

I denna kurs är det ändå främst CAS som är mest fruktsamt att använda. Själva kommandon går oftast att även köra i standardläget.

|                               |   |                                       |  |   |
|-------------------------------|---|---------------------------------------|--|---|
| <b>Derivera och integrera</b> | Definiera ursprungliga funktionen först med $f(x):=$<br>Och sedan                   | 1<br><input checked="" type="radio"/> | $f(x):=x^2+7$<br>$\rightarrow f(x) := x^2 + 7$         | Namnge gärna resultatet om du vill använda funktionen senare:<br>$g(x):=Integral(f)$                            |
|                               | $f'(x)$ ger derivata som funktion<br>$f''(x)$ ger andraderviatan                    | 2<br><input type="radio"/>            | $f'(x)$<br>$\rightarrow 2x$                            | Beräkna integral $\neq$ Beräkna area<br>För att beräkna area använd beloppet av x:<br>$Integral(abs(f(x)),1,5)$ |
|                               | <b>Integral(f(x))</b> ger primitiv funktion med +c i CAS och utan +c i standardläge | 3<br><input type="radio"/>            | Integral(f)<br>$\rightarrow \frac{1}{3}x^3 + 7x + c_1$ | För att beräkna area mellan två funktioner:<br>$IntegralMellan(f,g,1,5)$  |
|                               | Beräknar derivatans värde för $x=3$   | 4<br><input type="radio"/>            | $f'(3)$<br>$\rightarrow 6$                             |   |
|                               | Beräknar bestämda integralen från 1 till 5  | 5<br><input type="radio"/>            | Integral(f, 1, 5)<br>$\rightarrow \frac{208}{3}$       |   |
| <b>Gränsvärde</b>             | Gränsvärde(f,3)<br>Högergränsvärde<br>Vänstergränsvärde                             |                                       |  |   |

|   |  |   |                                      |
|---|--|---|--------------------------------------|
| <p><b>Hitta nollställen, extremum</b></p> <p><b>Rot()</b></p> <p><b>Extrempunkt()</b></p> <p><b>inflexion</b></p> <p><b>Inflexionspunkt()</b></p> |  | <p>1 <math>f(x) := (x-1)(x-2)(x+3)</math><br/> <input checked="" type="radio"/> <math>\rightarrow f(x) := x^3 - 7x + 6</math></p> <p>2 Rot(f)<br/> <input type="radio"/> <math>\rightarrow \{x = -3, x = 1, x = 2\}</math></p> <p>3 Extrempunkt(f)<br/> <input type="radio"/> <math>\rightarrow \left\{ \left( -\frac{\sqrt{21}}{3}, \frac{14\sqrt{21} + 54}{9} \right), \left( \frac{\sqrt{21}}{3}, \frac{-14\sqrt{21} + 54}{9} \right) \right\}</math></p> <p>4 Inflexionspunkt(f)<br/> <input type="radio"/> <math>\rightarrow \{(0, 6)\}</math></p> |                                      |
| <p><b>Rita en tangent i en given punkt</b></p>  | <p><b>Tangent(3,g)</b><br/> ritar tangenten till funktionen g där x är 3 och anger dess ekvation</p> | <p>3 <math>g(x) := x^2</math><br/> <input checked="" type="radio"/> <math>\rightarrow g(x) := x^2</math></p> <p>4 Tangent(3, g)<br/> <input type="radio"/> <math>\rightarrow y = 6x - 9</math></p>  |                                      |
| <p><b>Några exempel</b></p>   | <p>Bestäm konstanten c så att <math>f(x) = x^2 + c</math> går igenom punkten (1,7)</p>               | <p>1 <math>f(x) := x^2 + c</math><br/> <input checked="" type="radio"/> <math>\rightarrow f(x) := x^2 + c</math></p> <p>2 <math>f(1) = 7</math><br/> <input type="radio"/> Lös: <math>\{c = 6\}</math></p>  | <p>Klicka på <b>Lös</b> på rad 2</p> |

|   |  |   |   |  |                                    |  |                                      |
|---|--|---|---|--|------------------------------------|--|--------------------------------------|
|   | <p>Bestäm för vilket/vilka värde av x funktionen <math>f(x) = x^2 + 6x</math> antar värdet 7</p>               | <table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="992 167 1115 371"> <p>1<br/><input checked="" type="radio"/></p> </td> <td data-bbox="1115 167 1641 371"> <p><math>f(x) := x^2 + 6x</math><br/><math>\rightarrow f(x) := x^2 + 6x</math></p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="992 371 1115 571"> <p>2<br/><input type="radio"/></p> </td> <td data-bbox="1115 371 1641 571"> <p><math>f(x) = 7</math><br/>Lös: <math>\{x = -7, x = 1\}</math></p> </td> </tr> </tbody> </table>                 | <p>1<br/><input checked="" type="radio"/></p> | <p><math>f(x) := x^2 + 6x</math><br/><math>\rightarrow f(x) := x^2 + 6x</math></p> | <p>2<br/><input type="radio"/></p> | <p><math>f(x) = 7</math><br/>Lös: <math>\{x = -7, x = 1\}</math></p>               | <p>Klicka på <b>lös</b> på rad 2</p> |
| <p>1<br/><input checked="" type="radio"/></p> | <p><math>f(x) := x^2 + 6x</math><br/><math>\rightarrow f(x) := x^2 + 6x</math></p>                             |   |   |  |                                    |  |                                      |
| <p>2<br/><input type="radio"/></p>            | <p><math>f(x) = 7</math><br/>Lös: <math>\{x = -7, x = 1\}</math></p>   |   |   |  |                                    |  |                                      |
|   | <p>Bestäm för vilket/vilka värde av x funktionen <math>f(x) = x^2 + 6x</math> har riktningskoefficienten 7</p> | <table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="992 584 1115 794"> <p>1<br/><input checked="" type="radio"/></p> </td> <td data-bbox="1115 584 1641 794"> <p><math>f(x) := x^2 + 6x</math><br/><math>\rightarrow f(x) := x^2 + 6x</math></p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="992 794 1115 1062"> <p>2<br/><input type="radio"/></p> </td> <td data-bbox="1115 794 1641 1062"> <p><math>f'(x) = 7</math><br/>Lös: <math>\left\{x = \frac{1}{2}\right\}</math></p> </td> </tr> </tbody> </table> | <p>1<br/><input checked="" type="radio"/></p> | <p><math>f(x) := x^2 + 6x</math><br/><math>\rightarrow f(x) := x^2 + 6x</math></p> | <p>2<br/><input type="radio"/></p> | <p><math>f'(x) = 7</math><br/>Lös: <math>\left\{x = \frac{1}{2}\right\}</math></p> | <p>Observera <b>f prim</b> av x</p>  |
| <p>1<br/><input checked="" type="radio"/></p> | <p><math>f(x) := x^2 + 6x</math><br/><math>\rightarrow f(x) := x^2 + 6x</math></p>                             |   |   |  |                                    |  |                                      |
| <p>2<br/><input type="radio"/></p>            | <p><math>f'(x) = 7</math><br/>Lös: <math>\left\{x = \frac{1}{2}\right\}</math></p>                             |   |   |  |                                    |  |                                      |

Bestäm funktionen så att  $f(x) = ax^2 + bx$   
går igenom punkterna (1,5) och (2,7)

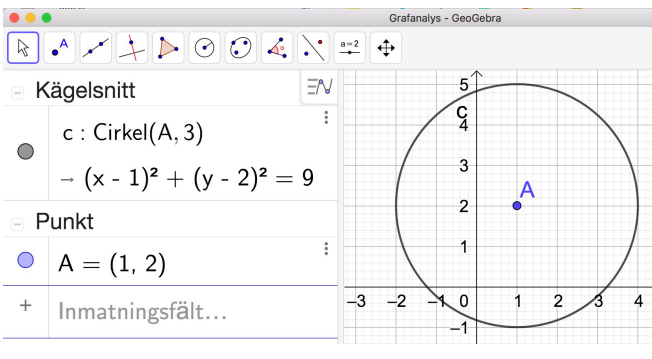
|   |   |  |
|---|---|--|
| 1 | $f(x) := ax^2 + bx$<br>$\rightarrow \mathbf{f(x) := ax^2 + bx}$   | Definiera funktionen (kom ihåg mellanrum!)                       |
| 2 | $f(1) = 5$<br>$\rightarrow \mathbf{a + b = 5}$  | Skriv in ena punkten, klicka beräkna                             |
| 3 | $f(2) = 7$<br>$\rightarrow \mathbf{4a + 2b = 7}$  | Skriv in andra punkten, klicka beräkna                           |
| 4 | $\{ \$2, \$3 \}$<br>Lös: $\left\{ \left\{ \mathbf{a = -\frac{3}{2}}, \mathbf{b = \frac{13}{2}} \right\} \right\}$ | Markera raderna 2 och 3 och klicka på Lös                        |
| 5 | $g(x) := \text{Substituera}(\$1, \$4)$<br>$\rightarrow \mathbf{g(x) := -\frac{3}{2}x^2 + \frac{13}{2}x}$          | Skriv Substituera(raden med uttrycket, raden med variabelvärden) |

|   |  |   |   |   |   |   |  |  |  |
|---|--|---|---|---|---|---|--|--|--|
|   | <p>Bestäm ett tredjegradspolynom med nollställen <math>x_1 = 3</math> <math>x_{2,3} = -1</math> och skär y-axeln i <math>y=6</math></p>  | <table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="994 162 1084 314">1</td> <td data-bbox="1084 162 1637 314"> <math>f(x) := k \cdot (x-3)(x+1)^2</math><br/> <math>\rightarrow f(x) := k (x+1)^2 (x-3)</math> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="994 314 1084 466">2</td> <td data-bbox="1084 314 1637 466"> <math>f(0) = 6</math><br/> Lös: <math>\{k = -2\}</math> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="994 466 1084 617">3</td> <td data-bbox="1084 466 1637 617"> <math>g(x) := \text{Substituera}(1, 2)</math><br/> <math>\rightarrow g(x) := -2 (x+1)^2 (x-3)</math> </td> </tr> </tbody> </table> | 1 | $f(x) := k \cdot (x-3)(x+1)^2$<br>$\rightarrow f(x) := k (x+1)^2 (x-3)$ | 2 | $f(0) = 6$<br>Lös: $\{k = -2\}$   | 3  | $g(x) := \text{Substituera}(1, 2)$<br>$\rightarrow g(x) := -2 (x+1)^2 (x-3)$ |  |
| 1 | $f(x) := k \cdot (x-3)(x+1)^2$<br>$\rightarrow f(x) := k (x+1)^2 (x-3)$  |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 2 | $f(0) = 6$<br>Lös: $\{k = -2\}$  |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 3 | $g(x) := \text{Substituera}(1, 2)$<br>$\rightarrow g(x) := -2 (x+1)^2 (x-3)$   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   | <p>Bestäm <math>a</math> så att integral av <math>f(x) = x^2</math> från 1 till <math>a</math> är lika med 7</p>   | <table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="994 641 1084 825">1</td> <td data-bbox="1084 641 1637 825"> <math>f(x) := x^2</math><br/> <math>\rightarrow f(x) := x^2</math> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="994 825 1084 1032">2</td> <td data-bbox="1084 825 1637 1032"> <math>\text{Lös}(\text{Integral}(f, 1, a) = 7, a)</math><br/> <math>\rightarrow \{a = \sqrt[3]{22}\}</math> </td> </tr> </tbody> </table>   | 1 | $f(x) := x^2$<br>$\rightarrow f(x) := x^2$                              | 2 | $\text{Lös}(\text{Integral}(f, 1, a) = 7, a)$<br>$\rightarrow \{a = \sqrt[3]{22}\}$ | <p>Skriv lös(ekvation, variabel) för att lösa med avseende på <math>a</math></p> |  |  |
| 1 | $f(x) := x^2$<br>$\rightarrow f(x) := x^2$   |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 2 | $\text{Lös}(\text{Integral}(f, 1, a) = 7, a)$<br>$\rightarrow \{a = \sqrt[3]{22}\}$  |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   | <p>Bestäm primitiv funktion till <math>f(x) = x^2</math> som går igenom punkten <math>(0,5)</math><br/> Bestäm först <math>\text{integral}(f)</math> sedan bestäm konstanten</p> | <table border="1"> <tbody> <tr> <td data-bbox="994 1048 1084 1144">1</td> <td data-bbox="1084 1048 1637 1144"> <math>f(x) := x^2</math><br/> <math>\rightarrow f(x) := x^2</math> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="994 1144 1084 1287">2</td> <td data-bbox="1084 1144 1637 1287"> <math>g(x) := \int f \, dx</math><br/> <math>\rightarrow g(x) := \frac{1}{3} x^3 + c_1</math> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="994 1287 1084 1375">3</td> <td data-bbox="1084 1287 1637 1375"> <math>g(0) = 5</math><br/> Lös: <math>\{c_1 = 5\}</math> </td> </tr> </tbody> </table>                        | 1 | $f(x) := x^2$<br>$\rightarrow f(x) := x^2$                              | 2 | $g(x) := \int f \, dx$<br>$\rightarrow g(x) := \frac{1}{3} x^3 + c_1$               | 3  | $g(0) = 5$<br>Lös: $\{c_1 = 5\}$   |  |
| 1 | $f(x) := x^2$<br>$\rightarrow f(x) := x^2$   |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 2 | $g(x) := \int f \, dx$<br>$\rightarrow g(x) := \frac{1}{3} x^3 + c_1$  |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 3 | $g(0) = 5$<br>Lös: $\{c_1 = 5\}$   |   |   |   |   |   |  |  |  |

Bestäm en tredjegradsfunktion som har en max i (1,3) och en min i (4,-5)

|   |  |
|---|--|
| 1 | $\rightarrow f(x) := ax^3 + bx^2 + cx + d$   |
| 2 | $f(1)=3$<br>$\rightarrow a + b + c + d = 3$  |
| 3 | $f'(1)=0$<br>$\rightarrow 3a + 2b + c = 0$   |
| 4 | $f''(1)<0$<br>$\rightarrow 0 > 6a + 2b$  |
| 5 | $f(4)=-5$<br>$\rightarrow 64a + 16b + 4c + d = -5$   |
| 6 | $f'(4)=0$<br>$\rightarrow 48a + 8b + c = 0$  |
| 7 | $f''(4)>0$<br>$\rightarrow 24a + 2b > 0$   |
| 8 | {\$2, \$3, \$4, \$5, \$6, \$7}<br>Lös: $\left\{ \left\{ a = \frac{16}{27}, b = -\frac{40}{9}, c = \frac{64}{9}, d = -\frac{7}{27} \right\} \right\}$ |
| 9 | Substituera(\$1,\$8)<br>$\rightarrow \frac{16}{27}x^3 - \frac{40}{9}x^2 + \frac{64}{9}x - \frac{7}{27}$  |

Skriv in alla samband som ekvationer eller olikheter och sedan markera raderna och klicka på lös

|                                     |   |   |  |
|-------------------------------------|---|---|--|
| <p><b>3c: Trigonometri</b></p>      | <p>sin <math>x</math> antar att <math>x</math> är i radianer, förutsatt att radianer är förvalt</p> <p>sin <math>x^\circ</math> beräknar för grader</p> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>6 <math>\sin(30)</math><br/><math>\approx -0.99</math></p> <hr/> <p>7 <math>\sin(30^\circ)</math><br/><math>\approx 0.5</math></p> </div> |  |
|                                     | <p>Lösa trigekvationer allmänt</p>  | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>8 Lös(<math>\sin(x^\circ)=0.5</math>)<br/><math>\approx \{x = 360 k_1 + 30, x = 360 k_1 + 150\}</math></p> </div>                         |  |
| <p><b>3c: cirkels ekvation</b></p>  | <p>I standardläge: skriv ekvationen som den är eller använd verktyget cirkel med given radie eller skriv cirkel i inmatningsfältet.</p>                 |    |  |
| <p><b>3b: Linjär optimering</b></p> | <p><a href="http://visuellmatematik.se/node/175">http://visuellmatematik.se/node/175</a></p>  |   |  |