

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- a) [1 punto]** Sea  $g(x) = \frac{m \cdot x^3}{(x-n)^2}$  para  $x \neq n$ . Hallar  $m, n$  sabiendo que la recta  $y = 2x - 4$  es una asíntota de la gráfica de  $g(x)$ .

**b) [1,5 puntos]** Aplica el Teorema de Bolzano para demostrar que existe al menos un punto de corte entre las gráficas de  $g(x) = e^x$  y  $h(x) = -x$  en el intervalo  $[-1, 0]$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Estudia la continuidad en los puntos  $x=0$ ,  $x=1$  y  $x=5$ . Si la función no es continua en esos puntos, indica el tipo de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} & \text{si } -3 < x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{e^{(x-1)} - 1}{x^2 - 1} & \text{si } 1 < x \leq 5 \end{cases}$$

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(2x) + (1-x)^2 - 1}{\ln(\cos(x))}$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Realiza un boceto de la función  $f(x) = \left| \frac{1}{x-1} \right|$  y justifica razonadamente por qué no admite inversa en el dominio  $[0, 2] - \{1\}$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea la función definida por  $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ , para  $x \neq -1, x \neq 2$ .

- a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función.  
b) [1 punto] Estudia la posición relativa de la función respecto de su asíntota horizontal.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Determina el valor de  $a$  para que el siguiente límite sea igual al número  $e$ .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{a \cdot x}$$

**Ejercicio 3.- a) [1 punto]** Calcula la recta tangente a  $f(x) = (x-1)e^{1-x^2}$  en  $x=2$ .

b) [1,5 puntos] Obtener las asíntotas oblicuas de  $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ .

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Realiza un boceto de la función  $f(x) = \left| \frac{1}{x-1} \right|$  y justifica razonadamente por qué no admite inversa en el dominio  $[0, 2] - \{1\}$ .