

## ANÁLISIS COMBINATORIO

### NÚMERO FACTORIAL

Definición:

$$0! = 1$$

$$(n + 1)! = n! \times (n + 1) \quad ; n \in \mathbb{N}_0$$

Ejemplos:

$$1! = 0! \times 1 = 1 \times 1 = 1$$

$$2! = 1! \times 2 = 1 \times 2 = 2$$

$$3! = 2! \times 3 = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

### PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Definición:

Si una operación puede efectuarse de  $n$  maneras diferentes y realizada una cualquiera de ellas, una segunda operación puede efectuarse de  $p$  maneras distintas, entonces el número total ( $N$ ) de maneras diferentes en que pueden realizarse, a la vez, ambas operaciones es:

$$n \times p$$

Ejemplo:

Un matrimonio decide comprar una radio y una cocina. Si en el lugar donde harán la compra hay 4 tipos de radio y 2 clases de cocina ¿de cuántas maneras distintas pueden realizar la compra de ambos objetos a la vez?

Respuesta:  $4 \times 2 = 8$

Observación: Este principio puede extenderse a más de dos operaciones.

[Vea el ejemplo](#)

### PERMUTACIÓN SIMPLE

Definición:

Son permutaciones simples, de  $n$  elementos distintos, todas las agrupaciones de esos  $n$  elementos, dispuestos linealmente, sin que ninguno falte o se repita. Estas agrupaciones se diferencian entre sí, sólo por el orden de sus elementos.

Cálculo:

El número de permutaciones simples que pueden realizarse con  $n$  elementos distintos ( $P_n$ ), es:

$$P_n = n!$$

Ejemplo:

Una madre tiene 3 hijos ¿de cuántas maneras distintas, nombrándolos uno por uno, puede llamarlos a cenar?

Respuesta:  $P_3 = 3! = 6$

[Vea el ejemplo](#)

## PERMUTACIÓN CON REPETICIÓN

Definición:

Son permutaciones con repetición de  $n$  elementos, no todos distintos, todas las agrupaciones de  $n$  elementos, formadas por aquellos, dispuestos linealmente y sin que ninguno falte.

Cálculo:

El número de permutaciones con repetición que pueden realizarse con  $n$  elementos, donde existen  $r$  elementos iguales entre sí ( de una misma clase ) y el resto distintos entre sí y distintos también a los anteriores es:

$$\frac{n!}{r!}$$

Observación: Esto puede extenderse a permutaciones de  $n$  elementos, donde existen  $r$  elementos de una clase,  $q$  elementos de otra clase, etc.

$$\frac{n!}{r! \times q! \times \dots}$$

Ejemplo:

¿Cuántos números de 6 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 1, 1, 2, 2 y 3?

Respuesta:

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$$

[Vea el ejemplo](#)

## PERMUTACIÓN CÍCLICA ( CIRCULAR )

Definición:

Son permutaciones cíclicas de  $n$  elementos distintos, todas las agrupaciones de esos  $n$  elementos, dispuestos en forma circular, sin que ninguno falte o se repita.

Cálculo:

El número de permutaciones cíclicas que pueden realizarse con  $n$  elementos es:

$$(n - 1)!$$

Si no importa el orden en que se dispongan los elementos, es:

$$\frac{(n - 1)!}{2}$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes pueden disponerse circularmente las letras A, B, C y D?

Respuesta:

$$3! = 6$$

¿ Y si no importa el sentido en que se dispongan?

Respuesta:

$$\frac{3!}{2} = 3$$

## ARREGLO ( O VARIACIÓN ) SIMPLE

Definición:

Son arreglos ( o variaciones ) simples, todas las agrupaciones de  $k$  elementos, dispuestos linealmente, que se pueden formar a partir de  $n$  elementos distintos ( $k < n$ ), sin que ninguno se repita. Estas agrupaciones se diferencian entre sí, por los elementos que las componen o por su orden.

Cálculo:

El número de variaciones de  $k$  elementos que pueden formarse a partir de  $n$  elementos distintos ( ${}^nV_k$ ), es:

$${}^nV_k = \frac{n!}{(n - k)!} \quad ; \quad (k < n)$$

Ejemplo:

¿Cuántas banderas diferentes, de tres franjas horizontales de igual ancho y de colores distintos, pueden confeccionarse a partir de siete colores diferentes?

Respuesta:

$${}^7V_3 = \frac{7!}{4!} = 210$$

[Vea el ejemplo](#)

## ARREGLO ( O VARIACIÓN ) CON REPETICIÓN

Definición:

Son arreglos ( o variaciones ) con repetición, todas las agrupaciones de  $k$  elementos, dispuestos linealmente, que se pueden formar a partir de  $n$  elementos distintos, donde cada uno de los elementos puede formar parte de la agrupación, tantas veces como sea posible.

Cálculo:

El número de variaciones con repetición de  $k$  elementos, que pueden formarse a partir de  $n$  elementos distintos es:

$$n^k$$

Ejemplo:

¿Cuántos números de tres cifras pueden formarse a partir de los dígitos 1 y 2?

Respuesta :  $2^3 = 8$

## COMBINACIÓN SIMPLE

Definición:

Son combinaciones simples, todas las agrupaciones de  $k$  elementos, dispuestos linealmente, que se pueden formar a partir de  $n$  elementos distintos ( $k \leq n$ ), sin que ninguno se repita y sin importar el orden de ellos. Estas agrupaciones se diferencian entre sí, sólo por los elementos que las conforman.

Cálculo:

El número de combinaciones simples de  $k$  elementos, que pueden formarse a partir de  $n$  elementos distintos ( ${}^n C_k$ ), es:

$${}^n C_k = \frac{n!}{k! \times (n - k)!} \quad ; \quad (k \leq n)$$

Ejemplo:

Un alumno decide rendir tres de cinco pruebas. ¿De cuántas maneras distintas puede elegir esas tres pruebas?

Respuesta:

$${}^5 C_3 = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

[Vea el ejemplo](#)

## COMBINACIONES CON REPETICIÓN

Definición:

Son combinaciones con repetición, todas las agrupaciones de  $k$  elementos, dispuestos linealmente que se pueden formar a partir de  $n$  elementos distintos, donde cada uno de los elementos puede formar parte de la agrupación, las veces que se quiera y sin importar el orden de ellos.

Cálculo:

El número de combinaciones con repetición de  $k$  elementos, que pueden formarse a partir de  $n$  elementos distintos es:

$$\frac{(n + k - 1)!}{k! \times (n - 1)!}$$

Ejemplo:

Al lanzar tres monedas iguales al aire ¿cuántas opciones distintas existen, si se quiere apostar por una de ellas?

Respuesta:

$$\frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

## COEFICIENTE BINOMIAL

Definición:

Sean  $k$  y  $n$  números enteros no negativos y  $k \leq n$ , entonces el coeficiente binomial se define así:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \times (n - k)!}$$

Ejemplo:

$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4! \times (7 - 4)!} = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 1 \times 2 \times 3} = 35$$

Propiedades:

$$\binom{n}{n - k} = \binom{n}{k}$$

$$\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{n - 1} = \binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k + 1} = \binom{n + 1}{k + 1}$$

Ejemplos:

$$\binom{7}{4} = \binom{7}{3} = 35$$

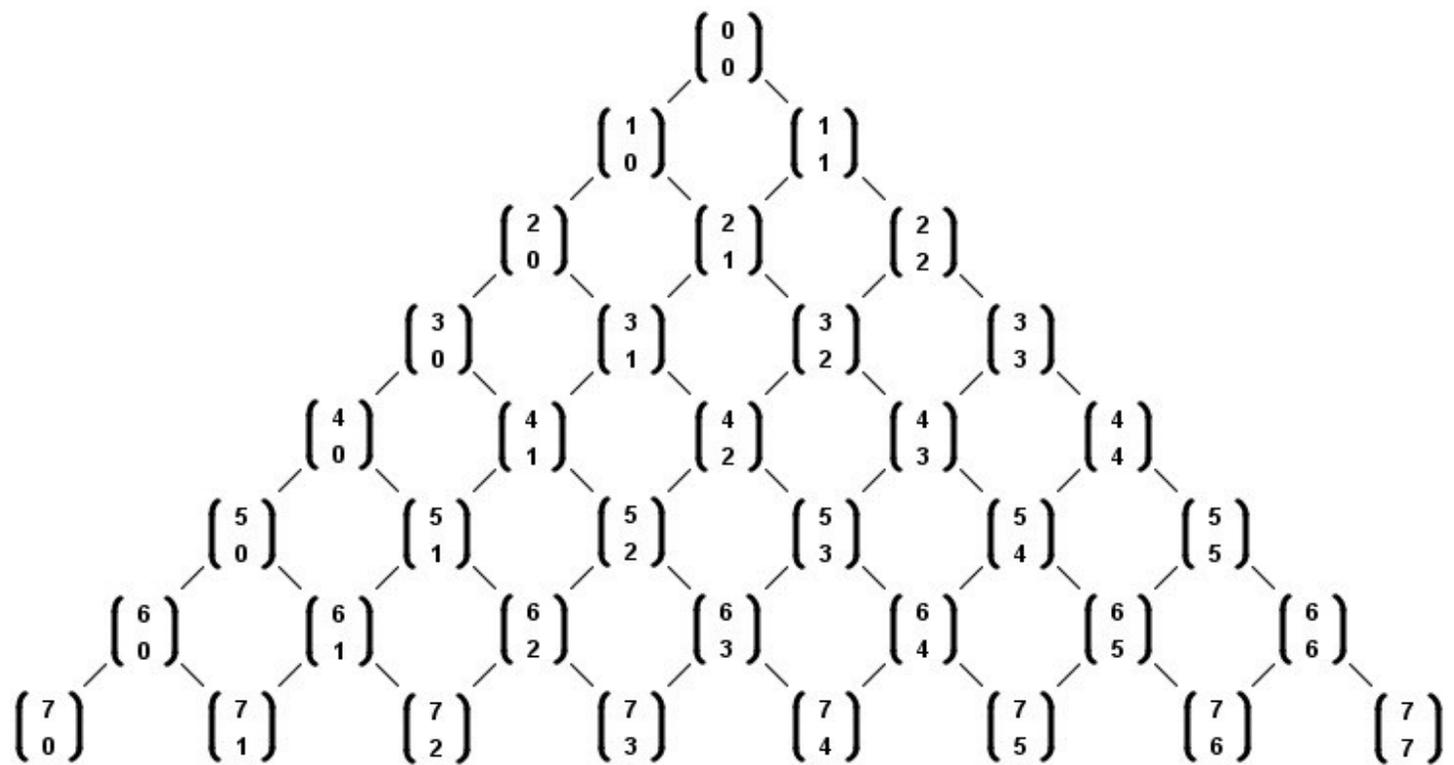
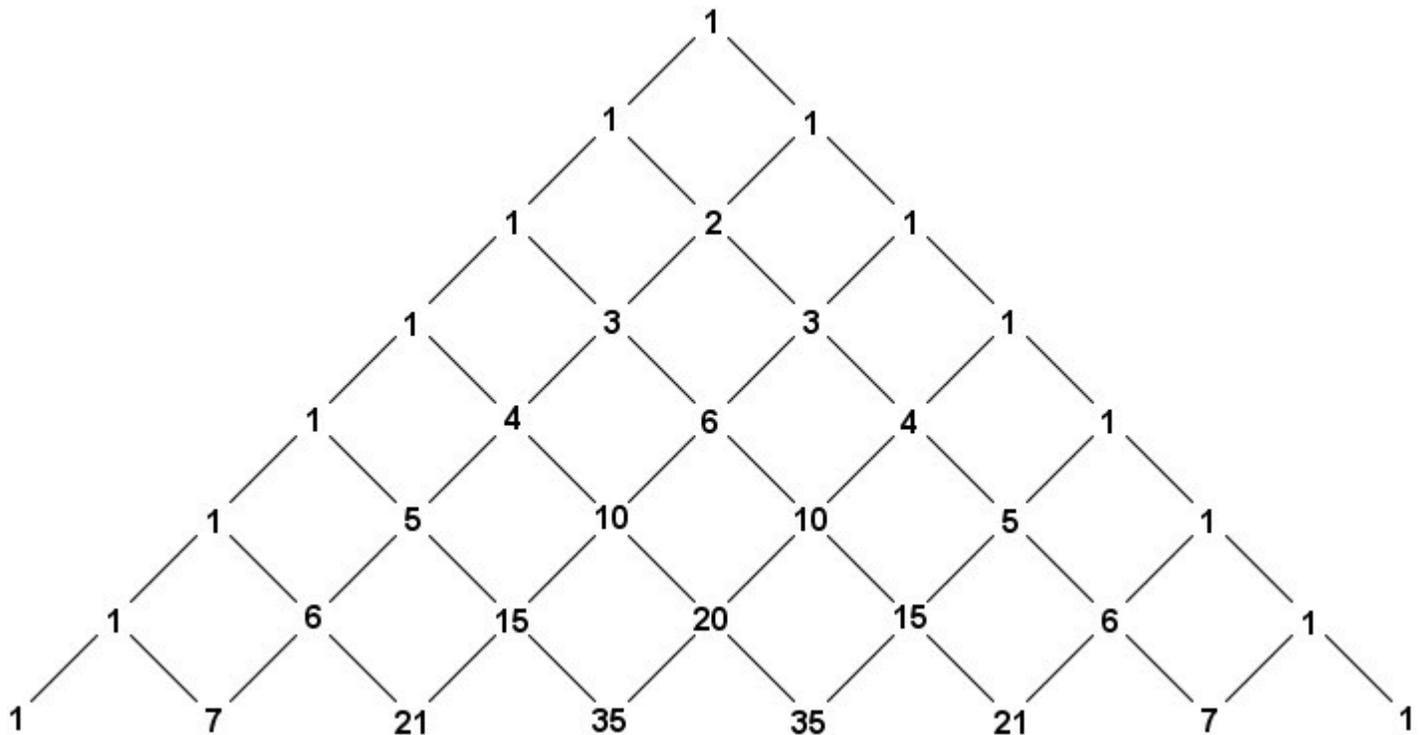
$$\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = \binom{5}{3} = 10$$

[Pizarra interactiva](#)

## BIBLIOGRAFÍA

[Análisis combinatorio \( curso interactivo en línea con examen incluido \).](#)

# TRIÁNGULO DE PASCAL



## BIBLIOGRAFÍA

[Análisis combinatorio \( curso interactivo en línea con examen incluido \).](#)