Az egyenletet írjuk fel az alábbi alakban:
$(a^2)^2 + (b^2)^2 = 2027^2$

1. A 2027 tulajdonsága:
A 2027 egy $4k + 3$ alakú prímszám, mivel:
$2027 = 4 \cdot 506 + 3 \Longrightarrow 2027 \equiv 3 \pmod 4$

2. Számelméleti tétel:
Ha egy $4k + 3$ alakú prím osztja két négyzetszám összegét ($x^2 + y^2$), akkor a prímnek külön-külön is osztania kell a két számot (x-et és y-t).

Mivel $2027 \mid 2027^2$, a tétel alapján:
$2027 \mid a^2 \Longrightarrow 2027 \mid a \Longrightarrow a = 2027 \cdot x$
$2027 \mid b^2 \Longrightarrow 2027 \mid b \Longrightarrow b = 2027 \cdot y$
(ahol x, y pozitív egészek)
Az egyenletet írjuk fel az alábbi alakban:
$(a^2)^2 + (b^2)^2 = 2027^2$

1. A 2027 tulajdonsága:
A 2027 egy $4k + 3$ alakú prímszám, mivel:
$2027 = 4 \cdot 506 + 3 \Longrightarrow 2027 \equiv 3 \pmod 4$

2. Számelméleti tétel:
Ha egy $4k + 3$ alakú prím osztja két négyzetszám összegét ($x^2 + y^2$), akkor a prímnek külön-külön is osztania kell a két számot (x-et és y-t).

Mivel $2027 \mid 2027^2$, a tétel alapján:
$2027 \mid a^2 \Longrightarrow 2027 \mid a \Longrightarrow a = 2027 \cdot x$
$2027 \mid b^2 \Longrightarrow 2027 \mid b \Longrightarrow b = 2027 \cdot y$
(ahol x, y pozitív egészek)

3. Behelyettesítés és ellentmondás:
$(2027 \cdot x)^4 + (2027 \cdot y)^4 = 2027^2$
$2027^4 \cdot (x^4 + y^4) = 2027^2$

Osszuk el mindkét oldalt 2027^2-nel:
$2027^2 \cdot (x^4 + y^4) = 1$

Mivel $x, y \geq 1$, a bal oldal legkisebb értéke $2 \cdot 2027^2$, ami nem lehet egyenlő 1-gyel.

Eredmény:
Az egyenletnek **nincs megoldása** a pozitív egész számok halmazán.