



Funciones Algebraicas y Trascendentes



Funciones Compuestas

Por: Ing. Ziad Najjar

Traducido por: Rodolfo Fernández de Lara Hadad

Nombre: América Jiménez Matrícula: A01570563 Grupo: 101

I. Para cada par de funciones, encuentra $h(x) = (f \circ g)(x)$ y $p(x) = (g \circ f)(x)$

a) $f(x) = x^2 - 5$ y $g(x) = \sqrt{x-1}$
 $h(x) = (f \circ g)$
 $h(x) = (\sqrt{x-1})^2 - 5$
 $h(x) = x - 1 - 5$
 $h(x) = x - 6$
 $p(x) = (g \circ f)$
 $p(x) = \sqrt{x^2 - 5 - 1}$
 $p(x) = \sqrt{x^2 - 6}$

b) $f(x) = (x+1)^2 - 5$ y $g(x) = x+3$
 $h(x) = (f \circ g)$
 $h(x) = (x+3+1)^2 - 5$
 $h(x) = x^2 + 8x + 16 - 5$
 $h(x) = x^2 + 8x + 11$
 $p(x) = (g \circ f)$
 $p(x) = (x+1)^2 - 5 + 3$
 $p(x) = x^2 + 2x + 1 - 5 + 3$
 $p(x) = x^2 + 2x - 1$

c) $f(x) = 1 - 3x^2$ y $g(x) = x^2$
 $h(x) = (f \circ g)$
 $h(x) = 1 - 3(x^2)^2$
 $h(x) = 1 - 3(x^4)$
 $h(x) = -3x^4 + 1$
 $p(x) = (g \circ f)$
 $p(x) = (1 - 3x^2)^2$
 $p(x) = 9x^4 - 6x^2 + 1$

d) $f(x) = x^6$ y $g(x) = \sqrt[3]{x^2+x}$
 $h(x) = (f \circ g)$
 $h(x) = (\sqrt[3]{x^2+x})^6$
 $h(x) = (x^2+x)^2$
 $h(x) = x^4 + 2x^3 + x^2$
 $p(x) = (g \circ f)$
 $p(x) = \sqrt[3]{(x^6)^2 + x^6}$
 $p(x) = \sqrt[3]{x^{12} + x^6}$

e) $f(x) = 1 - 3x^2$ y $g(x) = x^2$
 $h(x) = (f \circ g)$
 $h(x) = 1 - 3(x^2)^2$
 $h(x) = 1 - 3(x^4)$
 $h(x) = -3x^4 + 1$
 $p(x) = (g \circ f)$
 $p(x) = (1 - 3x^2)^2$
 $p(x) = 9x^4 - 6x^2 + 1$

f) $f(x) = \frac{2x}{x+7}$ y $g(x) = \frac{3}{x}$
 $h(x) = (f \circ g)$
 $h(x) = \frac{2(\frac{3}{x})}{\frac{3}{x} + 7}$
 $h(x) = \frac{6}{3+x}$
 $p(x) = (g \circ f)$
 $p(x) = \frac{3}{\frac{2x}{x+7}}$
 $p(x) = \frac{3(x+7)}{2x}$
 $p(x) = \frac{3x+21}{2x}$

II. Considera la función $P(x)$ como una composición de dos funciones $P(x) = (f \circ g)(x)$. Sugiere un par de funciones $f(x)$ y $g(x)$ de tal manera que $P(x) = (f \circ g)(x)$

a) $P(x) = \frac{4}{(x+3)^2}$
 $f(x) = \frac{4}{x^2}$ $g(x) = x+3$

b) $P(x) = (2x-1)^2 + 5$
 $f(x) = x^2 + 5$ $g(x) = 2x-1$

$$c) P(x) = \frac{5}{x+2} - |x+2|$$

$$f = \frac{5}{x} - |x| \quad g(x) = x+2$$

$$d) P(x) = \frac{x^2+7}{x^2+4}$$

$$f(x) = \frac{x+7}{x+4} \\ g(x) = x^2$$

III. Para cada par de funciones, evalúa lo que se pide:

$$a) f(x) = 3 - \frac{4}{x} \quad g(x) = 6 - \sqrt{x+1}$$

$$(f \circ g)(3) = 2$$

$$b) f(x) = |x^3 + 3| \quad g(x) = x + 10$$

$$(g \circ f)(-1) = 12$$

$$c) f(x) = (2x-5)^3 \quad g(x) = \frac{x-13}{2}$$

$$(g \circ f)(4) = 7$$

$$d) f(x) = \sqrt{x^3} \quad g(x) = 18 - \frac{x}{2}$$

$$(f \circ g)(4) = 64$$

$$e) f(x) = \frac{3}{x+4} \quad g(x) = 2 + x^2$$

$$g(f(2)) = \frac{9}{4}$$

$$f) f(x) = \frac{3}{x^2-21} \quad g(x) = 13-x$$

$$f(g(7)) = \frac{1}{5}$$

$$g) f(x) = \sqrt[3]{2x+9} \quad g(x) = x+1$$

$$f(g(35)) = 3$$

$$h) f(x) = -\sqrt{2x+5} \quad g(x) = \frac{x-5}{3}$$

$$f(g(-1)) = -3$$



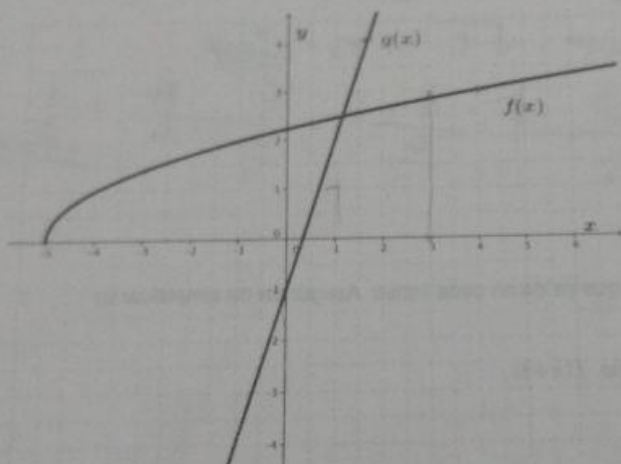
100

Evaluando funciones - Autoestudio 1

Por: Ing. Ziad Najer
Traducido por: Arg. Alejandra Valdez Ugaldé

Nombre: América Jiménez Matrícula: BU370562 Grupo: 101

I. A) De las siguientes gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$, evalúa lo siguiente:



a) $f(4) = y = 3$ ✓

b) $f(-1) = y = 2$ ✓

c) $g(-1) = y = 0$ ✓

d) $g(1) = y = -2$ ✓

e) $g(0) = y = -1$ ✓

B) Considera la gráfica anterior para encontrar lo siguiente:

i) el valor de x tal que $f(x) = g(x)$ $x = 1$ ✓

ii) el valor de x tal que $g(x) = 0$ $x = -1$ ✓

iii) el valor de x tal que $f(x) = 3$ $x = 4$ ✓

II. Dadas las siguientes funciones, evalúa lo que se pide en la tabla.

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = 5 - x^2$$

$$h(x) = -\sqrt{x+2}$$

| | | | |
|-------------------------|------------------------|---------------|------------------------|
| $f(-2) = -4 + 3 = -1$ ✓ | $f(\frac{5}{2}) = 8$ ✓ | $f(0) = +3$ ✓ | $f(7) = 17$ ✓ |
| $g(0) = 5$ ✓ | $g(\sqrt{5}) = 0$ ✓ | $g(-2) = 1$ ✓ | $g(1-1) = -1^2 = -1$ ✓ |

$$h(x) = -\sqrt{x+2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

| | | | |
|-------------|-------------|--|-------------|
| $h(-2) = 0$ | $h(2) = -2$ | $h\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{2}$ | $h(7) = -3$ |
|-------------|-------------|--|-------------|

III. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{2x+3}-7$, $g(x) = 3x^2$ y $h(x) = \frac{10-x}{x}$, evalúa lo siguiente:

a) $f(11) + g(1) = f(11) = \sqrt{2(11)+3}-7 + 3(1)^2 = \sqrt{22+3}-7+3 = 1$

b) $g(3) - h(-2) = 3(3)^2 - \frac{10-(-2)}{-2} = 27 - \left(\frac{12}{-2}\right) = 27 - (-6) = 27+6 = 33$

c) $f(-1) + g(1) = \sqrt{2(-1)+3}-7 + 3(1)^2 = \sqrt{-2+3}-7+3 = \sqrt{1}-7+3 = -3$

d) $\frac{f(39)}{h(4)} = \frac{\sqrt{2(39)+3}-7}{\frac{10-4}{4}} = \frac{\sqrt{81}-7}{\frac{6}{4}} = \frac{9-7}{\frac{6}{4}} = \frac{2}{\frac{6}{4}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

IV. Evalúa lo que se pide con la función que se da en cada inciso. Asegúrate de simplificar tu respuesta completamente.

a) Dada la función $f(x) = x^2 + 2x$, evalúa $f(x+1)$

$$f(x+1) = (x+1)^2 + 2(x+1)$$

$$= x^2 + 2x + 1 + 2x + 2$$

$$= x^2 + 4x + 3$$

b) Dada la función $f(x) = x^3 + x$, evalúa $f(x-2)$

$$f(x-2) = (x-2)^3 + (x-2)$$

$$= (x-2)(x-2)(x-2) + (x-2)$$

$$= x^3 - 4x^2 + 4x - 8 + x - 2 = x^3 - 4x^2 + 5x - 10$$

c) Dada la función $f(x) = x^2 - 1$, evalúa $f(2a)$

$$f(2a) = (2a)^2 - 1$$

$$= 4a^2 - 1$$

$$f(2a) = 4a^2 - 1$$

Quiz

Nombre: América Jiménez R. Matrícula: A01570563

1. Encuentra $(f \circ g)(x), (g \circ f)(x)$

$$f(x) = 2x + 1 \quad g(x) = x - 4$$

$$(f \circ g) = 2(x - 4) + 1 = 2x - 8 + 1 = 2x - 7$$

$$(g \circ f) = 2x + 1 - 4 = 2x - 3$$

100

2. Dado el siguiente par de funciones evalúa lo que se pide:

$$f(x) = x^2 - x; \quad g(x) = 4x - 1$$

$$(g \circ f) = 4(x^2 - x) - 1 = 4x^2 - 4x - 1$$

$$(g \circ f) = 4(3)^2 - 4(3) - 1 = 36 - 12 - 1 = 23$$

$$(g \circ f)(3) = (g \circ f) = 23$$

3. Encuentra la función inversa de $f(x)$ **algebraicamente**. Grafica $f(x)$ y su función inversa $f^{-1}(x)$ (en el mismo plano), además de mostrar claramente el eje de reflexión $y = x$.

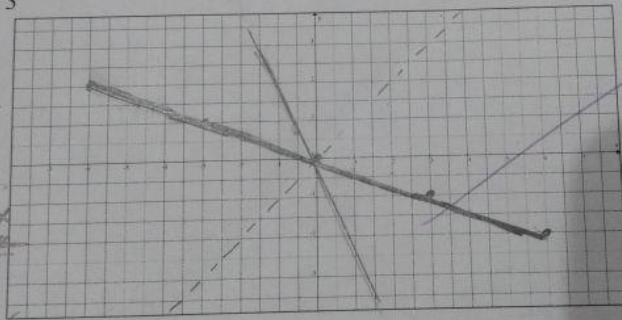
$$f(x) = -\frac{x}{3}$$

$$y = -\frac{x}{3}$$

$$x = -\frac{y}{3}$$

$$-3x = y$$

$$f^{-1}(x) = -3x$$



| x | y |
|----|----|
| -6 | 2 |
| -3 | 1 |
| 0 | 0 |
| 3 | -1 |
| 6 | -2 |

4. Verifica que las funciones f y g son inversas una de la otra, demostrando que $f(g(x)) = x$ y $g(f(x)) = x$

$$f(x) = 3x + 4; \quad g(x) = \frac{1}{3}(x - 4)$$

$$f(g(x)) = 3\left(\frac{1}{3}(x - 4)\right) + 4 = 3\left(\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) + 4 = x - 4 + 4 = x$$

$$g(f(x)) = \frac{1}{3}(3x + 4 - 4) = \frac{1}{3}(3x) = x$$

son inversas