

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Sea una población formada por los elementos 3, 4, 5 y 8. Se pretende seleccionar una muestra de tamaño 2 con reemplazamiento. Escribe todas las muestras posibles, y calcule la media y la varianza de la población.

b) [1 puntos] Tiramos cinco veces una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 2 caras y 3 cruces?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Hallar los extremos relativos y los puntos de inflexión de la siguiente función:
 $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$. Calcula el límite en más infinito de $x^2 \cdot f(x)$.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+3}{5+2x} \right)^{\frac{1}{x+2}}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudiar la posición relativa de $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4}$ respecto de su A.H. Ayuda: no olvides sacar los puntos de corte de la función con la asíntota.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] En una ciudad una de cada tres familias posee teléfono fijo en casa. Si se eligen al azar 90 familias, calcular la probabilidad de que entre ellas haya más de 30 con teléfono fijo.

b) [1 punto] Sea el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} ax + 7y + 5z = 0 \\ x + ay + z = 3 \\ y + z = -2 \end{cases}$$
. Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro a .

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Obtener a , b y c para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenga en la abscisa $x = 1$ un punto crítico que no es extremo relativo y que la gráfica pase por el punto $(1, 1)$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Estudia las asíntotas de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 1 \text{ siendo} \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
 a y b números reales.

b) [1 punto] Representa gráficamente la función: $f(x) = |-x^2 - 2x + 3|$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] El número de litros por metro cuadrado que llovió en un determinado lugar viene dado por la función siguiente:

$$Q(t) = \frac{-t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10$$

Donde t es el tiempo en días que va desde $t=1$ (lunes) hasta $t=8$ (lunes de la semana siguiente). Determina en qué día de la semana llovió más y en qué día llovió menos. ¿Cuántos litros por metro cuadrado llovió esos días?