

Estos ejercicios corresponden a la primera derivada y que serán pasados en el texto ABC en geogebra como un preámbulo a la temática.

DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES

1. Obtenga la derivada de $y = (2x^2 - 5)(2x^3 + 4x^2 - 5x + 20)$

$$y' = (2x^2 - 5) d(2x^3 + 4x^2 - 5x + 20) + (2x^3 + 4x^2 - 5x + 20) d(2x^2 - 5)$$

$$y' = (2x^2 - 5)(6x^2 + 8x - 5) + (2x^3 + 4x^2 - 5x + 20)(4x)$$

$$y' = 12x^4 + 16x^3 - 10x^2 - 45x^2 - 18x^2 + 24x - 15 + 8x^4 + 16x^3 - 20x^2 + 80x$$

$$y' = 20x^4 + 32x^3 - 93x^2 + 104x + 15$$

2. Obtenga la derivada de $y = (3x^2 - 5)(2x^3 + 5x^2 - 3x + 10)$

$$y' = (3x^2 - 5) d(2x^3 + 5x^2 - 3x + 10) + (2x^3 + 5x^2 - 3x + 10) d(3x^2 - 5)$$

$$y' = (3x^2 - 5)(6x^2 + 5x - 3) + (2x^3 + 5x^2 - 3x + 10)(6x)$$

$$y' = 18x^4 + 15x^3 - 9x^2 - 30x^2 - 25x + 15 + 18x^4 + 30x^3 - 18x^2 + 60x$$

$$y' = 36x^4 + 45x^3 - 57x^2 + 35x + 15$$

3. Derive $y = (x^2 - 5x + 1)\sqrt{x^2 - 2}$

$$y = (x^2 - 5x + 1)(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$y = (x^2 - 5x + 1)d(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}} + (x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}d(x^2 - 5x + 1)$$

$$y = (x^2 - 5x + 1) \cdot \frac{1}{2}(x^2 - 2)^{\frac{1}{2} - 1}d(x^2 - 2) + (x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}d(2x - 5)$$

$$y = \frac{1}{2}(x^2 - 5x + 1)(x^2 - 2)^{-\frac{1}{2}}(2x) + (2x - 5)(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$y = \frac{(x^2 - 5x + 1)}{(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}}(x)(2x - 5)(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$y = \frac{(x^2 - 5x + 1)(x)(2x - 5)[(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}]2}{(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$y = \frac{x^3 - 5x^2 + x + 2x^3 - 4x - 5x^2 + 10}{(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$y' = \frac{x^3 - 10x^2 - 3x + 10}{(x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$y' = \frac{3x^3 - 10x^2 - 3x + 10}{\sqrt{x^2 - 2}}$$

4. Obtenga la derivada de $y = 3x^2\sqrt[3]{(x^2 - 6x)^2}$

$$y' = 3x^2(x^2 - 6x)^{2/3}$$

$$y' = 3x^2d(x^2 - 6x)^{2/3} + (x^2 - 6x)^{2/3}d(3x^2)$$

$$y' = 3x^2 \cdot \frac{2}{3}(x^2 - 6x)^{2/3 - 1}d(x^2 - 6x) + (x^2 - 6x)^{2/3}d(6x)$$

$$y' = 2x^2(x^2 - 6x)^{-1/3}(2x - 6) + 6x(x^2 - 6x)^{2/3}$$

$$y' = 2x^2 \frac{[2(x - 3)]}{(x^2 - 6x)^{1/3}} + \frac{6x(x^2 - 6x)^{2/3}}{1}$$

$$y' = \frac{4x^2[x-3] + 6x(x^2-6x)^{2/3}(x^2-6x)^{1/3}}{(x^2-6x)^{1/3}}$$

$$y' = \frac{4x^3 - 12x^2 + 6x(x^2-6x)^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}}}{(x^2-6x)^{1/3}}$$

$$y' = \frac{4x^3 - 12x^2 + 6x(x^2-6x)^{\frac{3}{3}}}{(x^2-6x)^{1/3}}$$

$$y' = \frac{4x^3 - 12x^2 + 6x(x^2-6x)}{(x^2-6x)^{1/3}}$$

$$y' = \frac{4x^3 - 12x^2 + 6x^3 - 36x^2}{(x^2-6x)^{1/3}}$$

$$y' = \frac{10x^3 - 48x^2}{(x^2-6x)^{1/3}}$$

$$y' = \frac{2x^2(5x-24)}{(x^2-6x)^{1/3}}$$

$$y' = \frac{2x^2(5x-24)}{\sqrt[3]{x(x-6)}}$$

COCIENTE DE FUNCIONES

1. Derive $y' = \frac{3x^2}{25}$

$$y' = \frac{(25)d(3x^2) - (3x^2)d(25)}{(25)^2}$$

$$y' = \frac{25(6x) - (3x^2)(0)}{(25)^2}$$

$$y' = \frac{6x}{25}$$

2. Derive $y' = \frac{6x^3+3x^2}{(25+5)}$

$$y' = \frac{(25+5)d(6x^3+3x^2) - (6x^3+3x^2)d(25+5)}{(25+5)^2}$$

$$y' = \frac{30(18x^2+6x) - (3x^2)d(30)}{(30)^2}$$

$$y' = \frac{30(18x^2+6x) - (3x^2)(0)}{(30)^2}$$

$$y' = \frac{30(18x^2+6x) - 0}{(30)^2}$$

$$y' = \frac{18x^2+6x}{30}$$

$$y' = \frac{2x(9x+3)}{30}$$

3. Derive $y = \sqrt{\frac{2x^2+5x+2}{3x^2-2x+3}}$

$$y' = \frac{2x^2+5x+2}{3x^2-2x+3}$$

$$y' = \frac{(3x^2-2x+3)d(2x^2+5x+2)^{\frac{1}{2}} - (2x^2+5x+2)^{\frac{1}{2}}d(3x^2-2x+3)}{(3x^2-2x+3)^2}$$

$$y' = \frac{(3x^2-2x+3)^{\frac{1}{2}}(2x^2+5x+2)^{\frac{1}{2}-1}d(2x^2+5x+2) - (2x^2+5x+2)^{\frac{1}{2}}(6x-2)}{(3x^2-2x+3)^2}$$

$$y' = \frac{\frac{(3x^2-2x+3)}{2} (2x^2+5x+2)^{-\frac{1}{2}} (4x+5) - (2x^2+5x+2)^{\frac{1}{2}} (6x-2)}{(3x^2-2x+3)^2}$$

$$= \frac{(4x+5)(3x^2-2x+3) - \left[(2x^2+5x+2)^{\frac{1}{2}} \right]^2 (6x-2)}{2(2x^2+5x+2)^{\frac{-1}{2}} (3x^2-2x+3)^2}$$

$$y' = \frac{12x^2 - 8x^2 + 12x + 15x^2 - 10x + 15 - 12x^{\frac{3}{2}} + 4x^{\frac{3}{2}} - 30x^{\frac{3}{2}} + 10x - 12x + 4}{2(2x^2+5x+2)^{\frac{-1}{2}} (3x^2-2x+3)^2}$$

$$y' = \frac{-19x^2 + 19}{(3x^2-2x+3)^2 \cdot 2(2x^2+5x+2)^{\frac{-1}{2}}}$$

$$y' = \frac{-19(-x^2+1)}{(3x^2-2x+3)^2 \cdot 2\sqrt{2x^2+5x+2}}$$

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

1. El volumen V de una neurona esférica está dado por $V = \frac{5}{2} \pi r^2$ donde "r" es el radio. Encuentra la razón de cambio del volumen con respecto al radio cuando $r = 0.00025$ cm.

$$V = \frac{5}{2} \pi r^2$$

$$V = \frac{2d(5\pi r^2) - (5\pi r^2)d(2)}{(2)^2}$$

$$V = \frac{2(5\pi 2r) - (5\pi r^2)(0)}{(4)}$$

$$V = \frac{30\pi r}{9}$$

$$V = \frac{10\pi r}{1}$$

$$V = 10\pi r$$

EVALUACIÓN

$$r = 0.00025 \text{ cm}$$

$$CV = 10\pi r$$

$$CV = 10\pi(0.00025 \text{ cm})$$

$$CV = 10(3.14)(0.00025 \text{ cm})$$

$$CV = 31.4(0.00025 \text{ cm})$$

$$CV = 0.00000019625 \text{ cm}$$

Solución: La razón de cambio de Volumen de la neurona con respecto a su radio está definido entre: 0.00000019625 mm

2. Determina la razón de empresa que confecciona chaquetas de cuero donde utiliza la siguiente función de costo $c = 3x^3 + 5x + 2$. Calcula cuál es el costo total de fabricar 15.000 chaquetas.

$$y = 3x^3 + 5x + 2$$

$$y' = 9x^2 + 5 + 0$$

$$y' = 9x^2 + 5$$

EVALUACIÓN

$$x = 15000$$

$$CT = 9x^2 + 5$$

$$CT = 9(15000)^2 + 5$$

$$CT = 9(225000000) + 5$$

$$CT = \$20,25000.005$$

Solución: El costo total de confeccionar 12000 pantalones de la empresa es de \$20,25000.006 dólares.

3. **Fábrica de zapatos:** La función de costo total de una fábrica de zapatos está dada por $c = -11485040 + 8947q - 0.000538q^2$; donde q es la producción en docenas de pares de medias y c es el costo total. Encuentre la razón función del costo marginal y evalúela cuando $q = 10000$ pares de zapatos.

$$C' = (-11485040) + (8947q) - 0.000538q^2$$

$$C' = 0 + 8947 - 0.001076q$$

$$C' = 8947 - 0.001076q$$

EVALUACIÓN

$$CM' = 8947 - 0.001076(10000)$$

$$CM' = 8947 - 10.76$$

$$CM' = 6743.44$$

$$CM' = \$8936.24$$

SOLUCIÓN: El costo marginal de confeccionar 10000 pares de zapatos en la fábrica es de \$8936.24 dólares.

4. **El volumen V de una bola metálica está dado por $V = \frac{10}{5}\pi r^2$ donde "r" es el radio. Encuentra la razón de cambio de densidad del volumen con respecto al radio al dilatarse con el sol cuando $r = 0.00025$ cm.**

$$V = \frac{10}{5}\pi r^2$$

$$V = \frac{5d(10\pi r^2) - (10\pi r^2)d(5)}{(5)^2}$$

$$V = \frac{5(10\pi 2r) - (10\pi r^2)(0)}{(25)}$$

$$V = \frac{100\pi r}{9}$$

$$V = \frac{100\pi r}{1}$$

$$V = 10\pi r$$

EVALUACIÓN

$$r = 0.00025 \text{ cm}$$

$$CV = 10\pi r$$

$$CV = 10\pi(0.00025 \text{ cm})$$

$$CV = 10(3.14)(0.00025 \text{ cm})$$

$$CV = 31.4(0.00025 \text{ cm})$$

$$CV = 0.00000019625 \text{ cm}$$