Hoja de problemas sobre Programación Lineal

CURSO	TEMA	WWW.DANIPARTAL.NET
1ºBach	progLINEAL Problemas	Colegio Marista “La Inmaculada” de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Hoja de problemas sobre Programación Lineal.

Recuerda que el web del IES Ayala posee multitud de exámenes resueltos de Selectividad de cursos anteriores:

https://www.iesayala.com/selectividadmatematicas/ficheros/andaluciaccss.html

PROBLEMA 1

a) Represente la región factible definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$x + 2y \leq 13$

$x - y \leq 4$

$x - 2y \geq -7$

$x + y \geq 5$

b) Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo:

$F(x, y) = x + y$

En la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

PROBLEMA 2

Con el fin de recaudar dinero para el viaje de fin de curso, los alumnos de un instituto van a poner a la venta dos tipos de bolsas de merienda. El primer tipo contendrá dos bocadillos, un refresco y una pieza de fruta y el segundo tipo tendrá un bocadillo, un refresco y dos piezas de fruta. Por cada bolsa del primer tipo cobrarán 6 euros y por las del segundo tipo 5 euros.

Sabiendo que disponen de 120 bocadillos, 70 refrescos y 110 piezas de fruta y que se tiene garantizada la venta de todas las bolsas, ¿cuántas convendría preparar de cada tipo para que la cantidad de dinero obtenida por su venta sea máxima y a cuánto asciende la misma? ¿Es posible que vendan 40 bolsas de cada tipo? ¿Hay alguna posibilidad de que el importe de las ventas sea de 410 euros?

PROBLEMA 3

Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1200 y 1500 euros, respectivamente.

La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, calcule las horas de funcionamiento de las cadenas A y B que minimizan el coste de producción de esos electrodomésticos.

La función objetivo que ofrece el coste de producción es:

$$f(x, y) = 1200x + 1500y$$

Siendo "x" el número de horas de funcionamiento de la cadena A. Siendo "y" el número de horas de funcionamiento de la cadena B.

El tiempo de funcionamiento de la cadena A está acotado superiormente, ya que no puede superar el doble de horas de la cadena B. Es decir:

$$x \leq 2y$$

El número de lavadoras que se fabrican es suma de las fabricadas por la cadena A y de las fabricadas por la cadena B. Ese número, debe ser mayor o igual que 400.

$$10x + 7y \geq 400$$

Igualmente, la suma de los frigoríficos de la cadena A y de la cadena B debe ser mayor o igual que 280.

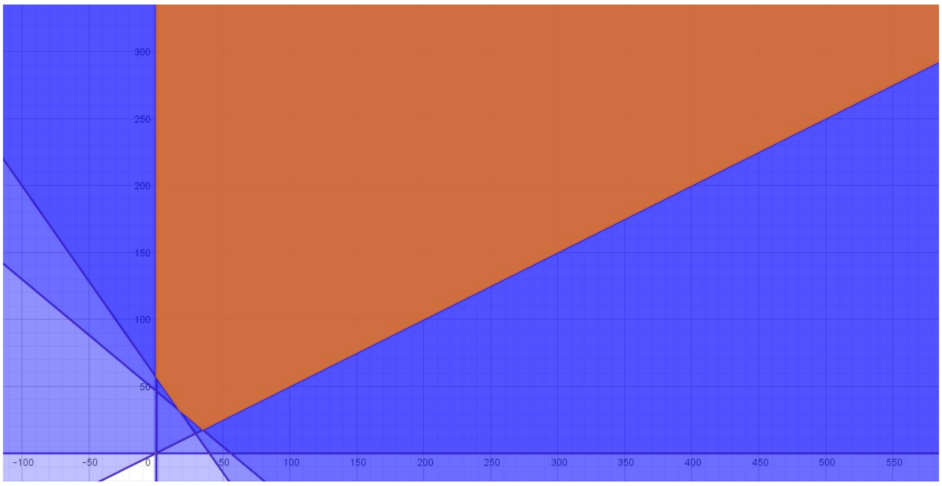
$$5x + 6y \geq 280$$

Además, consideramos las condiciones de no negatividad:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Dibujamos con Geogebra la región factible. Recuerda que, con cada inecuación, hay que dibujar la recta asociada y determinar que región del plano cumple la inecuación.



Aparecen tres vértices en la región convexa no acotada. Las coordenadas de estos vértices son:

PROBLEMA 4

Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices: x + 2y ≥ 7

4x − y ≥ 1

2x − y ≤ 4

3x + 2y ≤ 20

x ≥ 0

y ≥ 0

Obtenga el valor mínimo de la función:

F(x, y) = 2x + y

En el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

PROBLEMA 4

Un cocinero tiene que hacer el postre para una cena y le han encargado dos de sus mejores creaciones: Delicia Roja y Delicia Negra.

Para elaborar 1 kg de Delicia Roja son necesarias 3 tarrinas de fresas y 1 tableta de chocolate y para elaborar 1 kg de Delicia Negra se necesita 1 tarrina de fresas y 2 tabletas de chocolate. Dispone de 15 tarrinas de fresas y 10 tabletas de chocolate.

Además, la cantidad de Delicia Negra no debe ser inferior a 1’5 kg y tampoco debe ser superior al doble de Delicia Roja. Si cada kilogramo de Delicia Roja le reporta un beneficio de 3 euros y el de Delicia Negra 5 euros, averigüe qué cantidad de cada postre debe elaborar para conseguir un beneficio máximo y a cuánto asciende ese beneficio.

PROBLEMA 5

Una confitería elabora dos tipos de tartas, unas de chocolate y otras de merengue y chocolate. Para ello dispone de 100 kg de bizcocho, 80 kg de crema de chocolate y 46 kg de merengue. Para elaborar una tarta de chocolate, se requieren 1 kg de bizcocho y 2 kg de crema de chocolate y para la tarta de chocolate y merengue se requieren 2 kg de bizcocho, 1 kg de crema de chocolate y 1 kg de merengue.

Por cada tarta de chocolate se obtiene un beneficio de 10 euros y de 12 euros por cada una de merengue y chocolate. Suponiendo que se vende todo lo que se elabora, ¿cuántas tartas de cada tipo debe preparar para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál es dicho beneficio?

PROBLEMA 6

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$x + y \leq 4$

$x - y \geq 2$

$x + 3y \geq 2$

$y \leq 2$

a) Represéntela gráficamente y determine sus vértices.

b) Indique razonadamente si el punto (4, -0’75) pertenece a dicha región.

c) ¿En qué puntos de la región anterior la función:

$F(x, y) = x + y$

alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

PROBLEMA 7

Consideremos el recinto definido por las siguientes desigualdades:

$7y \leq 15 + 3x$

$y \geq x - 3$

$3y \geq -x + 11$

a) Represente gráficamente el recinto anterior y calcule sus vértices.

b) Calcule en qué puntos se alcanzan los valores máximo y mínimo de la función:

$H(x, y) = 4x - y - 16$

restringida al anterior recinto y obtenga dichos valores.

PROBLEMA 8

Se considera el recinto cuadrado de vértices (1, 0), (0, 1), (-1, 0) y (0, -1).

Indique en qué puntos del recinto se alcanzan el valor máximo de la función:

$F(x, y) = 3x + 2y + 7$

y el valor mínimo de la función:

$G(x, y) = x + y + 6$

calculando dichos valores.

PROBLEMA 9

Una empresa comercializa dos tipos de concéntralo de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar, 1 kg de concentrado A se necesitan 4'5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte, se requieren 7’5 kg de grano de Colombia y 1'5 kg de grano de Costa Rica para elaborar 1 kg de concentrado B.

Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67’5 kg de grano de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía, y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

a) Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.

b) Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.

c) Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo de concentrado del tipo A es 2 euros y de cada kilogramo del tipo B es 4 euros, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

PROBLEMA 10

Una empresa Una librería necesita al menos 14 cajas de rotuladores, 8 cajas de folios y 18 cajas de bolígrafos. Dos distribuidores pueden proporcionarle los materiales, pero solamente los venden en lotes completos. El distribuidor A envía en cada lote 2 cajas de rotuladores, 4 de folios y 1 de bolígrafos. El distribuidor B envía en cada lote 3 cajas de rotuladores, 1 de folios y 7 de bolígrafos. Los costes por lote que se compre a cada distribuidor son de 60 euros y 65 euros respectivamente. ¿Cuántos lotes habrá que comprar a cada distribuidor para que los costes sean mínimos?, ¿cuáles serían esos costes?