Hoja de trabajo 1

Guia de lectura

2.1.1

2.1.1 Ecuación diferencial ordinaria (EDO) de primer orden

la máxima derivada en la ecuación es la 1ra derivada.

$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ → En general es una ecuación en donde aparezca una derivada igualada a una función cualequiera que dependa en general de las dos variables que está relacionando la derivada.

Un problema de valor inicial (PVI): $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$

Es un modelo matemático típico aplicado a una situación real, que consiste en una EDO anudada con una condición inicial $y(x_0) = y_0$.

Resolver $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ que satisfaga que una curva de la familia de soluciones pase por el punto (x_0, y_0) esto es $y(x_0) = y_0$

$y(x)$

$y(x)$ es aquella curva que pasa por el punto (x_0, y_0) y tiene por recta tangente una recta con pendiente $f(x_0, y_0)$.

2.1.2

2.2.2

• Solución general = Es una EDO de primer orden que involucra una constante arbitraria C, en donde cada selección de C es una solución de la EDO planteada.

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$dy = 2x\,dx$$

$$y(x) = \int 2x\,dx$$

$$y(x) = 2\frac{x^2}{2} + C = x^2 + C$$

• Solución particular = Es una EDO con un P.V.I $y(x_0)=y_0$ en el cual se puede obtener el valor de C.

Si tenemos que $y(0)=0$ entonces:

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$dy = 2x\,dx$$

$$y(x) = \int 2x\,dx$$

$$y(0) = x^2 + C$$

$$0 = C$$

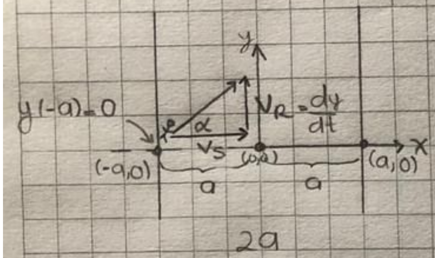
• Solución singular = Es aquella solución de la EDO $dy/dx = f(x,y)$ con $y(x_0)=y_0$ que no puede obtenerse a partir de la familia monoparamétrica de las soluciones $g(x,y)=k$, esto es, la solución singular no está incluida en una solución general de la forma $g(x,y)=k$

• Solución implícita = Cuando una solución general queda expresada en la forma $g(x,y)=K$

2.1.3

2.1.3 Problema del nadador

¿Por qué $\tan \alpha = dy/dx$?



V_R = Velocidad del río (velocidad en el eje y, por lo que $V_R = dy/dt$).

V_S = Velocidad del nadador (velocidad en el eje x, por lo tanto $V_S = dx/dt$).

Modelo de fluidos:

$$V_R = V_0\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$$

V_0 = Velocidad máxima del río. ó velocidad central.

→ ahora tenemos que

$$\tan \alpha = \frac{V_R}{V_S} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

y suponiendo que $y = y(x)$ y $x = x(t)$ por regla de la cadena tenemos:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

Por lo tanto:

$$\tan\alpha = \frac{V_R}{V_S} = \frac{\frac{dy}{dx} \cdot \cancel{\frac{dx}{dt}}}{\cancel{\frac{dx}{dt}}} = \frac{dy}{dx}$$ //

2.1.4

2.1.4

Una ecuación diferencial ordinaria de orden n es una ecuación de la forma $F(x, y, y', y'', \ldots y^{(n)}) = 0$ que involucra la variable independiente x con la variable dependiente y y sus n= primeras derivadas, el P.V.I se ve de la forma

$$y(x_0)=y_0,\ y'(x_0)=y'_0,\ \ldots\ y^{(n)}(x_0)=y_0^{(n)} \quad \text{P.V.}$$

condiciones que permiten obtener lan n constantes que forman la familia n- parametrica de soluciones

Para estos hay metodos de solución más complejos o avanzados.

- Variacion de parametros
- Transformadas de Laplace, entre otras.