Triangles égaux

Pour les problèmes 1 à 4 le quadrillage est constitué de carrés de côté 1 cm.

Problème 1

- 1°) Les lignes du quadrillage partagent les angles BÂC et DÊF en deux parties.
 - a) Colorier celles qui sont égales de la même couleur.
 - b) De quelle couleur sont les deux autres angles du triangle DEF?
 - c) Expliquer alors pourquoi BÂC = DÊF = 90°.
- 2°) a) Justifier l'égalité des triangles ABC et DEF.
 - b) En déduire que BC = 5.
- 3°) Calculer l'aire commune de ces deux triangles.



Problème 2

- 1°) Sans aucun calcul, expliquer pourquoi les triangles GHI et JKL sont égaux.
- 2°) Calculer l'aire commune de ces deux triangles.

Problème 3

- 1°) Que valent les longueurs RP et RS ? Justifier.
- 2°) a) Que vaut la somme des angles α et β ? Expliquer.
 - b) Colorier en bleu les angles de type α , en rouge ceux de type β .
 - c) En déduire que le triangle PRS est rectangle en R.
- 3°) a) Montrer l'égalité des triangles MNO et PRS.
 - b) En déduire que OM = PS.

lettres grecques utilisées : $\alpha = alpha$, $\beta = b\hat{e}ta$



Problème 4

Les triangles TUW et XYZ sont-ils égaux ? Justifier.

Problème 5

- 1°) a) Construire le triangle EST équilatéral de côté 6 cm. Placer le point Y milieu du segment [ET].
 - b) Construire le triangle OUI tel que $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{6}$ cm, $\overrightarrow{UIO} = 60^{\circ}$ et $\overrightarrow{IOU} = 30^{\circ}$.
- 2°) Démontrer que les triangles YES et OUI sont égaux.

Problème 6

L'unité est le centimètre.

Construire le triangle ABC tel que AB = 8, AC = 3 et BÂC = 60°. Construire le triangle DEF tel que DE = 8. EF = 3 et DF = 7.

L'objectif est de montrer que ces deux triangles sont égaux.

- 1°) Placer le point M milieu du segment [AB] et le point H sur le demi-droite [AC) tel que AH = 4.
- 2°) a) Quelle est la mesure des angles du triangle AMH? Expliquer.
 - b) En déduire que HM = 4.
- 3°) a) Calculer la mesure de chacun des angles du triangle MHB.
 - b) En déduire que le triangle ABH est rectangle en H.
- 4°) En utilisant le théorème de Pythagore, montrer que BH² = 48 puis que BC = 7.
- 5°) Conclure quant à l'égalité des triangles ABC et DEF.
- 6°) Calculer l'aire commune de ces deux triangles. Arrondir au dixième.

Problème 7

ABCD est un carré de côté 8 cm.

M est un point du segment [AB] et N celui de [BC] tel que BN = AM.

- 1°) Faire une figure en vraie grandeur.
- 2°) Expliquer pourquoi les triangles ABN et DAM sont égaux.
- 3°) Dans ces deux triangles colorier les angles aigus homologues de la même couleur et coder les angles droits.
- 4°) En déduire que les droites (AN) et (DM) sont perpendiculaires.

Problème 8

ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm.

- (d_I) est la perpendiculaire à [AB] passant par A,
- (d₂) la perpendiculaire à [BC] passant par B
- et (d_3) la perpendiculaire à [AC] passant par C.
- (d_1) et (d_2) se coupent en D, (d_2) et (d_3) en E et (d_1) et (d_3) en F.
- 1°) Faire une figure en vraie grandeur.
- 2°) Expliquer pourquoi les triangles ABD, BCE et ACF sont égaux.
- 3°) En déduire que le triangle DEF est lui aussi équilatéral.



Triangles égaux

problème 1

On montre que BC = 5 sans utiliser le théorème de Pythagore

problème 2

GI = JL d'après le problème 1

problème 3

RP = RS = 5 d'après le problème 1

problème 4

WU = XZ d'après le problème 3 seuls les calculs de WT et YZ nécessitent l'utilisation du théorème de Pythagore

problème 8

$$\hat{CAF} = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 60^{\circ} = 30^{\circ}$$
, etc.

Alain Rousseau, janvier 2019 rousseau.wallon@gmail.com