

Die Sekantensteigungsfunktion

Eine mittlere Änderungsrate (wie z.B. die Durchschnittsgeschwindigkeit eines Radrennfahrers in einem bestimmten Zeitintervall) kann mithilfe der Sekantensteigung bestimmt werden. Bestimmt man für verschiedene Zeitintervalle solche mittleren Änderungsrate und trägt diese grafisch gegenüber der Zeit auf, so erhält man den Graphen der mittleren Änderungsrate bzw. den Graphen der Sekantensteigungsfunktion. In der folgenden Aufgabe sollen Beziehungen zwischen den Graphen der Sekantensteigungsfunktion und der ursprünglichen Funktion untersucht werden.

- a) Stellen Sie den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2x + 3$, $x \in \mathbb{R}$, mit Ihrem Taschenrechner in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
- b) Begründen Sie anhand des Terms, dass Sie für $h = 1$ mit dem Term $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ für jeden x -Wert eine Sekantensteigung berechnen.
- c) Erzeugen Sie den Graphen der Sekantensteigungsfunktion ssf mit $ssf(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Definieren Sie sich hierzu vorher den Wert des Parameters h als Konstante mit $h = 1$.
- d) An einer bestimmten Stelle (wir können sie x_1 nennen) hat der Graph von ssf einen Vorzeichenwechsel von Plus nach Minus. Begründen Sie mithilfe von geeigneten Sekanten des Graphen von f , warum der Vorzeichenwechsel genau an dieser Stelle stattfindet. Fertigen Sie hierzu eine Skizze an.
- e) Verkleinern Sie den Wert der Konstanten h auf 0,5 (0,1 / 0,01 / 0,001). Was beobachten Sie?
- f) Betrachten Sie den Graphen von f und den Graphen von ssf für $h = 0,001$. Beschreiben Sie Beziehungen zwischen den beiden Graphen. Versuchen Sie, die gefundenen Beziehungen auch zu begründen.