** $I=2$ **C.** $I=3$ **D.** $I=0$

Câu 24 (TH): Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+\dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Câu 25 (TH): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $I(2;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x-2y-2z+3=0$. Viết phương rình mặt cầu (S) có tâm *I* và tiếp xúc với mặt phẳng (P)

A. $(S)=x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$ **B.** $(S)=x^2+y^2+z^2-2x+y+z-3=0$

C. $(S)=x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z+1=0$ **D.** $(S)=x^2+y^2+z^2-2x+y+z+1=0$

Câu 26 (VD): Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng *a*. Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông *ABCD*. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$

Câu 27 (VD): Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $(3+x)^{11}$

A. 9 **B.** 110 **C.** 495 **D.** 55

Câu 28 (TH): Cho số thực $a>0; a\neq 1$. Giá trị của $\log_{a^2}\left(\sqrt[7]{a^3}\right)$ bằng

A. $\dfrac{3}{14}$ **B.** $\dfrac{6}{7}$ **C.** $\dfrac{3}{8}$ **D.** $\dfrac{7}{6}$

Câu 29 (TH): Đạo hàm của hàm số $y=\log_8\left(x^3-3x-4\right)$ là

A. $\dfrac{3x^3-3}{\left(x^3-3x-4\right)\ln 2}$ **B.** $\dfrac{x^2-1}{\left(x^3-3x-4\right)\ln 2}$ **C.** $\dfrac{3x^3-3}{x^3-3x-4}$ **D.** $\dfrac{1}{\left(x^3-3x-4\right)\ln 8}$

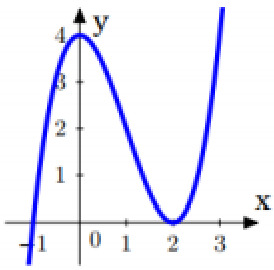
Câu 30 (VD): Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1+u_3=10 \\ u_4+u_6=80 \end{cases}$. Tìm u_3

A. $u_3=8$ **B.** $u_3=2$ **C.** $u_3=6$ **D.** $u_3=4$

Câu 31 (VD): Cho khối nón (N) đỉnh *S*, chiều cao là $a\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh là $3a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh *S*, cắt và tạo với mặt đáy của khối nón một góc 60^0. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) và khối nón (N)

A. $2a^2\sqrt{5}$ **B.** $a^2\sqrt{3}$.**C.** $2a^2\sqrt{3}$ **D.** $a^2\sqrt{5}$

Câu 32 (VD): Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên và đường thẳng $d: y=m^3-3m^2+4$ (với *m* là tham số). Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để đường thẳng *d* cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt?



A. 3 **B.** 2
C. 1 **D.** vô số

Câu 33 (VD): Cho các số phức *z* thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=3-2i+(4-3i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính *r* của đường tròn đó

A. $r=5$ **B.** $r=2\sqrt{5}$ **C.** $r=10$ **D.** $r=20$

Câu 34 (VD): Cho $9^x+9^{-x}=14$, khi đó biểu thức $M=\dfrac{2+81^x+81^{-x}}{11-3^x-3^{-x}}$ có giá trị bằng:

A. 14 **B.** 49 **C.** 42 **D.** 28

Câu 35 (VD): Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a, AA'=2a$. Gọi α là góc giữa AB' và BC'. Tính $\cos\alpha$

A. $\cos\alpha = \frac{5}{8}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{39}}{8}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{7}{10}$

Câu 36 (VD): Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-m}{1} = \frac{z+2}{-1}$ (với m là tham số). Tìm m để hai đưởng thẳng $d_1; d_2$ cắt nhau.

A. $m = 4$ **B.** $m = 9$ **C.** $m = 7$ **D.** $m = 5$

Câu 37 (VD): Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*. Tam giác *SAB* đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm *C* đến mặt phẳng (SAD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 38 (VD): Cho một hộp có chứa 5 bóng xanh, 6 bóng đỏ và 7 bóng vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 bóng từ hộp, tính xác suất để có đủ 3 màu.

A. $\frac{35}{816}$ **B.** $\frac{35}{68}$ **C.** $\frac{175}{5832}$ **D.** $\frac{35}{1632}$

Câu 39 (VD): Cho phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + m - 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 > x_2 > 1$

A. 6 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 5

Câu 40 (VD): Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số *m* để đường thẳng $d: y = mx + 1$ cắt đồ thị $(C): x^3 - x^2 + 1$ tại ba điểm $A; B(0;1); C$ phân biệt sao cho tam giác *AOC* vuông tại $O(0;0)$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

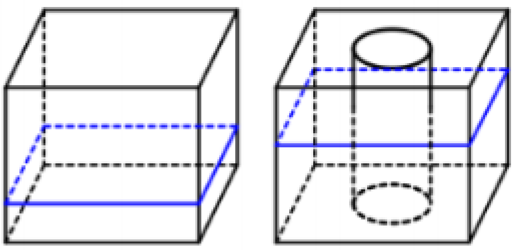
Câu 41 (VD): Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x = t \\ y = 1-t \\ z = -1 \end{cases}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua *M* và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}(1;a;b)$, tính $a+b$

A. $a+b=-1$ **B.** $a+b=-2$ **C.** $a+b=2$ **D.** $a+b=1$

Câu 42 (VD): Hai người A và B ở cách nhau 180m trên một đoạn đường thẳng và cùng chuyển động thẳng theo một hướng với vận tốc biến thiên theo thời gian, A chuyện động với vận tốc $v_1(t) = 6t + 5(m/s)$, B chuyển động với vận tốc $v_2(t) = 2at - 3(m/s)$ (*a* là hằng số), trong đó *t* (giây) là khoảng thời gian từ lúc A, B bắt đầu chuyển động. Biết rằng lúc đầu A đuổi theo B và sau 10 (giây) thì đuổi kịp. Hỏi sau 20 giây, A cách B bao nhiêu mét?

A. 320 (*m*) **B.** 720 (*m*) **C.** 360 (*m*) **D.** 380 (*m*)

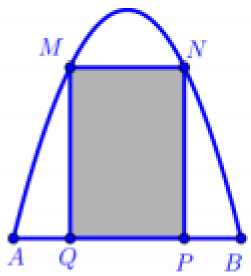
Câu 43 (VD): Một hình hộp chữ nhật có chiều cao là 90cm, đáy hình hộp là hình chữ nhật có chiều rộng là 50cm và chiều dài là 80cm. Trong khối hộp có chứa nước, mực nước so với đáy hộp có chiều cao là 40cm.



Hỏi khi đặt vào khối hộp một khối trụ có chiều cao bằng chiều cao khối hộp và bán kính đáy là 20cm theo phương thẳng đứng thì chiều cao của mực nước so với đáy là bao nhiêu?

A. 68,32cm **B.** 78,32cm **C.** 58,32cm **D.** 48,32cm

Câu 44 (VD): Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là AB = 8m. Người ta treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí với chi phí cho $1m^2$ cần số tiền mua hoa là 200.000 đồng cho $1m^2$. Biết MN = 4m; MQ = 6m. Hỏi số tiền dùng để mua hoa trang trí chiếc cổng gần với số tiền nào sau đây?



A. 3.735.300 đồng **B.** 3.347.300 đồng **C.** 3.734.300 đồng **D.** 3.733.300 đồng

Câu 45 (VD): Cho hai số phức *z*, *w* thay đổi thỏa mãn $|z|=3, |z-w|=1$. Biết tập hợp điểm của số phức *w* là hình phẳng *H*. Tính diện tích *S* của hình *H*.

A. $S=20\pi$ **B.** $S=12\pi$ **C.** $S=4\pi$ **D.** $S=16\pi$

Câu 46 (VD): Cho $\int_0^1 \frac{9^x+3m}{9^x+3}dx=m^2-1$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số *m*.

A. $P = 12$ **B.** $P=\frac{1}{2}$ **C.** $P = 16$ **D.** $P = 24$

Câu 47 (VDC): Có bao nhiêu cách phân tích số 15^9 thành tích của ba số nguyên dương, biết rằng các cách phân tích mà các nhân tử chỉ khác nhau về thứ tự thì chỉ được tính một lần?

A. 517 **B.** 516 **C.** 493 **D.** 492

Câu 48 (VDC): Cho các số thực $a,b>1$ thỏa mãn $a^{\log_b a}+16b^{\log_a\left(\frac{b^8}{a^3}\right)}=12b^2$ giá trị của biểu thức $P=a^3+b^3$ là

A. $P = 20$ **B.** $P = 39$ **C.** $P = 125$ **D.** $P = 72$

Câu 49 (VDC): Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông, hình chiếu vuông góc của đỉnh *S* xuống mặt đáy nằm trong hình vuông *ABCD*. Hai mặt phẳng $(SAD),(SBC)$ vuông góc với nhau; góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60^0; góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là 45^0. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$, tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha=\frac{1}{2}$ **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 50 (VDC): Cho hai hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(3m^2+4m+5)x+2019$ và $g(x)=(m^2+2m+5)x^3-(2m^2+4m+9)x^2-3x+2$ (với *m* là tham số). Hỏi phương trình $g(f(x))=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 9 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 1

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.C	**2.D**	**3.B**	**4.B**	**5.A**	**6.C**	**7.C**	**8.A**	**9.D**	**10.B**
11.C	**12.D**	**13.B**	**14.B**	**15.D**	**16.B**	**17.B**	**18.A**	**19.B**	**20.A**
21.C	**22.A**	**23.A**	**24.B**	**25.A**	**26.D**	**27.C**	**28.A**	**29.B**	**30.A**
31.A	**32.C**	**33.C**	**34.D**	**35.D**	**36.D**	**37.B**	**38.B**	**39.C**	**40.B**
41.D	**42.D**	**43.C**	**44.D**	**45.B**	**46.B**	**47.A**	**48.D**	**49.C**	**50.C**

Câu 1:

Phương pháp:

Cho $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$

Số phức z có phần thực bằng *a*, phần ảo bằng *b*.

Cách giải:

Vì $\overline{z}=3+2i$ nên $z=3-2i$

Vậy phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.

Chọn: D

Câu 2:

Phương pháp:

Biến đổi phương trình chính tắc của Δ về dạng tham số từ đó suy ra tọa độ điểm M .

Cách giải:

Ta có $\Delta: \dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ suy ra phương trình tham số của $\Delta: \begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$

Nên $M \in \Delta \Rightarrow M\left(x_0+at; y_0+bt; z_0+ct\right)$

Chọn: D

Câu 3:

Phương pháp:

Quan sát bảng biến thiên và tìm điểm cực đại, cực tiểu và các giá trị cực đại, cực tiểu tương ứng.

Cách giải:

Số cách chọn là: 6.4 = 24 (cách). Quan sát bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $y_{CD}=3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và $y_{CT}=0$.

Vậy $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=0$.

Chọn: B

Câu 4:

Phương pháp:

Cách 1 : Sử dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn :

Mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox; Oy; Oz lần lượt tại ba điểm $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$ $(a,b,c \neq 0)$ có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Cách 2 :Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B , C nhận một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$

Từ đó viết phương trình mặt phẳng có VTPT $\vec{n}=(a;b;c)$ và đi qua $M\left(x_0\,;y_0\,;z_0\right)$ là

$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

Cách giải:

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1 \Leftrightarrow x-y+\frac{z}{2}=1$

Chọn: B

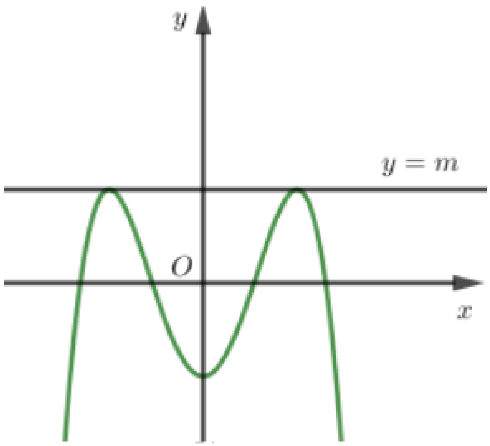
Câu 5:

Phương pháp:

Nhận xét tính chất của đường thẳng $y=m$ dựa vào điều kiện tiếp xúc với đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt.

Cách giải:

Đồ thị hàm số (C) có dạng:



Quan sát dáng đồ thị ta thấy, nếu đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt thì chúng phải là hai điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Hàm số $y=-2x^4+4x^2-1$ có $y'=-8x^3+8x=8x\left(-x^2+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=-1 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=1 \end{array}\right.$

Vậy hai điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(1;1)$ và $B(-1;1)$.

Vậy $y_A+y_B=2$.

Chọn A

Câu 6:

Phương pháp:

Hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow f'\left(x\right)\geq 0;\forall x\in\mathbb{R}$ ($f\left(x\right)=0$ xảy ra tại hữu hạn điểm).

Cách giải:

Đáp án A: Hàm số $y=2^{1-3x}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ và $y'=-3.2^{1-3x}<0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (loại A)

Đáp án B: Hàm số $y=\log_2\left(x-1\right)$ có TXĐ: $D=\left(1;+\infty\right)$ nên loại B.

Đáp án C: Hàm số $y=\log_2\left(2^x+1\right)$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ và $y'=\dfrac{2^x}{\left(2^x+1\right)\ln 2}>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (chọn C)

Đáp án B: Hàm số $y=\log_2\left(x^2+1\right)$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ và $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}>0$ với $\forall x\in\left(0;+\infty\right)$ nên hàm số chỉ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ (loại D)

Chọn: C

Câu 7:

Phương pháp:

Sử dụng khai triển nhị thức Newton: Quan sát đồ thị hàm số, nhận xét dáng điệu và đối chiếu với các dáng đồ thị hàm số ở mỗi đáp án.

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương, loại A và B.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên $a>0$, loại D.

Chọn: C

Câu 8:

Phương pháp:

Hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^a$ với a là số vô tỉ xác định khi $f\left(x\right)>0$

Cách giải:

ĐK: $x^2+2x-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>1\\x<-3\end{array}\right.$

Nên TXĐ: $D=\left(-\infty;-3\right)\cup\left(1;+\infty\right)$

Chọn: A .

Câu 9:

Phương pháp:

Tính $y'=\dfrac{ad-bc}{\left(cx+d\right)^2}$, xét dấu và suy ra các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Cách giải:

Ta có: $y'=\dfrac{1}{\left(x+1\right)^2}>0,\forall x\neq -1$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Chọn: C

Câu 10:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối cầu

Cách giải:

Thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Chọn: B

Câu 11:

Phương pháp:

Sử dụng định lí Vi-ét. Sử dụng công thức tính thể tích khối cầu

Cách giải:

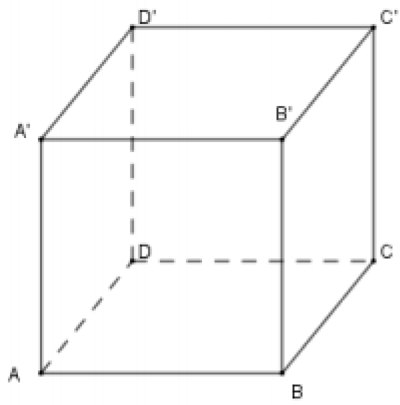
Đáp án A, D đúng theo tính chất tổng, hiệu các nguyên hàm.

Đáp án B đúng theo nhận xét về định nghĩa nguyên hàm.

Đáp án C sai, tính chất này chỉ đúng với $k \neq 0$.

Chọn: C

Câu 12:



Phương pháp:

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = h.S$

Cách giải:

Diện tích đáy lăng trụ là $S = a^2$

Thể tích lăng trụ là $V = h.S = 2a.a^2 = 2a^3$

Chọn: D

Câu 13:

Phương pháp:

- Tính $f'(x)$, tìm các điểm làm cho $f'(x) = 0$ hoặc không xác định (thuộc đoạn $[1;3]$).

- Tính giá trị của hàm số tại những điểm đó và nhận xét.

Cách giải:

Ta có: $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \in [1;3] \\ x = -2 \notin [1;3] \end{array}\right.$

Lại có $f(1) = 5, f(2) = 4, f(3) = \frac{13}{3} \Rightarrow \min\limits_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{3}, \max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$ hay tích hai giá trị bằng $\frac{65}{3}$.

Chọn: A

Câu 14:

Phương pháp:

+ Xác định 1 VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}\right]$ với $\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}$ là VTCP của $d_1; d_2$.

+ Lấy điểm $M \in d_1 \Rightarrow M \in (P)$

+ Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và nhận $\vec{n}$ là VTPT

Cách giải:

Đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-6}{-2}$ đi qua $M(2;-2;6)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-2)$

Đường thẳng $d_2: \frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{3}$ có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$

Vì mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 nên 1 VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;-8;-5)$

Phương tình mặt phẳng $(P):-1(x-2)-8(y+2)-5(z-6)=0 \Leftrightarrow x+8y+5z-16=0$

Chọn: B

Câu 15:

Phương pháp:

- Phương trình mặt cầu tâm I (a; b; c) bán kính R là $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. Đưa phương trình đường thẳng về dạng tham số.
- Gọi tọa độ của I theo tham số t.
- Thay các tọa độ vào phương trình mặt phẳng tìm t và kết luận.

Cách giải:

Ta có: $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1} \Rightarrow d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$

Gọi $I=d \cap (P) \Rightarrow I \in d \Rightarrow I(1+2t;3-\mathrm{t};1+\mathrm{t})$

$I \in (P) \Leftrightarrow 2(1+2t)-3(3-t)+(1+t)-2=0 \Leftrightarrow 2+4t-9+3t+1+t-2=0 \Leftrightarrow 8t-8=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(3;2;2)$

Hay $a=3, b=2, c=2 \Rightarrow a+b+c=7$

Chọn: D

Câu 16:

Phương pháp:

Cho cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng thứ n là $u_n=u_1+(n-1)d$ và tổng n số hạng đầu của dãy là $S_n=\frac{(u_1+u_n).n}{2}$

Cách giải:

Gọi cấp số cộng có công sai d và số hạng đầu u_1.

Khi đó $u_2=u_1+d; u_{21}=u_1+20d$ nên $u_2+u_{21}=50 \Leftrightarrow u_1+d+u_1+20d=50 \Leftrightarrow 2u_1+21d=50$

Tổng 22 số hạng đầu tiên của dãy là

$S_{22}=\frac{(u_1+u_{22}).22}{2}=\frac{(u_1+u_1+21d).22}{2}=\frac{(2u_1+21d).22}{2}=\frac{50.22}{2}=550$

Chọn: B

Câu 17:

Phương pháp:

- Xét điều kiện của x phá dấu giá trị tuyệt đối đưa hàm số về dạng khoảng.
- Tìm các đường tiệm cận của mỗi hàm số có được và kết luận.

Cách giải:

$$y=\frac{x+1}{|x|-2x+1}=\begin{cases}\dfrac{x+1}{-x+1}, x\ge 0\\ \dfrac{x+1}{-3x+1}, x<0\end{cases}$$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{-x+1}=-1$ nên $y=-1$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{-3x+1}=-\frac{1}{3}$ nên $y=-\frac{1}{3}$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1} y=\lim\limits_{x\to1}\frac{x+1}{-x+1}=+\infty$ nên $x=1$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}} y=\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\frac{x+1}{-x+1}=2$ nên $x=\frac{1}{3}$ không là TCĐ của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số chỉ có 3 đường tiệm cận.

Chọn: B

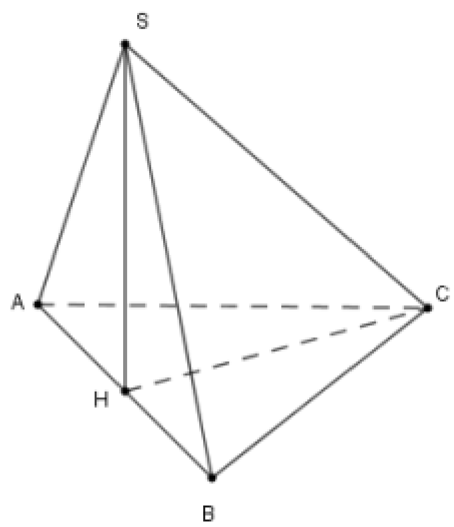
Câu 18:

Phương pháp:

+ Xác định chiều cao hình chóp dựa vào kiến thức: $(P)\perp(Q)$ và $(P)\cap(Q)=\Delta; d\perp\Delta; d\subset(P)$ thì $d\perp(Q)$

+ Thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy S là $V=\frac{1}{3}h.S$

Cách giải:



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH\perp AB$ (vì tam giác SAB đều)

Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\Rightarrow SH\perp(ABC)\\SH\perp AB; SH\subset(SAB)\end{cases}$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AB=a \Rightarrow$ tam giác SAB cũng là tam giác đều cạnh a.

Vì SH là đường trung tuyến trong tam giác SAB đều cạnh a nên $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Diện tích đáy $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3}{8}$

Chọn: A

Câu 19:

Phương pháp:

Sử dụng công thức nguyên hàm $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$

Cách giải:

Ta có: $\int 2x\left(1+3x^3\right)dx = \int\left(2x+6x^4\right)dx = \int 2xdx + \int 6x^4dx = x^2 + \frac{6x^5}{5} + C = x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right) + C$

Chọn: B

Câu 20:

Phương pháp:

Đưa về cùng cơ số để giải bất phương trình $a^{f(x)} \geq a^{g(x)} (0 < a < 1) \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$

Cách giải:

Ta có $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \Leftrightarrow 3x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 1$

Tập nghiệm bất phương trình là $S = [1;+\infty)$

Chọn: A

Câu 21:

Phương pháp:

Đường thẳng d song song với cả hai mặt phẳng (P), (Q) nếu $\overrightarrow{u_d}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]$

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{n_P} = (2;1;2), \overrightarrow{n_Q} = (1;-4;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right] = (9;0;-9)$

Đường thẳng d song song với cả hai mặt phẳng (P), (Q) nên $\overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_Q}$ và chọn $\overrightarrow{u_d} = \frac{1}{9}\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right] \approx (1;0;-1)$

d đi qua $A(3;5;3)$ và nhận $\overrightarrow{u_d} = (1;0;-1)$ làm VTCP nên $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 5 \\ z = 3-t \end{cases}$

Chọn: C

Câu 22:

Phương pháp:

Gọi H là góc hình chiếu vuông của A trên Δ. Viết tọa độ của H theo tham số của đường thẳng Δ.

Sử dụng điều kiện $AH \perp u_{\Delta} \Leftrightarrow AH.u_{\Delta} = 0$ để tìm t, từ đó tìm tọa độ của H.

Cách giải:

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = 2t \end{cases}$ có 1 VTCP $\vec{u} = (1;-2;2)$

Gọi H là góc hình chiếu vuông của A trên $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2t\end{cases}$ suy ra $H(2+t;1-2t;2t)$ và $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}$

Ta có $\overrightarrow{AH}=(t+3;-2t;2t-6)$, suy ra $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow1(t+3)-2(-2t)+2(2t-6)=0$

$\Leftrightarrow9t-9=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(3;-1;2)$

Chọn: A

Câu 23:

Phương pháp:

- Lập hệ phương trình tìm $\int_0^2 f(x)dx,\int_0^2 g(x)dx$

- Tính $\int_1^2 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx-\int_0^1 f(x)dx$

Cách giải:

Ta có: $\int_0^2[f(x)-3g(x)]dx=4\Rightarrow\int_0^2 f(x)dx-3\int_0^2 g(x)dx=4\ (1)$

$\int_0^2[2f(x)+g(x)]dx=8\Rightarrow2\int_0^2 f(x)dx+\int_0^2 g(x)dx=8\ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases}\int_0^2 f(x)dx-3\int_0^2 g(x)dx=4\\2\int_0^2 f(x)dx+\int_0^2 g(x)dx=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\int_0^2 f(x)dx=4\\\int_0^2 g(x)dx=0\end{cases}$

$\Rightarrow4=\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx=3+\int_1^2 f(x)dx\Rightarrow\int_1^2 f(x)dx=4-3=1$

Vậy $\int_1^2 f(x)dx=1$

Chọn: A

Câu 24:

Phương pháp:

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình $f(x)=0$.

Cách giải:

Xét phương trình

$-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow x^4-2x^2-3=0\Leftrightarrow(x^2+1)(x^2-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+1=0\\x^2-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=-1(VN)\\x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$

Vậy đồ thị hàm số $y=-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại hai điểm.

Chọn: B

Câu 25:

Phương pháp:

Tính $R=d\left(I,(P)\right)$ và viết phương trình mặt cầu.

Cách giải:

Ta có: $R=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{\left|2-2.(-1)-2.(-1)+3\right|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$

Phương trình mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=3^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$

Chọn: A

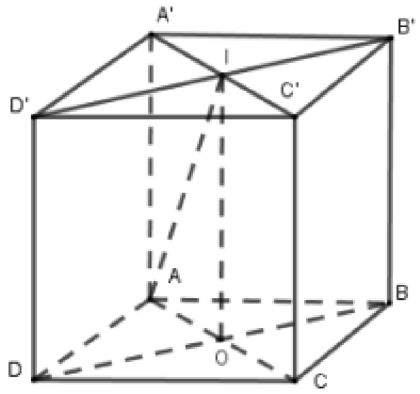
Câu 26:

Phương pháp:

Diện tích xung quanh hình nón có bán kính R và đường sinh l là $S=\pi Rl$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh a là $R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, tính đường sinh dựa vào định lý Pytago.

Cách giải:



Gọi *I*; *O* lần lượt là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và *ABCD*. Suy ra $IO=AA'=a$

Hình nón có đỉnh *I*, bán kính đáy $R=OA=\dfrac{AC}{2}$ và đường sinh

$l=IA$

Xét tam giác vuông *ABC* có

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}\Rightarrow R=OA=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác vuông IOA có $IA=\sqrt{OI^2+OA^2}=\sqrt{a^2+\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq}=\pi Rl=\pi.OA.IA=\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$

Chọn: D

Câu 27:

Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton $(a+b)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k.a^{n-k}b^k$

Cách giải:

Ta có: $(3+x)^{11}=\sum\limits_{k=0}^{11}C_{11}^k.3^{11-k}x^k$

Hệ số của x^9 ứng với $k=9$ hay hệ số của x^9 là $C_{11}^9.3^{11-9}=495$

Chọn: C

Câu 28:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha}\log_a b; \log_a b^\beta = \beta.\log_a b\left(0 < a \ne 1; b > 0\right)$

Cách giải:

Ta có: $\log_{a^2}\left(\sqrt[7]{a^3}\right) = \frac{1}{2}.\log_a\left(a\right)^{\frac{3}{7}} = \frac{1}{2}.\frac{3}{7}.\log_a a = \frac{3}{14}$

Chọn: A

Câu 29:

Phương pháp:

Đạo hàm hàm logarit $\left(\log_a u\right)' = \frac{u'}{u\ln a}$

Cách giải:

Ta có: $y' = \left[\log_8\left(x^2 - 3x - 4\right)\right]' = \frac{\left(x^2 - 3x - 4\right)'}{\left(x^2 - 3x - 4\right)\ln 8} = \frac{3x^2 - 3}{\left(x^2 - 3x - 4\right).3\ln 2} = \frac{x^2 - 1}{\left(x^2 - 3x - 4\right)\ln 2}$

Chọn: B

Câu 30:

Phương pháp:

Gọi cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội $q\left(q \ne 0\right)$

Số hạng thứ n của dãy là $u_n = u_1.q^{n-1}$. Từ đó ta giải hệ phương trình để tính $q \Rightarrow u_1 \Rightarrow u_3$

Cách giải:

Gọi cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội $q\left(q \ne 0\right)$

Khi đó $\begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1.q^2 = 10 \\ u_1.q^3 + u_1.q^5 = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1\left(1 + q^2\right) = 10 \\ u_1.q^3\left(1 + q^2\right) = 80 \end{cases}$

Nhận thấy $u_1 = 0$ không là nghiệm của hệ trên nên ta có $\begin{cases} u_1\left(1 + q^2\right) = 10 \\ u_1.q^3\left(1 + q^2\right) = 80 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_1\left(1 + q^2\right)}{u_1.q^3\left(1 + q^2\right)} = \frac{10}{80}$

$\Leftrightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow u_1 = 2 \Rightarrow u_3 = q^2 u_1 = 8$

Chọn: A

Câu 31:

Phương pháp:

Xác định góc giữa hai mặt phẳng và tính toán dựa vào các kiến thức hình học đã biết.

Cách giải:

Gọi M là trung điểm của AB thì $SM \perp AB, OM \perp AB \Rightarrow$ góc giữa

$\left(SAB\right)$ với mặt đáy bằng góc giữa SM và OM hay $SMO = 60^0$.

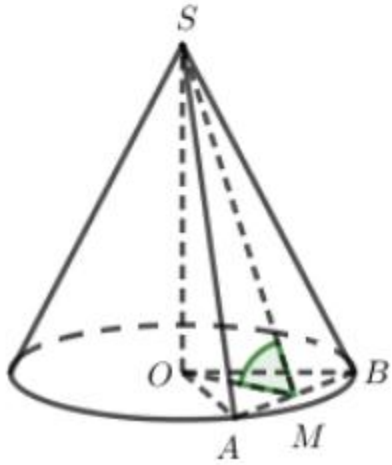
Tam giác SOM vuông tại O có

$SO = a\sqrt{3}, SMO = 60^0 \Rightarrow SM = \dfrac{SO}{\sin 60^0} = a\sqrt{3} : \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2a$

Lại có, tam giác *SMA* vuông tại *M* có

$MA = \sqrt{SA^2 - SM^2} = \sqrt{9a^2 - 4a^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow AB = 2MA = 2a\sqrt{5}$

Vậy diện tích $S_{SAB} = \dfrac{1}{2}SM.AB = \dfrac{1}{2}.2a.2a\sqrt{5} = 2a^2\sqrt{5}$



Chọn: A

Câu 32:

Phương pháp:

Quan sát đồ thị hàm số đã cho để tìm được điều kiện của $m^3 - 3m^2 + 4$, từ đó giải bất phương trình và tìm *m*.

Cách giải:

Từ đồ thị hàm số ta thấy rằng đường thẳng $d : y = m^3 - 3m^2 + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m^3 - 3m^2 + 4 < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2)^2 > 0 \\ m^3 - 3m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 3 \\ m \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases}$

$\Rightarrow m \in (-1;3) \setminus \{0;2\}$ mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1\}$

Vậy có một giá trị của *m* thỏa mãn điều kiện.

Chọn: C

Câu 33:

Phương pháp:

- Gọi $w = a + bi\,(a,b \in \mathbb{R})$, thay vào điều kiện tìm *z* theo *a*, *b*.

- Sử dụng điều kiện $|z| = 2$ để tìm mối quan hệ giữa *a*, *b*.

Cách giải:

Gọi $w = a + bi\,(a,b \in \mathbb{R})$, khi đó $w = 3 - 2i + (4-3i)z \Leftrightarrow a + bi = 3 - 2i + (4-3i)z \Leftrightarrow z = \dfrac{a - 3 + (b+2)i}{4 - 3i}$

Mà $|z| = 2 \Rightarrow \left|\dfrac{a-3+(b+2)i}{4-3i}\right| = 2 \Leftrightarrow \dfrac{|a-3+(b+2)i|}{|4-3i|} = 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{(a-3)^2 + (b+2)^2}}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a-3)^2 + (b+2)^2} = 10 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+2)^2 = 10^2$

Vậy bán kính đường tròn cần tìm là $r = 10$

Chọn: C

Câu 34:

Phương pháp:

Sử dụng giả thiết để tính $81^x + 81^{-x}$ và $3^x + 3^{-x}$ rồi thay vào biểu thức để tính *M*.

Cách giải:

Ta có:

$$9^x+9^{-x}=14\Leftrightarrow\left(9^x+9^{-x}\right)^2=196\Leftrightarrow 9^{2x}+2.9^x.9^{-x}+9^{-2x}=196\Leftrightarrow 81^x+81^{-x}+2=196\Leftrightarrow 81^x+81^{-x}=194$$

Và $\left(3^x+3^{-x}\right)^2=3^{2x}+2.3^x.3^{-x}+3^{-2x}=9^x+9^{-x}+2=14+2=16\Rightarrow 3^x+3^{-x}=4$

Nên $M=\dfrac{2+81^x+81^{-x}}{11-3^x-3^{-x}}=\dfrac{2+194}{11-\left(3^x+3^{-x}\right)}=\dfrac{196}{11-4}=\dfrac{196}{7}=28$

Chọn: D

Câu 35:

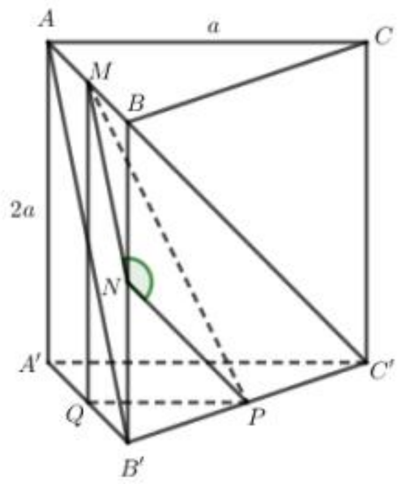
Phương pháp:

- Gọi *M*, *N*, *P* lần lượt là trung điểm của $AB',BB',B'C'$

- Sử dụng tính chất góc giữa hai đường chéo nhau bằng góc giữa hai đường thẳng cùng thuộc 1 mặt phẳng mà lần lượt song song với hai đường thẳng đã cho.

Cách giải:

Gọi *M*, *N*, *P* lần lượt là trung điểm của $AB',BB',B'C'$.



Ta có: $MN//AB'$ và $NP//BC'$ (đường trung bình trong tam giác)

Do đó góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng góc giữa hai đường thẳng *MN* và *NP*.

Gọi *Q* là trung điểm của $A'B'$ thì $MQ\perp\left(A'B'C'\right)\Rightarrow MQ\perp QP$

Tam giác *MQP* có $MQ=AA'=2a,Q=\dfrac{1}{2}A'C'=\dfrac{a}{2}$

$$\Rightarrow MP=\sqrt{MQ^2+QP^2}=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{17}}{2}$$

Lại có $MN=\dfrac{1}{2}AB'=\dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2+BB'^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+4a^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

$$NP=\frac{1}{2}BC'=\frac{1}{2}\sqrt{BB'^2+B'C'^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4a^2+a^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Áp dụng định lý hàm số cô sin trong tam giác *MNP* ta có:

$$\cos MNP=\frac{MN^2+NP^2-MP^2}{2MN.NP}=\frac{\frac{5a^2}{4}+\frac{5a^2}{4}-\frac{17a^2}{4}}{2.\frac{a\sqrt{5}}{2}.\frac{a\sqrt{5}}{2}}=-\frac{7}{10}<0$$

Do đó góc giữa hai đường thẳng *MN* và *NP* thỏa mãn $\cos\left(MN,MP\right)=\dfrac{7}{10}$

Chọn: D

Câu 36:

Phương pháp:

Đường thẳng d_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1}$ và đi qua điểm M_1

Đường thẳng d_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}$ và đi qua điểm M_2

Khi đó d_1 cắt d_2 khi $\begin{cases}\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2}=0\\ \left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]\neq\vec{0}\end{cases}$

Cách giải:

Đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=3+2t\end{cases}$ có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;2)$ và đi qua điểm $M_1(1;2;3)$

Đường thẳng $d_2:\begin{cases}x=1+2t\\ y=m+t\\ z=-2-2t\end{cases}$ có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(2;1;-1)$ và đi qua điểm $M_2(1;m;-2)$

Khi đó $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;5;3)$ và $\overrightarrow{M_1M_2}=(0;m-2;-5)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2}=0\Leftrightarrow 5(m-2)-15=0\Leftrightarrow 5m=25\Leftrightarrow m=5$

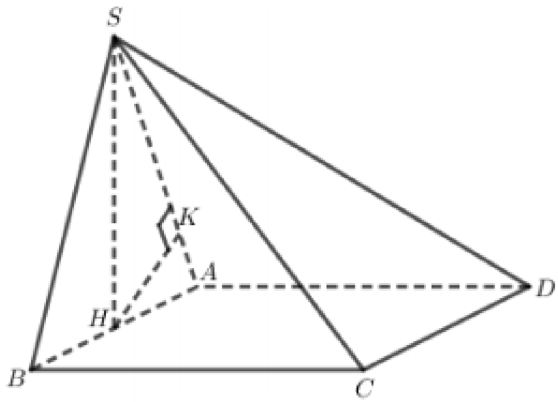
Chọn: D

Câu 37:

Phương pháp:

Sử dụng lý thuyết về đường thẳng song song với mặt phẳng: Cho hai điểm $M,N\in\Delta$ và mặt phẳng $(P)//\Delta$. Khi đó $d(M,(P))=d(\Delta,(P))=d(N,(P))$

Cách giải:



Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH\perp(ABCD)$

Ta thấy: $BC//AD\subset(SAD)\Rightarrow BC//(SAD)$

$\Rightarrow d(C,(SAD))=d(B,(SAD))=2d(H,(SAD))$

(vì H là trung điểm của AB)

Gọi K là hình chiếu của H lên $SA\Rightarrow HK\perp SA$

Lại có $\begin{cases}AD\perp AB\\ AD\perp SH\end{cases}\Rightarrow AD\perp(SAB)\Rightarrow AD\perp HK$

Từ hai điều trên suy ra $HK\perp(SAD)\Rightarrow d(H,(SAD))=HK$

Tam giác SAB đều cạnh a nên $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2},HA=\dfrac{a}{2}\Rightarrow HK=\dfrac{HA.HS}{SA}=\dfrac{\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow d(C,(SAD))=2d(H,(SAD))=2.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Chọn: B

Câu 38:

Phương pháp:

Chia các trường hợp để tính số phần tử của biến cố: “4 quả bóng có đủ 3 màu”

Sử dụng định nghĩa xác suất $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}$ với $n\left(A\right)$ là số phần tử của biến cố *A* và $n\left(\Omega\right)$ là số phần tử của không gian mẫu.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=C_{18}^{4}$

Gọi A là biến cố "4 quả bóng có đủ 3 màu"

TH1: 2 bóng xanh, 1 bóng đỏ, 1 bóng vàng có $C_5^2C_6^1C_7^1=10.6.7=420$

TH2: 1 bóng xanh, 2 bóng đỏ, 1 bóng vàng có $C_5^1C_6^2C_7^1=5.15.7=525$

TH3: 1 bóng xanh, 1 bóng đỏ, 2 bóng vàng có $C_5^1C_6^1C_7^2=10.6.7=630$

Suy ra $n\left(A\right)=630+420+525=1575$

Xác suất cần tìm là $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{1575}{C_{18}^{4}}=\dfrac{35}{68}$

Chọn: B

Câu 39:

Phương pháp:

- Đặt ẩn phụ $t=\log_3 x$, tìm điều kiện của *t* từ điều kiện của *x*.

- Sử dụng phương pháp hàm số tìm *m*.

Cách giải:

Đặt $\log_3 x=t$, phương trình trở thành $t^2-4t+m-3=0\ (*)$

Phương tình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1>x_2>1$ nếu phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $t_1>t_2>0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=4-m+3>0\\ S=4>0\\ P=m-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<7\\ m>3\end{cases}\Leftrightarrow 3<m<7$$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{4;5;6\right\}\Rightarrow$ có 3 giá trị thỏa mãn.

Chọn: C

Câu 40:

Phương pháp:

+ Xét phương trình hoành độ giao điểm của *d* và đồ thị $\left(C\right)$

+ Lập luận để phương trình này có ba nghiệm phân biệt.

+ Tìm tọa độ của *A*, *C*. Sử dụng định lý Vi-et và tính chất ΔOAC vuông cân tại $O\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}=0$ để tìm *m*.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng *d* và đồ thị $\left(C\right)$:

$$x^3-x^2+1=mx+1 \Leftrightarrow x^3-x^2-mx=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-x-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-x-m=0(*) \end{array}\right.$$

Để d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=1+4m>0 \\ 0^2-0-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Với $x=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow B(0;1)$

Gọi $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình (*) thì $A\left(x_1;mx_1+1\right);C\left(x_2;mx_2+2\right)$ và $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1.x_2=-m \end{cases}$

Để tam giác AOC vuông tại O thì $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}=0 \Leftrightarrow x_1.x_2+\left(mx_1+1\right)\left(mx_2+1\right)=0$

$\Leftrightarrow x_1x_2+m^2x_1x_2+m\left(x_1+x_2\right)+1=0$

$\Leftrightarrow -m+m^2.m+m.1+1=0 \Leftrightarrow m^3+1=0 \Leftrightarrow m=-1$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Chọn: B

Câu 41:

Phương pháp:

- Gọi các điểm *A*, *B* lần lượt là giao điểm của Δ với d_1,d_2 suy ra tọa độ các điểm *A*, *B* theo tham số.

- Sử dụng điều kiện $\overrightarrow{MA}$ cùng phương $\overrightarrow{MB}$ lập hệ phương trình.

Cách giải:

Gọi $A(t;1-t;-1), B\left(-1+2t';1+t';-2+t'\right)$ là giao điểm của Δ với d_1,d_2.

Khi đó $\overrightarrow{MA}=(t-1;2-t;-3), \overrightarrow{MB}=\left(-2+2t';2+t';-4+t'\right)$

Ba điểm *M*, *A*, *B* cùng thuộc Δ nên $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t-1=k\left(-2+2t'\right) \\ 2-t=k\left(2+t'\right) \\ -3=k\left(-4+t'\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ kt'=\dfrac{1}{3} \\ k=\dfrac{5}{6} \end{cases}$

Do đó $A(0;1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{MA}=(-1;2;-3) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(1;-2;3)$ là một VTCP của Δ hay $a=-2, b=3 \Rightarrow a+b=1$

Chọn: D

Câu 42:

Phương pháp:

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ biến đổi theo thời gian t thì quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 là $S=\int\limits_{t_1}^{t_2} v(t)dt$

Cách giải:

Quãng đường người A đi được trong 10 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động là $\int_0^{10}(6t+5)\,dt=350m$

Quãng đường người B đi được trong 10 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động là

$\int_0^{10}(2at-3)\,dt=\left(a.t^2-3t\right)\Big|_0^{10}=100a-30$

Vì sau 10 giây người A đuổi kịp người B và người A lúc ban đầu cách người B là 180m nên ta có phương trình $10a-30+180=350 \Leftrightarrow a=2$ suy ra $v_2(t)=4t-3(m/s)$

Quãng đường người A đi được trong 20 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động là $\int_0^{20}(6t+5)\,dt=1300m$

Quãng đường người B đi được trong 20 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động là $\int_0^{20}(4t-3)\,dt=740m$

Khoảng cách giữa hai người A và người B sau 20 giây là $1300-180-740=380(m)$

Chọn: D

Câu 43:

Phương pháp:

- Tính thể tích lượng nước trong khối hộp chữ nhật.

- Gọi h là chiều cao mới, lập phương trình ẩn h với chú ý lượng nước trong hộp là không đổi.

Cách giải:

Thể tích nước trước khi đưa khối trụ vào là: $V_n=40.50.80=160000cm^3$.

Gọi h là chiều cao của mực nước sau khi đặt khối trụ vào.

Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật chiều cao h là $V_1=50.80.h=4000h$.

Thể tích khối trụ có chiều cao h là $V_2=\pi.20^2.h=400\pi h$.

Thể tích phần nước trong trường hợp này là: $4000h-400\pi h=(4000-400\pi)h$.

Do thể tích nước là không thay đổi nên:

$$160000=(4000-400\pi)h \Leftrightarrow h=\frac{160000}{4000-400\pi}\approx 58,32cm$$

Chọn: C

Câu 44:

Phương pháp:

+ Tìm phương trình Parabol

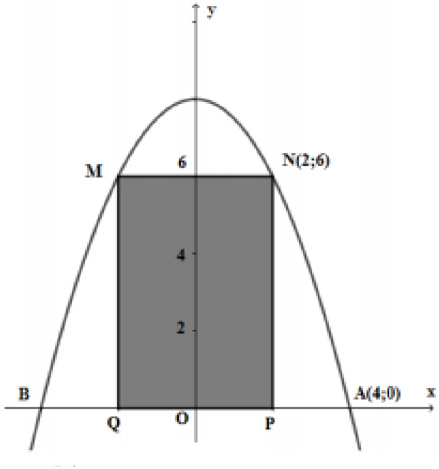
+ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x); y=0; x=a; x=b$ là $S=\int_a^b |f(x)|\,dx$

+ Tính diện tích hình chữ nhật từ đó tính diện tích phần trồng hoa và tính số tiền cần dùng để mua hoa trang trí.

Cách giải:

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, ta có Parabol đi qua các điểm $A(4;0); N(2;6)$

Gọi phương trình Parabol $y = ax^2 + b$, vì Parabol đi qua các điểm $A(4;0)$ và $N(2;6)$ nên ta có hệ phương trình



$$\begin{cases} 16a + b = 0 \\ 4a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{2} \\ b = 8 \end{cases} \text{ nên Parabol } y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$$

Hoành độ giao điểm của Parabol và trục hoành là

$$-\frac{1}{2}x^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -4 \end{array}\right.$$

Phần diện tích cổng giới hạn bởi Parabol là

$$S_1 = \int_{-4}^{4} \left| -\frac{1}{2}x^2 + 8 \right| dx = \frac{128}{3} m^2$$

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là $S = S_1 - S_2 = \dfrac{128}{3} - 24 = \dfrac{56}{3}\left(m^2\right)$

Số tiền cần dùng để mua hoa trang trí là $\dfrac{56}{3}.200000 \approx 3733300$ đồng.

Chọn: D

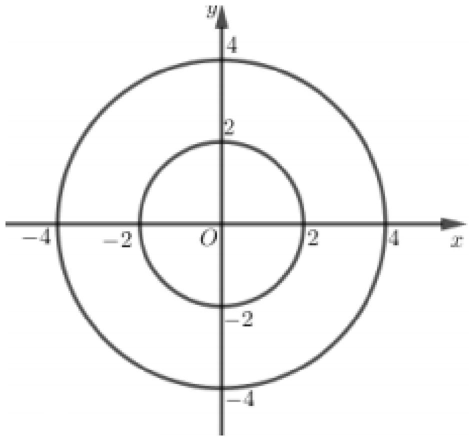
Câu 45:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp hình học: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức *z, w* và tính toán.

Cách giải:

Do $|z| = 3$ nên tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính *R* = 3.



Do $|z - w| = 1$ nên $\begin{cases} |w| = |-w| = |z - w - z| \le |z - w| + |z| = 1 + 3 = 4 \\ |w| = |z - (z - w)| \ge |z| - |z - w| = 3 - 1 = 2 \end{cases}$

Từ đó $2 \le |w| \le 4$ hay tập hợp các điểm biểu diễn số phức *w* là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường đồng tâm *O* và bán kính lần lượt là $r_1 = 2, r_2 = 4$.

Diện tích: $S = S_2 - S_1 = \pi.4^2 - \pi.2^2 = 12\pi$.

Chọn: B

Câu 46:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đổi biến số $t = 9^x + 3$ để tính tích phân theo *m*

Từ đó giải phương trình ẩn *m* thu được để tìm *m*.

Cách giải:

Ta có $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{9^x + 3m}{9^x + 3}dx = \int_0^1 \frac{\left(9^x + 3\right) - 3 + 3m}{9^x + 3}dx = \int_0^1 \left(1 + \frac{3(m-1)}{9^x + 3}\right)dx$

$$= x\Big|_0^1 + 3(m-1)\int_0^1 \frac{1}{9^x+3}dx = 1 + 3(m-1)\int_0^1 \frac{1}{9^x+3}dx$$

Ta tính $J = \int_0^1 \frac{1}{9^x+3}dx$

Đặt $9^x + 3 = t \Rightarrow \begin{cases} 9^x.\ln 9dx = dt \\ 9^x = t-3 \end{cases} \Rightarrow dx = \frac{1}{\ln 9}.\frac{dt}{(t-3)}$

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 4 \\ x = 1 \Rightarrow t = 12 \end{cases}$

Khi đó $J = \int_4^{12} \frac{1}{t}.\frac{1}{\ln 9}.\frac{1}{(t-3)}dt = \frac{1}{\ln 9}\int_4^{12} \frac{1}{t}.\frac{1}{(t-3)}dt = \frac{1}{3\ln 9}\int_4^{12}\left(\frac{1}{t-3} - \frac{1}{t}\right)dt$

$$= \frac{1}{3\ln 9}\ln\left|\frac{t-3}{t}\right|\Bigg|_4^{12} = \frac{1}{3\ln 9}\left(\ln\frac{3}{4} - \ln\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3.2\ln 3}.\ln 3 = \frac{1}{6}$$

Suy ra $I = 1 + 3(m-1).\frac{1}{6} = 1 + \frac{m-1}{2}$, theo đề bài ta có $1 + \frac{m-1}{2} = m^2 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Tổng các giá trị của m là $1 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

Chọn: B

Câu 47:

Phương pháp:

Chia làm ba trường hợp:

+) 3 số giống nhau.

+) 2 trong ba số giống nhau.

+) 3 số đôi một khác nhau.

Cách giải:

Ta có: $15^9 = 3^9.5^9$. Đặt $a = 3^m.5^x, b = 3^n.5^y, c = 3^p.5^z$

Khi đó $15^9 = a.b.c = 3^{m+n+p}.5^{x+y+z} = 3^9.5^9 \Rightarrow \begin{cases} m+n+p = 9 \\ x+y+z = 9 \end{cases}$

+) TH1: 3 số a,b,c giống nhau thì $m = n = p = 3, x = y = z = 3$ nên có 1 cách.

+) TH2: 2 trong ba số giống nhu và khác số còn lại, giả sử

$a = b \Rightarrow m = n, x = y \Rightarrow \begin{cases} 2m + p = 9 \\ 2x + z = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 9 - 2m \\ z = 9 - 2x \end{cases}$

Do $p \ge 0, z \ge 0$ nên $0 \le m \le 4, 0 \le x \le 4$ nên có 5 cách chọn m và 5 cách chọn x.

Ngoài ra $m = x = n = y = p = z = 3$ trùng với TH1 nên trong trường hợp này ta chỉ có $5.5 - 1 = 24$ cách chọn.

+) TH3: Số cách chọn ba số m,n,p phân biệt có tổng bằng 9 là C_{11}^{2} và số cách chọn ba số x,y,z phân biệt có tổng bằng 9 là C_{11}^{2}.

Suy ra số cách chọn ba số a,b,c phân biệt $C_{11}^{2}.C_{11}^{2}-24.3-1=2592$ cách chọn.

Vậy số cách phân tích (ba số không phân biệt thứ tự) là $\frac{2592}{3!}+25=517$ cách.

Chọn: A

Câu 48:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b\left(0<a\ne 1;b>0\right)$ để biến đổi giả thiết

Sử dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm a,b,c, ta có $a+b+c\ge 3\sqrt[3]{abc}$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c$

Cách giải:

Ta có $a^{\log_b a}+16b^{\log_a\left(\frac{b^8}{a^3}\right)}=12b^2\Leftrightarrow a^{\log_b a}+16b^{\left(\log_a b^8-\log_a a^3\right)}=12b^2$

$\Leftrightarrow a^{\log_b a}+16b^{\left(\log_a b^8-\log_a a^3\right)}=12b^2\Leftrightarrow a^{\log_b a}+16b^{\left(8\log_a b-3\right)}=12b^2\Leftrightarrow a^{\log_b a}+16b^{\left(\frac{8}{\log_b a}-3\right)}=12b^2$ (*)

Đặt $\log_a b=t\Rightarrow a=b^t$. Lại có vì $a,b>1\Rightarrow\log_a b>0$ hay $t>0$.

Khi đó ta có

$$VT\left(*\right)=a^{\log_b a}+16b^{\left(\frac{8}{\log_b a}-3\right)}=\left(b^t\right)^t+16.b^{\frac{8}{t}-3}=b^{t^2}+8.b^{\frac{8}{t}-3}+8.b^{\frac{8}{t}-3}$$

$$\overset{Cô-si}{\ge}3\sqrt[3]{b^{t^2}.8.b^{\frac{8}{t}-3}8.b^{\frac{8}{t}-3}}=12\sqrt[3]{b^{t^2}b^{\frac{8}{t}-3}b^{\frac{8}{t}-3}}12\sqrt[3]{b^{t^2+\frac{8}{t}+\frac{8}{t}-6}}$$

$$\overset{Cô-si}{\ge}12\sqrt[3]{b^{3\sqrt[3]{t^2.\frac{8}{t}.\frac{8}{t}}-6}}=12\sqrt[3]{b^6}=12b^2\left(vì\ t^2+\frac{8}{t}+\frac{8}{t}\ge 3\sqrt[3]{t^2.\frac{8}{t}.\frac{8}{t}}=3\right)$$

Hay $VT\left(*\right)\ge 12b^2$, dấu = xảy ra khi $\begin{cases}b^{t^2}=8b^{\frac{8}{t}-3}\\ t^2=\frac{8}{t}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\ b^4=8b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=2\\ b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_b a=2\\ b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ a=4\end{cases}(TM)$

Suy ra $P=a^3+b^3=64+8=72$.

Chọn: D

Câu 49:

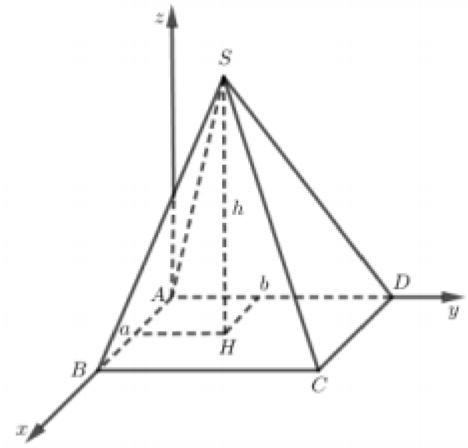
Phương pháp:

- Sử dụng phương pháp tọa độ trong không gian, gắn hệ trục tọa độ gốc A và các trục tọa độ sao cho $\vec{i}$ cùng hướng $\overrightarrow{AB},\ \vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{AD}$ và $\vec{k}$ hướng lên vuông góc với mặt đáy $\left(ABCD\right)$.

- Sử dụng các công thức điểm, véc tơ, mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng để tính toán.

Cách giải:

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, giả sử $ABCD$ là hình vuông cạnh l, chiều cao hình chóp $SH = h$.



Khi đó $A(0;0;0), B(1;1;0), D(0;1;0), C(1;1;0)$.

Gọi tọa độ $H(a;b;0) \Rightarrow S(a;b;h)$

Ta có: $\overrightarrow{AS} = (a;b;h), \overrightarrow{AD} = (0;1;0) \Rightarrow \vec{n}_{(SAD)} = \left[\overrightarrow{AS};\overrightarrow{AD}\right] = (-h;0;a)$

$\overrightarrow{BS} = (a-1;b;c), \overrightarrow{BC} = (0;1;0) \Rightarrow \vec{n}_{(SBC)} = \left[\overrightarrow{BS};\overrightarrow{BC}\right] = (-h;0;a-1)$

$\overrightarrow{AB} = (1;0;0), \overrightarrow{AS} = (a;b;h) \Rightarrow \vec{n}_{(SAB)} = \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AS}\right] = (0;-h;b)$

$\vec{n}_{(ABCD)} = \vec{k} = (0;0;1)$

Do $(SAD) \perp (SBC) \Rightarrow \vec{n}_{(SAD)}.\vec{n}_{(SBC)} = 0 \Leftrightarrow h^2 + a(a-1) = 0 \Leftrightarrow h^2 + a^2 = a$ (1)

Góc giữa (SAB) và (SBC) bằng $60^0 \Rightarrow \cos 60^0 = \dfrac{\left|\vec{n}_{(SAB)}.\vec{n}_{(SBC)}\right|}{\left|\vec{n}_{(SAB)}\right|.\left|\vec{n}_{(SBC)}\right|} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{|b(a-1)|}{\sqrt{h^2+(a-1)^2}.\sqrt{h^2+b^2}}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{b(a-1)}{\sqrt{1-a}\sqrt{h^2+b^2}} \Leftrightarrow \frac{b\sqrt{1-a}}{\sqrt{h^2+b^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1-a}}$$

Góc giữa (SAB) và (SAD) là $45^0 \Rightarrow \cos 45^0 = \dfrac{\left|\vec{n}_{(SAB)}.\vec{n}_{(SAD)}\right|}{\left|\vec{n}_{(SAB)}\right|.\left|\vec{n}_{(SAD)}\right|} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{|ab|}{\sqrt{h^2+a^2}\sqrt{h^2+b^2}}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{ab}{\sqrt{a}.\sqrt{h^2+b^2}}$$

Suy ra $\dfrac{ab}{\sqrt{a}.\sqrt{h^2+b^2}} : \dfrac{b\sqrt{1-a}}{\sqrt{h^2+b^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} : \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{1-a}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{3}$

Gọi góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ là $\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\left|\vec{n}_{(SAB)}.\vec{n}_{(ABCD)}\right|}{\left|\vec{n}_{(SAB)}\right|\left|\vec{n}_{(ABCD)}\right|} = \dfrac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{a-\dfrac{2}{3}}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Chọn: C

Câu 50:

Phương pháp:

+ Biến đổi và chỉ ra phương trình $g(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt

+ Chỉ ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

+ Từ đó suy ra số nghiệm của phương trình $g(f(x)) = 0$

Cách giải:

Xét phương trình $g(x) = 0 \Leftrightarrow (m^2+2m+5)x^3 - (2m^2+4m+9)x^2 - 3x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(m^2+2m+5\right)x^3-\left(2m^2+4m+10\right)x^2+x^2-3x+2=0$

$\Leftrightarrow x^2\left[\left(m^2+2m+5\right)x-2\left(m^2+2m+5\right)\right]+\left(x-1\right)\left(x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(m^2+2m+5\right)x^2\left(x-2\right)+\left(x-1\right)\left(x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(x-2\right)\left[\left(m^2+2m+5\right)x^2+x-1\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \left(m^2+2m+5\right)x^2+x-1=0\ (*) \end{array}\right.$

Xét phương trình (*): vì $\begin{cases} m^2+2m+5=\left(m+1\right)^2+4>0 \\ ac=-\left(m^2+2m+5\right)<0;\forall m \\ \left(m^2+2m+5\right).2^2+2-1=4m^2+8m+21>0 \end{cases}$ nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $u;v\neq 2$

Hay $g\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=u \\ x=v \end{array}\right.$

+ Lại có $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x^3-\left(m+1\right)x^2+\left(3m^2+4m+5\right)x+2019$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=x^2-2\left(m+1\right)x+3m^2+4m+5=\left(x-\left(m+1\right)\right)^2+2m^2+2m+3>0;\forall m$ nên hàm số $f\left(x\right)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ đó $g\left(f\left(x\right)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=2\ (1) \\ f\left(x\right)=u\ (2) \\ f\left(x\right)=v\ (3) \end{array}\right.$

Vì $f\left(x\right)$ là hàm đồng biến nên mỗi phương trình (1);(2);(3) đều chỉ có 1 nghiệm duy nhất và ba nghiệm của phương trình này khác nhau.

Từ đó phương trình $g\left(f\left(x\right)\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Chọn: C