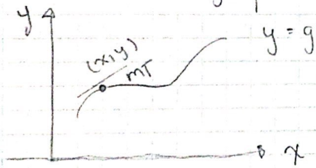
Sofia Osorio Echeverry

Ejercicios 1.1

la pendiente de la gráfica es la pendiente de la recta tangente

la pendiend recta tan = derivada de la función de la curva que quiero hallar respecto a x

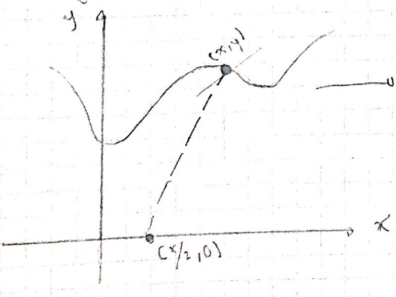
27. la pendiente de la gráfica de g en el punto (x,y) es la suma de x y y.



$$m_T \frac{dy}{dx} = x+y$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = x+y$$

28. Lo Linea (recta) tangente a la gráfica de g en el punto (x,y) corta el eje de las x en el punto $(x/2, 0)$



puedo sacar la pendiente de la recta resta de las coordenadas

$$m_T = \frac{dy}{dx} = \frac{y-0}{x-\frac{x}{2}} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{\frac{x}{2}} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

→ resolvemos la Ecuación Dif. primer orden

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

$$dy = \frac{2y}{x} \cdot dx$$

$$\rightarrow \frac{dy}{2y} = \frac{1}{x} \cdot dx$$

$$\int \frac{dy}{2y} = \int \frac{1}{x} \cdot dx$$

$$\int \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y}\, dy = \int \frac{1}{x}\, dx$$

$$= \frac{1}{2} \ln y = \ln x + c$$

$$= \ln y = 2 \ln x + 2c$$

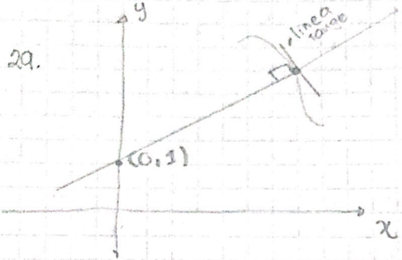
$$\ln y = \ln x^2 + c_2$$

$$e^{\ln y} = e^{\ln x^2 + c_2} = e^{\ln x^2} \cdot e^{c_2}$$

$$y = mx^2$$

- La familia de parabolas con vertice $(c,0)$ son las curvas que satisfacen que la linea tangente en un punto (x,y) arbitrario, interseca el eje x en el punto $(x/2, 0)$

29.



recta normal (ortogonal) a la curva $y = g(x)$ en $P(x,y)$

$y = g(x)$

m Lin normal $\cdot$ m Lin tangente $= -1$

$$\frac{y-1}{x-0} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$$

$$\to \frac{y-1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{1-x}$$

$$dy = \frac{x}{(1-y)}\, dx$$

$$\to \int (1-y)\, dy = \int x\, dx$$

$$y - \frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + c$$

(Mult. 2) $2y - y^2 = x^2 + k$ $\quad (k = 2c)$

$$\to 0 = x^2 + y^2 - 2y + k \longrightarrow (\text{mitad})^2$$

$$\to 0 = x^2 + y^2 - \overbrace{2y + 1} - 1 + k$$

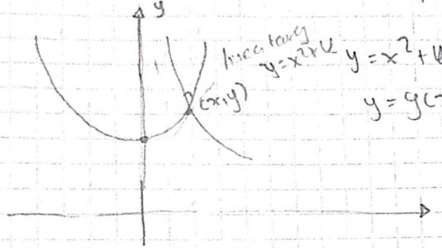
$$0 = x^2 + (y-1)^2 - 1 + k$$

$$1 - k = x^2 + (y-1)^2$$

$$x^2 + (y-1)^2 = 1 - k$$

Círculos de radio $\sqrt{1-k}$ si $k < 1$

30. la gráfica de g es Normal (ortogonal) a toda curva de la forma $y = x^2 + k$ (siendo k constante) en el punto donde se encuentran.



$y = x^2 + k$

$y = g(x)$) ortogonales

$y = x^2 + k$
parabola

no conocemos la gráfica de g
curva función

→ En el punto (x,y) donde se intersecan

$$m_T \cdot M_{orto} = -1$$

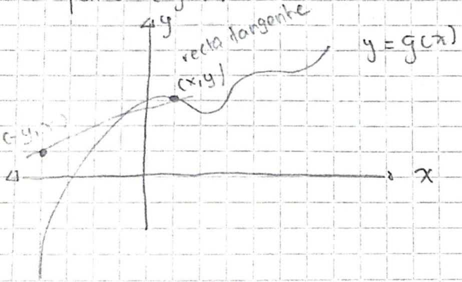
$$\frac{dy}{dx} \cdot 2x = -1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2x}$$

$$\int dy = \int -\frac{1}{2x} \rightarrow \int 1\, dy = \int -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x}\, dx$$

$$y = -\frac{1}{2} \ln x + C$$

31. La línea tangente a la gráfica de g en (x, y) pasa a través del punto $(-y, x)$



$$m_T = \frac{dy}{dx} = \frac{y - x}{x - (-y)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - x}{x + y}$$