¿IGLÚ, TIPI O CASITA EN LA SIERRA?

https://www.geogebra.org/m/mhpydfry

Samuel Cortés García
s.cortesgarcia@edu.gva.es
IES Puçol, (Valencia) ESPAÑA

Resumen

¿Qué construcción es más eficiente energéticamente, un iglú o una tienda tipi? Si pudiéramos construir ambos con el mismo material, ¿cambiaría algo? Es decir, ¿la forma de los edificios afecta a su eficiencia energética? En esta comunicación se presenta una situación de aprendizaje basada en estas cuestiones.

Se define la compacidad de un edificio como la relación entre la superficie envolvente y el volumen que ésta encierra. Esto nos proporciona una excusa perfecta para desarrollar y aplicar parte de la Geometría de la educación secundaria, ya que nos plantea la necesidad de calcular superficies y volúmenes de todo tipo de figuras planas y cuerpos tridimensionales.

Proponemos una serie de construcciones GGB que ayudarán a visualizar y comprender las propiedades básicas del cálculo de superficies y volúmenes de prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Además, presentamos una serie de problemas para aplicar muchos de los saberes básicos del sentido espacial de las matemáticas, en los que se pide el cálculo de la compacidad de diferentes casas, edificios, viviendas unifamiliares, pareados, adosados, iglús, tiendas tipi y otros. GeoGebra nos brinda una oportunidad para llevar a cabo este proyecto, que por otro lado resultaría imposible realizar con una pizarra clásica y fotocopias.

Introducción.

En esta comunicación se presenta una situación de aprendizaje preparada para desarrollar en tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria (14-15 años). En ella trabajaremos fundamentalmente saberes básicos del bloque de geometría. El objetivo final es calcular áreas y volúmenes de todo tipo de figuras y cuerpos. El contexto en que se plantea, es la construcción de viviendas, modelizadas como cuerpos geométricos compuestos por prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Pero, ¿por qué calcular el volumen de una vivienda? ¿por qué calcular su superficie? Para la segunda pregunta, podemos encontrar diferentes respuestas: saber cuántos litros de pintura o azulejos necesitamos para las paredes, cuantas tejas para el tejado, cuánto parqué para el suelo…y respecto al volumen, esté nos hará falta para elegir el aparato de aire acondicionado adecuado. Sin embargo, lo que proponemos calcular es la compacidad de diferentes tipos de edificios. Según el Código Técnico de la Edificación, *la Compacidad de un edificio establece la relación entre el volumen encerrado por la envolvente y la superficie de esta (V/A)* $(m^3/m^2 = m)$. *Se trata de una característica fundamental de la "forma" del edificio. Si tenemos en cuenta que los flujos de calor entre el interior del* *edificio y el exterior se realiza a través de su piel, esta relación es determinante a la hora de evaluar su comportamiento.*

Esta característica nos proporciona una necesidad (cálculo de áreas y volúmenes) y una excusa perfecta para analizar las propiedades de diferentes cuerpos que modelizan diferentes tipos de construcciones.

(Applets compartidos en el libro GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/mhpydfry)

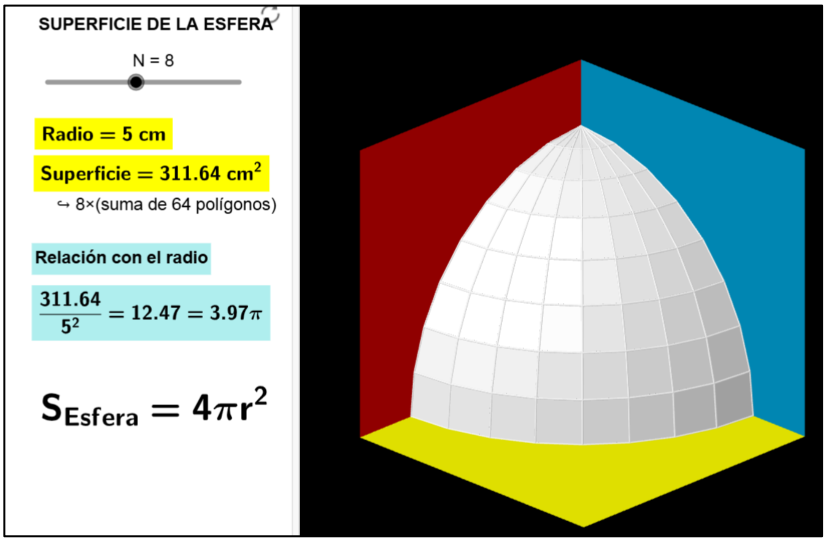
Cálculo de áreas y volúmenes.

En esta primera parte de la situación de aprendizaje estudiaremos las propiedades relativas al cálculo de áreas de figuras planas y de volúmenes de cuerpos.

Tradicionalmente, el tipo de problemas que se realizaban en la escuela sobre cálculo de áreas y volúmenes consistían en sustituir ciertos datos en la fórmula adecuada (base por altura partido por dos, perímetro por apotema…) resultando ejercicios memorísticos para recordar todas las fórmulas, y algebraicos para calcular el valor numérico de una expresión algebraica. Pero… ¿eran problemas de geometría? Afortunadamente, la enseñanza de la geometría ha ido evolucionando hacia una práctica docente basada en la comprensión (de algunas de las citadas fórmulas) y sobre todo en el uso de estrategias para la resolución de problemas geométricos como la descomposición de figuras complejas en otras simples, movimientos en el plano, simetrías...

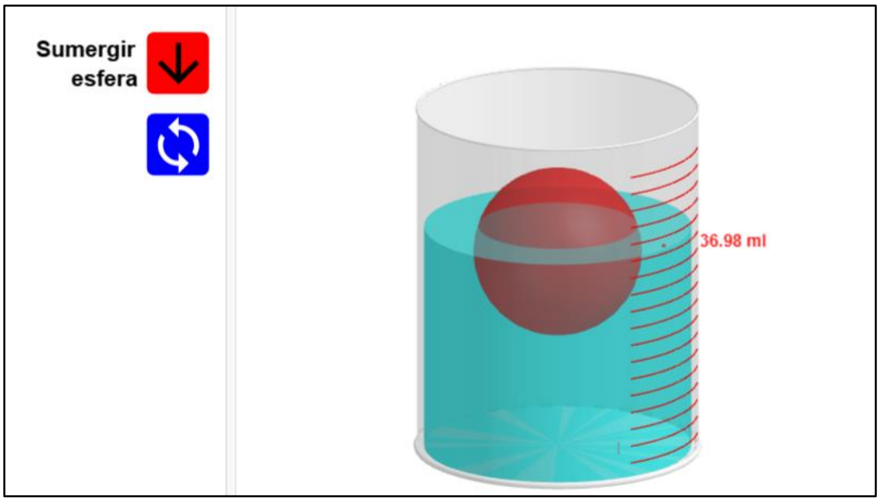
Utilizaremos algunas construcciones GGB para visualizar y deducir propiedades:

- Área del círculo (https://www.geogebra.org/m/zve7jvhv)
- Superficie de una esfera (https://www.geogebra.org/m/hccrqw6u)



Detalle del applet *Superficie de la esfera*.

- Superficie del cilindro (https://www.geogebra.org/m/tg77km8g)
- Volumen de un prisma oblicuo (https://www.geogebra.org/m/fs9fbrru)
- Volumen de una pirámide (https://www.geogebra.org/m/ctxxt9ur)
- Volumen de un cono (https://www.geogebra.org/m/gpvd6x72)
- Volumen de una esfera (https://www.geogebra.org/m/gqgjx7uk)



Detalle del applet: *Volumen de la esfera*

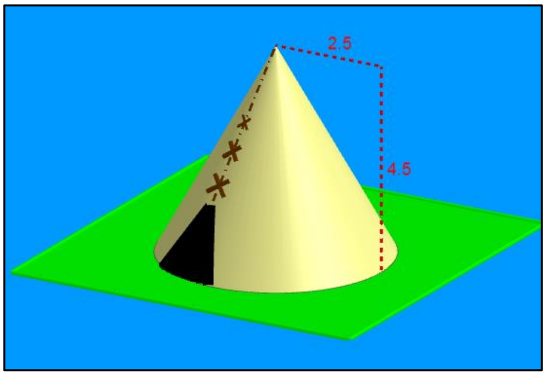
El uso de la vista Gráficas 3D de GeoGebra es un importante avance hacia el logro de estudiar la geometría espacial con el alumnado. La facilidad con la que podemos girar los cuerpos, junto con las características de la geometría dinámica hace que la pantalla plana sobre la que proyectamos, o las pantallas de los portátiles o tabletas del alumnado hagan trascender una visión espacial que a muchas personas les cuesta mucho desarrollar.

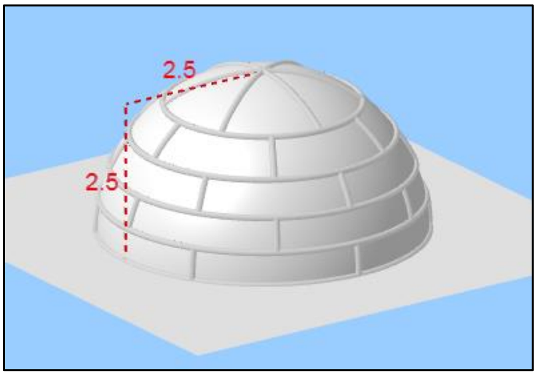
Se hace un especial hincapié en las propiedades relativas al círculo o la esfera, ya que en nuestra época de estudiantes la primera vez que se nos mostró alguna explicación sobre expresiones como πr^2 ó $\frac{4}{3}\pi r^3$ fue mediante cálculo integral. Algunos de los applets que se presentan convertirán el aula de matemáticas en el laboratorio del mismísimo Arquímedes.

Por lo tanto, en esta primera parte mostraremos metodologías para que el alumnado pueda observar, conjeturar, deducir, experimentar y comprobar propiedades, intentando promover un aprendizaje más significativo que el que se alcanza simplemente facilitando un listado de fórmulas.

Eficiencia energética de una construcción.

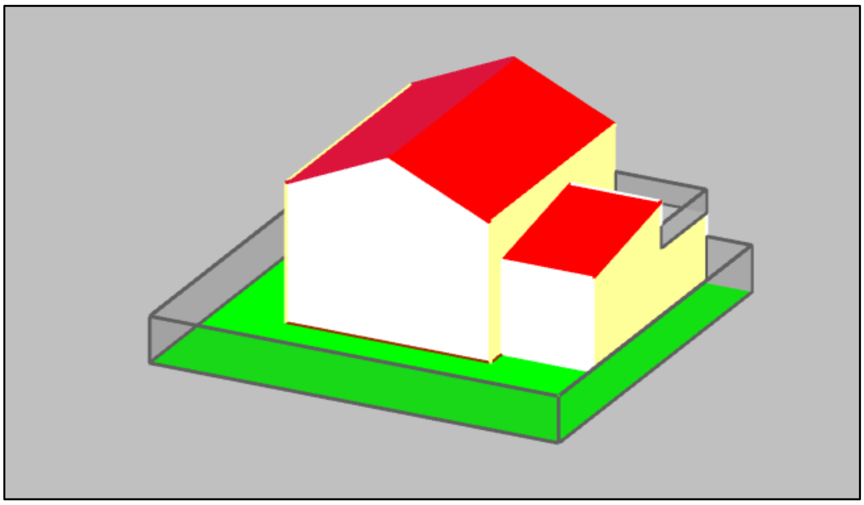
Es en esta segunda parte, cuando aplicaremos lo aprendido anteriormente en el estudio de la compacidad de diferentes construcciones. Empezando con construcciones muy sencillas que se modelizan con cuerpos elementales podemos plantear por ejemplo, si un iglú es más eficiente energéticamente hablando que un tipi, calculando en ambos casos su superficie envolvente y su volumen, y obteniendo finalmente esa relación entre ambos, llamada compacidad.





https://www.geogebra.org/m/ggzkeknf https://www.geogebra.org/m/cjy4pjn5

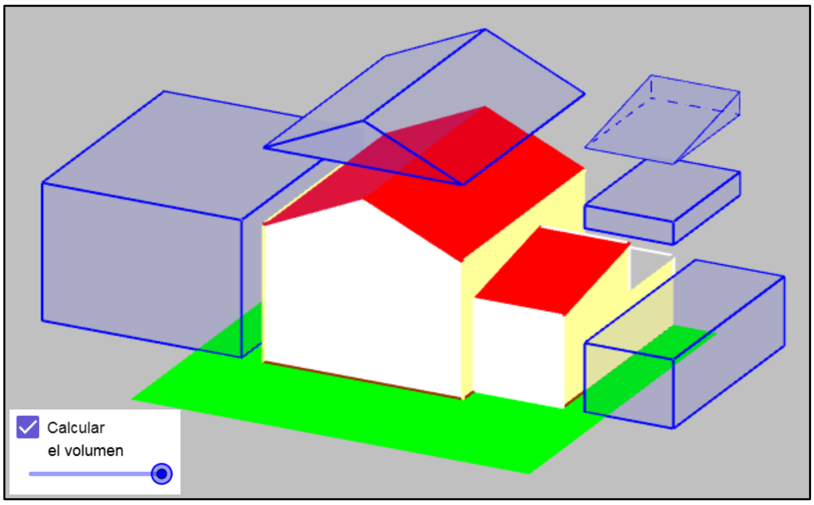
A continuación, se plantea el mismo problema, pero para construcciones que combinan diferentes cuerpos. Por ejemplo, se plantea el cálculo de la compacidad de una vivienda unifamiliar como esta: (https://www.geogebra.org/m/zjaw9afe)



Detalle del applet: *Vivienda unifamiliar*

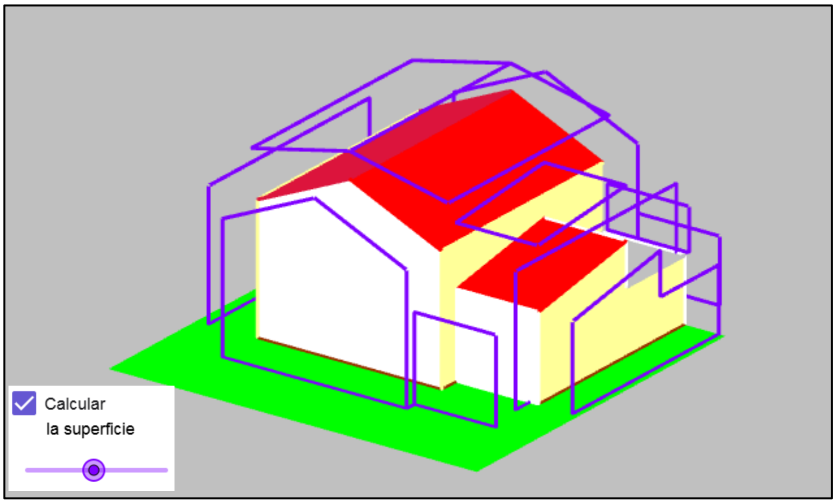
En estos applets de Geogebra se puede optar por mostrar las medidas que proporciona el problema, o mantenerlas ocultas. En algunos casos se dan las medidas reales, pero en otros se aclara que el cuerpo geométrico que se muestra es una maqueta virtual, dándose las medidas de la maqueta y proporcionando la escala, para poder aplicar proporciones y el Teorema de Tales. En aquellos problemas en los que aparezcan aristas oblicuas (como en el tejado de la vivienda unifamiliar), no se darán directamente todas las medidas para que se tengan que calcular aplicando el Teorema de Pitágoras.

Además de representar en 3D estos cuerpos que el alumnado puede girar y observar desde diferentes ángulos, con GeoGebra podemos ayudarles a calcular el volumen con una descomposición de cuerpos simples. Mediante un deslizador, de forma dinámica separaremos en ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, semiesferas… De esta manera podemos visualizar el proceso mental que experimentan aquellas personas que tienen una buena “visión espacial” y ayudar a producirlo aquellas que dicen no tenerla.



Descomposición en cuerpos simples

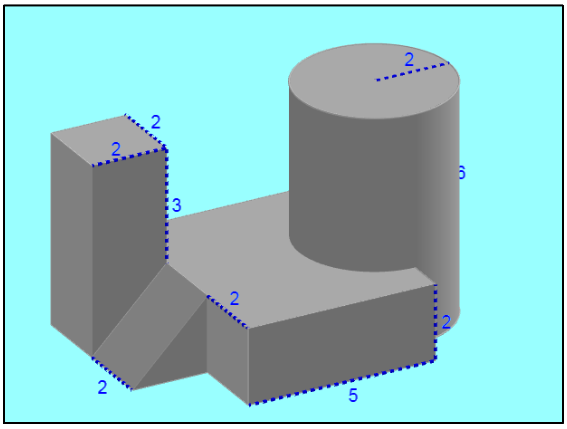
Igualmente, para calcular la superficie de la envolvente térmica, con estos applets podemos descomponerla en una colección de polígonos y figuras planas donde aplicar las propiedades estudiadas en la primera parte de la situación de aprendizaje. Estas ayudas que ofrecen estos applets se proporcionan en los primeros problemas planteados. Posteriormente será el alumnado quien deba imaginar, y dibujar la descomposición del volumen total en subvolumenes de cuerpos más simples, así como la de la superficie de la envolvente térmica en piguras planas simples.

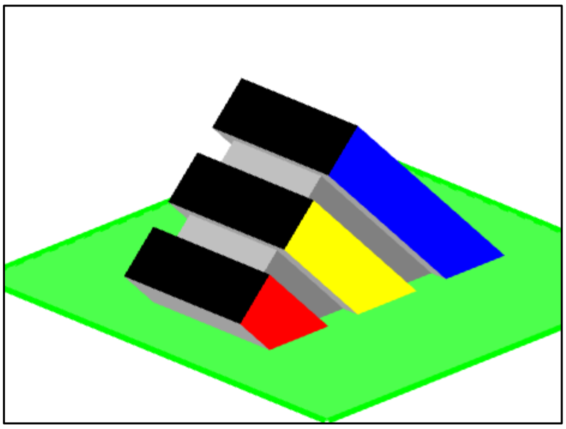


Descomposición de la envolvente térmica en polígonos

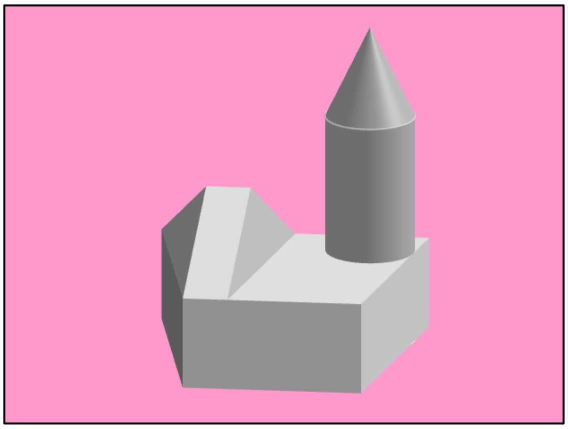
Una vez entrenados en ese proceso, se les propondrán otros problemas similares como los que se presentan a continuación:

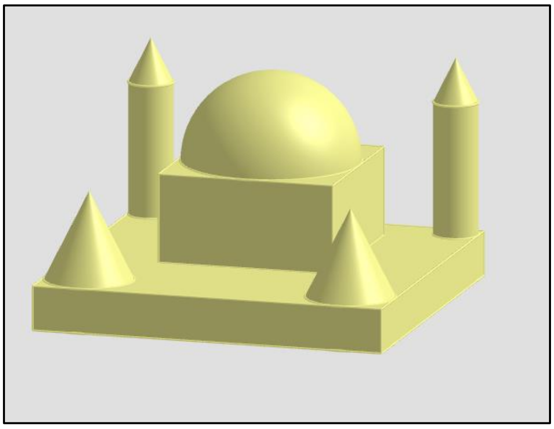
- Cálculo del volumen, superficie y compacidad de las siguientes construcciones:





Detalle de los applets: *Nave con silo* y *Edificio ADIDAS.*

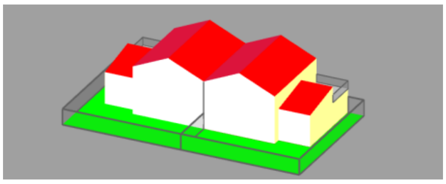




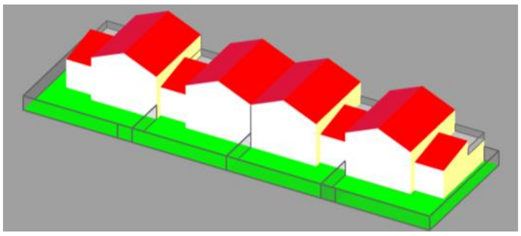
Detalle de los applets: *Palacio con torre* y *Palacio con cúpula.*

Posteriormente, podemos enriquecer el problema de la vivienda unifamiliar, añadiendo casos como pareados, y adosados de diferente número de viviendas:

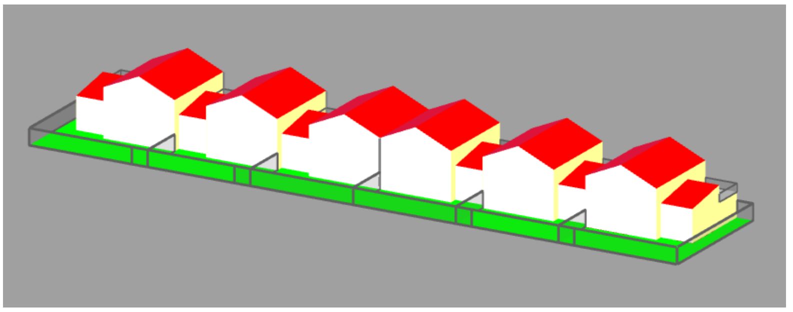
- Pareados:



- Adosados (4 viviendas):



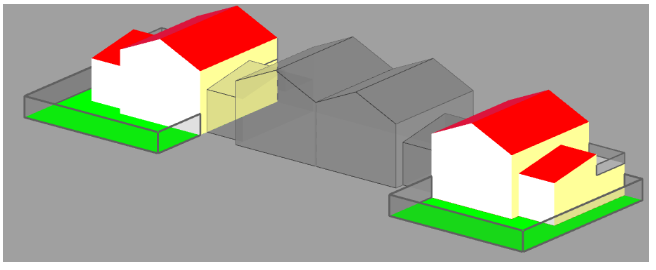
- Adosados (6 viviendas):



Es fácil llegar a la conclusión de que el volumen es proporcional al número de viviendas, pero la superficie nos lo es, ya que existen superficies laterales en común que no forman parte de la superficie envolvente térmica.

Y llegados a este punto, podemos trabajar ligeramente el pensamiento computacional buscando patrones para el caso de n viviendas.

- Adosados (n viviendas)

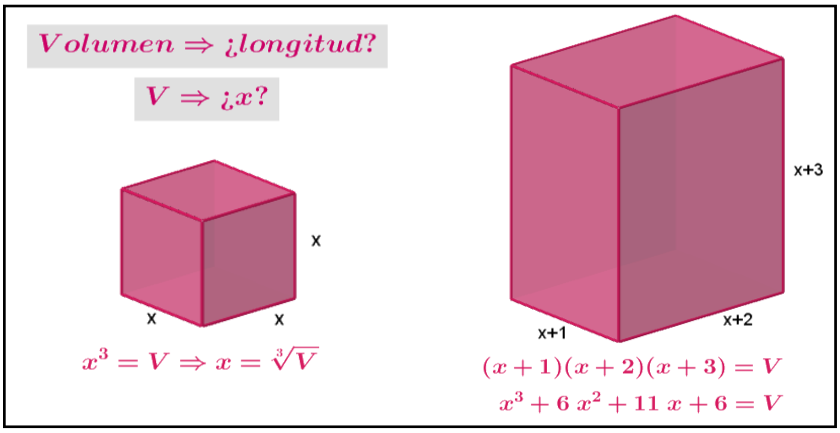


Relación volumen-superficie en otras situaciones de aprendizaje

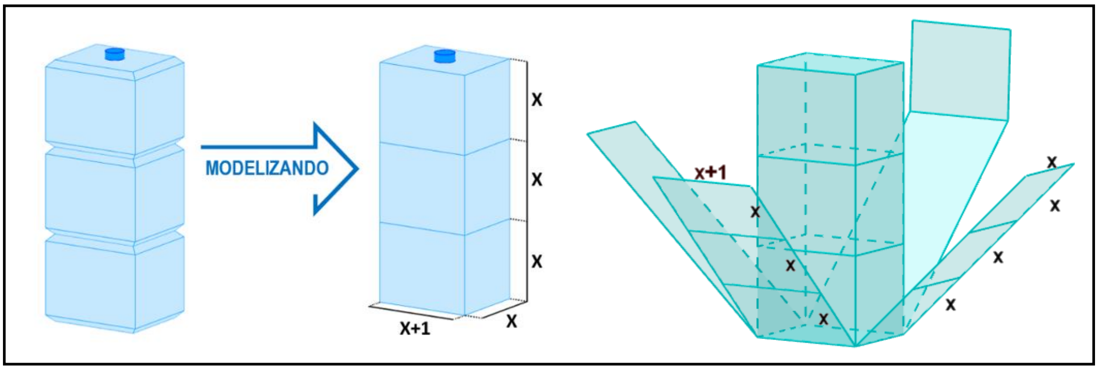
Esta relación que en arquitectura se denomina compacidad, puede aplicarse a objetos más pequeños como los envases plásticos. En concreto, se presenta otra situación de aprendizaje de carácter fundamentalmente algebraico, pero con matices geométricos llamada: *MÁS POLINIMIOS, MENOS POLIETILENO*.

En esta ocasión, se buscaba una situación donde aplicar las técnicas para resolver ecuaciones de tercer grado, es decir factorización de polinomios, regla de Ruffini, etc.

La ecuación de tercer grado más básica modeliza el problema del cálculo de la arista de un cubo, conocido su volumen. Pero para resolverla no hace falta factorizar ningún polinomio. Sin embargo, modificando las dimensiones del cubo, en base a una de las aristas desconocidas, se generan ecuaciones de tercer grado que requieren de las técnicas anteriormente citadas:



En el contexto en el que trabajaremos, modelizaremos botellas de agua con prismas, de manera que en una primera parte de la situación de aprendizaje se propone calcular las dimensiones de diferentes tipos de botellas y garrafas de agua, a partir de su capacidad.



Es en la segunda parte de esta situación, en la que se calculan las superficies de estos prismas, cosa que equivale a la cantidad de polietileno que se utiliza en cada envase. Finalmente se estudian diferentes consumos de botellas y garrafas de agua con mismo volumen, para calcular la cantidad de plástico que se puede reducir utilizando el envase adecuado, obteniendo conclusiones realmente relevantes.

Referencias bibliográficas

Manuel Rodríguez Pérez (2021). *Guía de aplicación del Documento Básico de Ahorro de Energía.* Centro de Publicaciones Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana.