

Irrationale functies

www.karelappeltans.be

August 30, 2020

1 herhaling

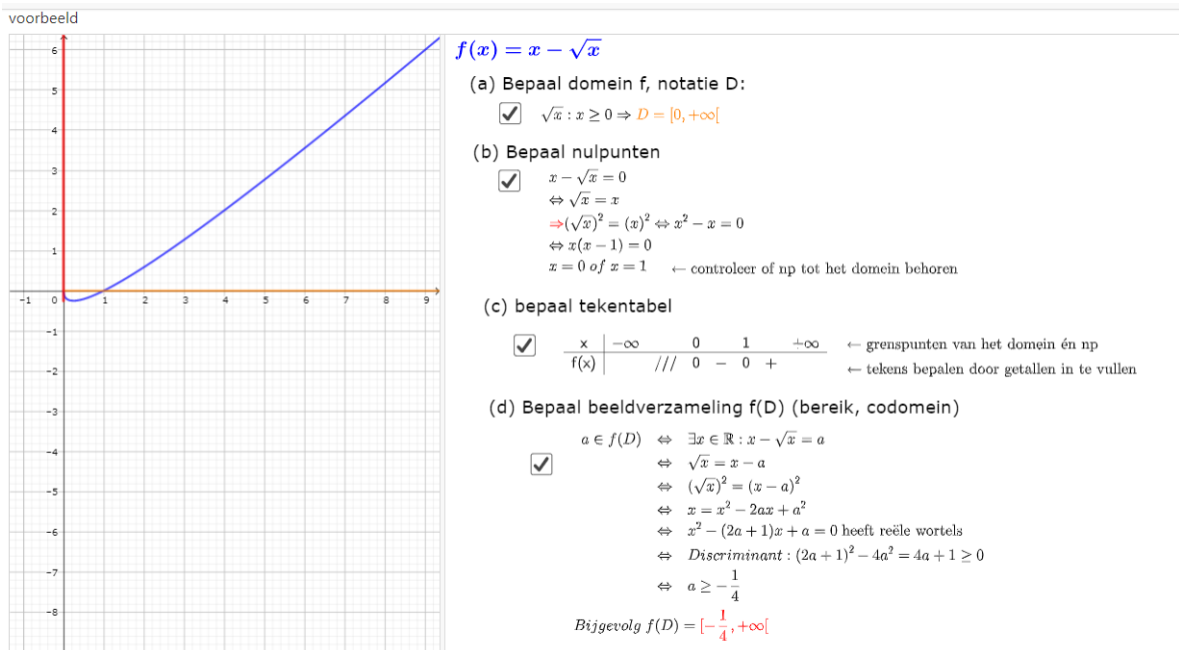


Figure 1: <https://www.geogebra.org/m/yarbcjsw>

2 asymptoten

Limieten en asymptoten

asymptoten kunnen verschijnen aan de grenzen van het domein. Daarom altijd eerst domein bepalen

Limietberekening

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \text{getal}$$

$\pm\infty$ invullen

$\pm\infty$

Onbepaaldheid:
 $\pm\infty \mp \infty; \frac{\pm\infty}{\pm\infty}; 0 \cdot \pm\infty; \frac{0}{0}$
 Opheffen door:
 *hoogste graadstermen
 * met toegevoegde
 *L'Hospital

Conclusie

HA : $y = \text{getal}$

controle op SA: $y=ax+b$
 algemeen
 $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$
 $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax$
 bij ratfuncties : $VW : gr(T) - gr(N) = 1$
 Euclidische deling : $T \setminus N$

Maak pdf

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{getal}$$

a invullen

$\pm\infty$ **VA: $x=a$**

bij $\frac{\text{getal}}{0}; \log(0)$

Onbepaaldheid:
 $\frac{0}{0}; 0 \cdot \pm\infty; \frac{\pm\infty}{\pm\infty}; \pm\infty \mp \infty$

opheffen door:
 *T en N o.i.f en gemeenschappelijke factor schrappen
 *L'Hospital
 * met toegevoegde

\Rightarrow **getal** **perforatiepunt : P(a, getal)**
 (opening)

Figure 2: <https://www.geogebra.org/m/gtpubtse>

voorbeeld 1 voorbeeld 2

$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

1. dom f $\sqrt{\quad}$: teken tabel maken onder wortelteken

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x^2 - 1$	$+$	0	0	$+$
	$-$	$-$	$+$	$+$

dom f = $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$: controle op SA

$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1$

$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - ax = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - x = +\infty - \infty$: onbepaald

$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x) \cdot \frac{(\sqrt{x^2 - 1} + x)}{(\sqrt{x^2 - 1} + x)}$

$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1 - x^2}{x + x} = 0$

SA $_{+\infty}$: $y = x$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x = -\infty$: controle op SA

$a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = -1$

$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - ax = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x - (-x) = +\infty - \infty$: onbepaald

$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 1} + x) \cdot \frac{(\sqrt{x^2 - 1} - x)}{(\sqrt{x^2 - 1} - x)}$

$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1 - x^2}{-x - x} = 0$

SA $_{-\infty}$: $y = -x$

Figure 3: <https://www.geogebra.org/m/zvndwefs>

3 verloop

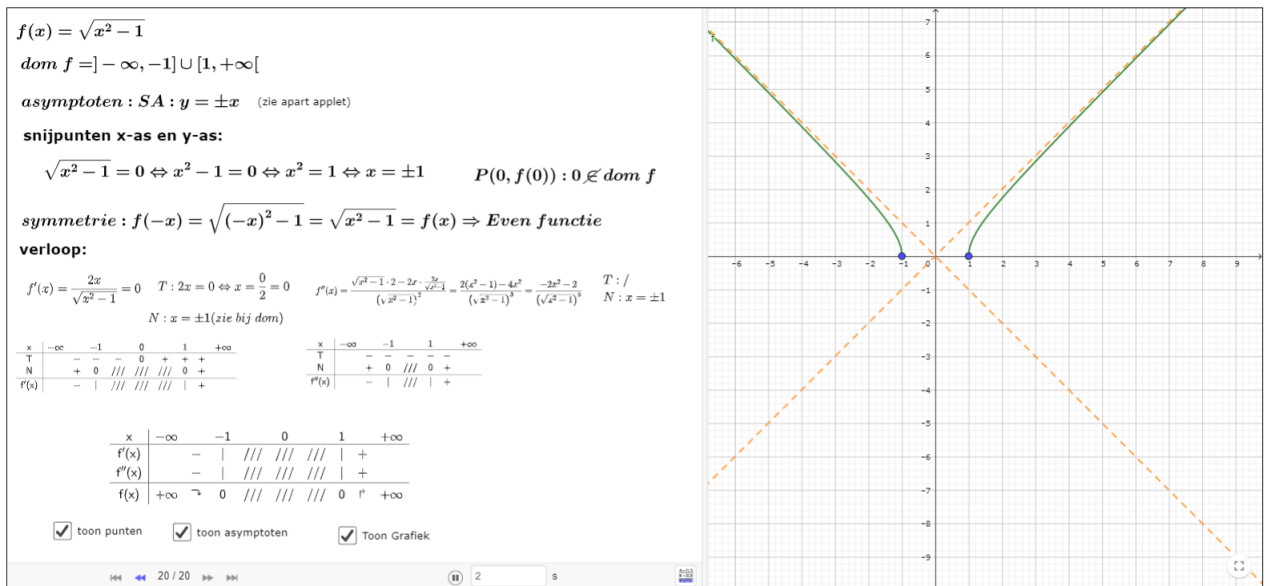


Figure 4: <https://www.geogebra.org/m/zvndwefs>

4 niet altijd afleidbaar

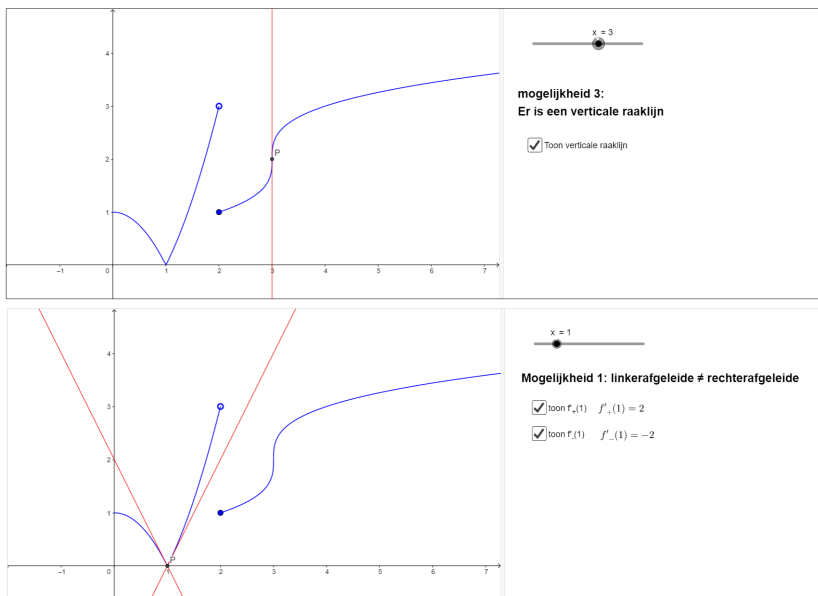


Figure 5: <https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn> <https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn>

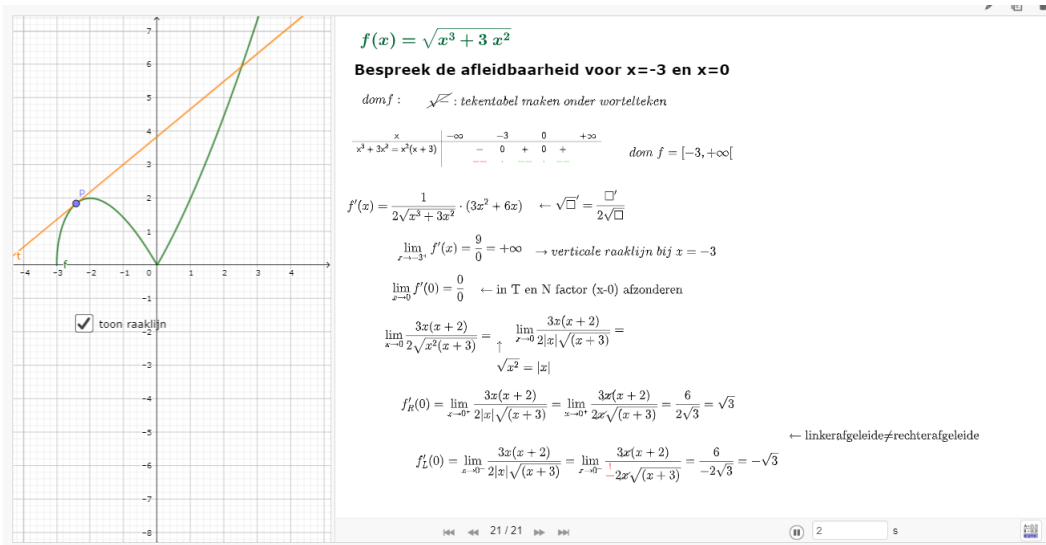


Figure 6: <https://www.geogebra.org/m/zvndwefs>

5 toepassingen

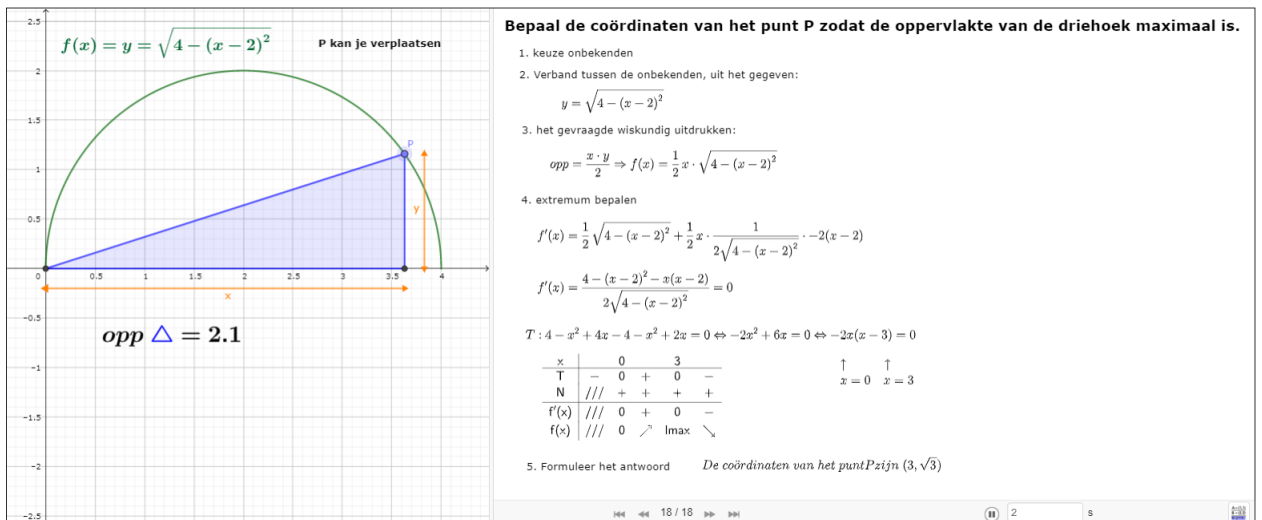


Figure 7: <https://www.geogebra.org/m/gceq8KGM>

6 oefeningen

6.1 verloop

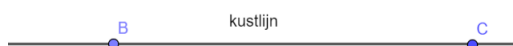
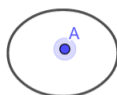
- Welke bewering is juist voor $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x^2}}{2+x}$?
 - f heeft minstens drie asymptoten
 - de grafiek van f heeft een buigpunt voor $x = 1$
 - bld $f =]-\infty, -\sqrt{2}[\cup]0, +\infty[$
- Bepaal de eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2}$
- Bepaal domein en eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt{9x^2 + 12x}$
- Bepaal domein en eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 1} + 2x$
- Bepaal domein en eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-1}}$

6.2 altijd afleidbaar?

1. Onderzoek de afleidbaarheid van $f(x) = \sqrt{x^3 - 3x + 2}$
2. Bepaal de afleidbaarheid van $f(x) = x \cdot \sqrt{4x - x^2}$ in de randpunten van haar domein
3. Onderzoek de afleidbaarheid van $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$

6.3 extremumproblemen

1. In Egypte is in het graf van de farao Retneip V een serie gouden, kleine, rechte piramides met vierkant grondvlak gevonden. Elke piramide is eigenlijk een draadfiguur gemaakt van dunne gouden staafjes die samen een vaste lengte hebben van 12 dm. Er is iets bijzonders aan de hand met de inhoud van de piramides. Van alle piramides die we kunnen maken met 12 dm goudstaafjes, zijn de gevonden piramides degene met de grootste inhoud. Bereken algebraïsch de lengte van de zijde van het grondvlak van die piramide waarvoor de inhoud maximaal is.
2. Liesbet zit gezellig te babbelen met haar vrienden op een eilandje (punt A) op een afstand van 1 km van de rechte kustlijn (punt B). Plots merkt ze dat ze binnen de 42 minuten moet gaan volleyballen op een terrein (punt C) dat 5 km verder ligt langs de kustlijn. Om zo snel mogelijk op het terrein te zijn zal ze naar een punt P op de kustlijn [BC] zwemmen en dan verder lopen naar het terrein. Lopen kan ze tegen 12km/h en zwemmen tegen 3 km/h. Naar welk punt P op de kustlijn moet ze zwemmen opdat ze in de kortst mogelijke tijd op haar afspraak komt? Is dat mogelijk binnen de 42 minuten?



3. Bepaal de grootst mogelijke oppervlakte van een trapezium dat ingeschreven wordt in een halve cirkel met straal r

6.4 continuïteit

1. Bepaal de waarde(n) van reële parameter m zodat onderstaande functie continu is

$$f(x) = \begin{cases} \frac{mx-1}{x^2+2} & x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{x^2-5x+10}-2}{2-x} & x > 2 \end{cases}$$

7 taken

1. irrationale functies: verloop en toepassingen