Curso 2024-2025

Departamento de Matemáticas — 2º ESO Matemáticas

Cuaderno Geometría 2º ESO — Fecha: 18.02.2025

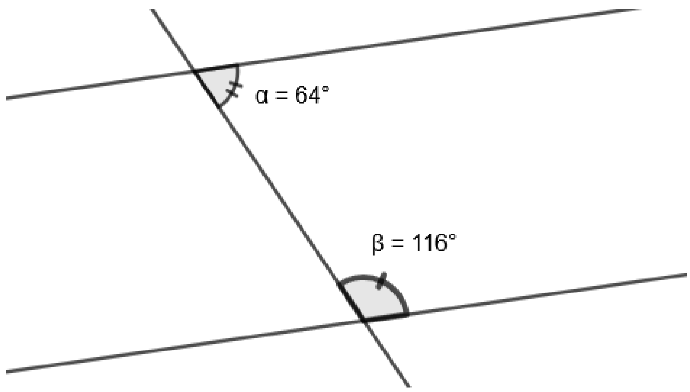
Nombre, apellidos:

Curso: 2º

ESCRIBE TU NOMBRE Y LEE ATENTAMENTE ESTAS INSTRUCCIONES:

Explica y justifica **claramente** qué haces en cada paso.
Cuando utilices un resultado explica cómo lo has obtenido.
Es más importante el **proceso** y el **razonamiento** que el resultado.
Se valorará negativamente la **incorrección y incoherencia** del lenguaje matemático.
Recuerda que la contestación a cada pregunta es el resultado de un **cálculo**.
Se valorarán negativamente los cálculos sin justificación.
La geometría requiere de **razonamiento**, es fundamental que expliques el por qué de tus respuestas.

1. **Indica de forma razonada si las rectas r y s son paralelas. Tienes que justificar si las rectas se juntarán en algún punto.**



Partimos de que los ángulos interiores de cualquier triángulo suman juntos 180º. Si las tres rectas se cortan formando un triángulo, significará que las rectas r y s no son paralelas.

Sumamos los dos ángulos $64 + 116 = 180$ y vemos que no hay posibilidad de formar un triángulo con las tres rectas, dado que el tercer ángulo tendría que valer 0º.

2. **Explica con tus propias palabras qué es un ángulo obtuso, qué es un ángulo agudo y que es un ángulo recto usando el concepto de ángulo suplementario.**

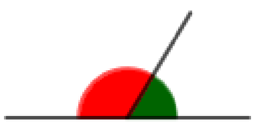


Figura 01

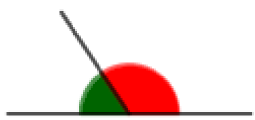


Figura 02

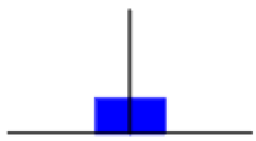
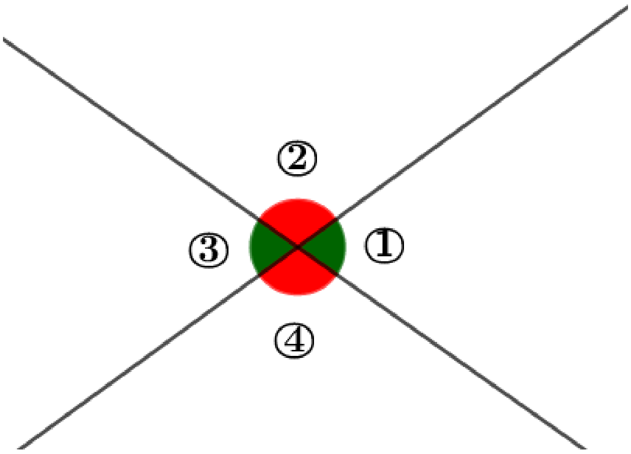


Figura 03

En las figuras 1 y 2 están representados dos ángulos suplementarios, mayor de los dos es el obtuso (rojo) y el menor es el agudo (verde).

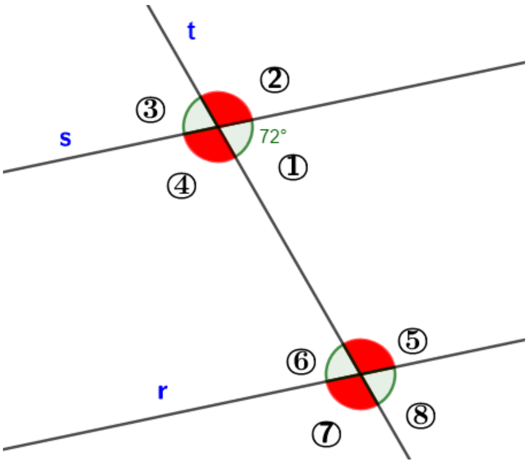
En la figura 3 están representados dos ángulos suplementarios iguales, ambos son ángulos rectos (azul).

3. **Dibuja dos rectas que se cortan en un punto. Explica qué parejas de los cuatro ángulos que se forman son opuestos por el vértice y explica por qué son iguales.**



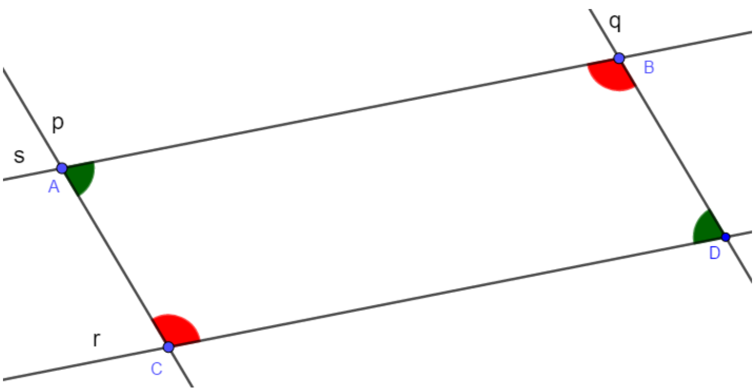
Cuando dos rectas se cortan se forman cuatro ángulos con el mismo vértice.
Los dos ángulos rojos ② y ④ son suplementarios de cualquiera de los ángulos verdes ① y ③. A su vez, los dos ángulos verdes son suplementarios de cualquiera de los ángulos rojos.
A los ángulos rojos y verdes los llamamos **opuestos por el vértice**, dado que están en lados opuestos del mismo vértice. Además si se prolongan los lados de uno y otro están en la misma recta.
Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

4. **Dibuja un par de rectas paralelas, llámalas r y s. Corta ambas rectas por una recta t. Uno de los ángulos interiores mide 72º (no hace falta que el dibujo sea exacto). Explica de forma razonada cuánto miden cada uno de los siete ángulos restantes de los que se forman al cortar la recta t a las rectas r y s.**



El ángulo ① mide 72º, es dato del ejercicio.
El ángulo ② mide 118º, es suplementario de ①.
El ángulo ③ mide 72º, es suplementario de ③.
El ángulo ④ mide 118º, es suplementario de ①.
El ángulo ⑤ mide 118º, es suplementario de ①, porque r y s son paralelas.
El ángulo ⑥ mide 72º, es suplementario de ⑤.
El ángulo ⑦ mide 118º, es suplementario de ⑥.
El ángulo ⑧ mide 72º, es suplementario de ⑤.

5. **Dibuja un par de rectas paralelas, llámalas r y s. Dibuja otro par de rectas, llámalas p y q. Las cuatro rectas forman un cuádrilátero. Este cuádrilátero es un paralelogramo. Indica de forma razonada qué ángulos son iguales en el paralelogramo.**



Los ángulos de los vértices A y C son suplementarios porque r y s son paralelas.

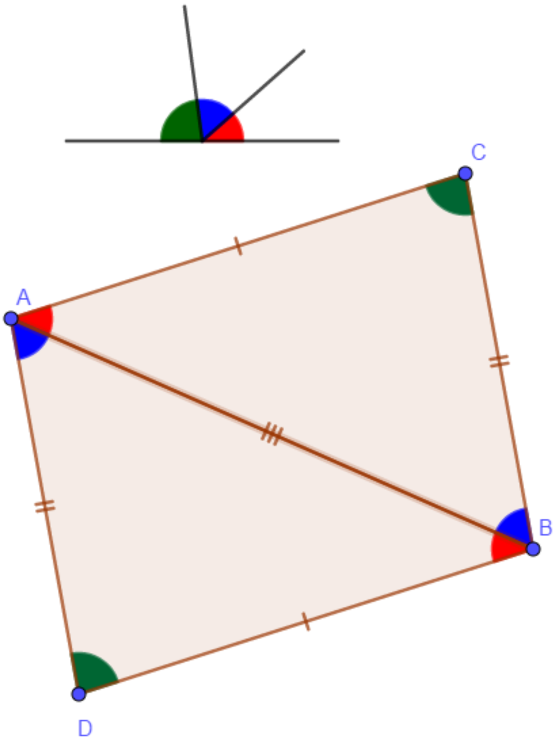
Los ángulos de los vértices A y B son suplementarios porque p y q son paralelas.

Como los ángulos de los vértices B y C son suplementarios del ángulo A, son iguales (rojo).

El ángulo D es suplementario de B porque r y s son paralelas.

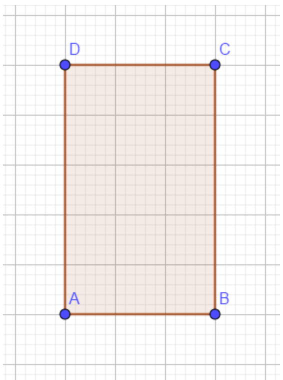
Como los ángulos de los vértices A y D son suplementarios del ángulo B, son iguales (verde).

6. **Al juntar dos triángulos iguales obtenemos un paralelogramo. Explica de forma razonada por qué (haz una figura que lo justifique).**



. Los triángulos ABC y y ADB son iguales y los hemos juntado por uno de los lados. Hemos coloreado los ángulos iguales y sabemos que juntos suman 180º.
. Los ángulos en los vértices C (verde) y B (azul+rojo) son suplementarios dado que suman 180º por tanto los lados AC y DB son paralelos.
. Los ángulos en los vértices D (verde) y B (azul+rojo) son suplementarios dado que suman 180º por tanto los lados ADy CB son paralelos.
. Dado que los lados son paralelos, hemos formado un paralelogramo.
. De esta manera demostramos dos de las propiedades de los paralelogramos:
1. Los lados opuestos de un paralelogramo son iguales.
2. La diagonal de un paralelogramo lo divide en dos triángulos iguales.

7. **Explica con tus palabras qué es calcular el área de un polígono y cómo calcularías el área de un rectángulo.**

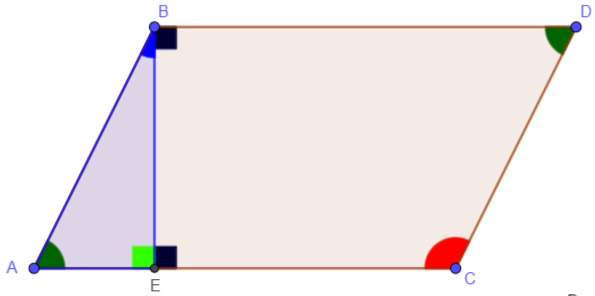


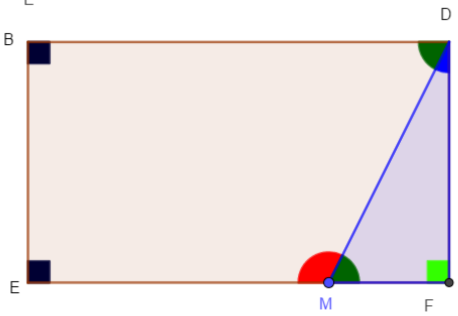
Calcular el área de un polígono es calcular, contar, cuantos cuadrados ocupa.
En el caso del rectángulo bastará con contar cuantos cuadrados ocupa uno de los lados y multiplicarlo por cuantos cuadrados ocupa el lado perpendicular: $A = lado \cdot lado$.
Como los lados son perpendiculares podemos decir que uno de ello es la base y el otro es la altura, por tanto también podemos escribir: $A = base \cdot altura$.

8. **Escribe en una lista las cinco propiedades más importantes de un paralelogramo.** Las cinco propiedades de un paralelogramo son:

- Los cuatro lados son paralelos dos a dos.
- Los ángulos en vértices opuestos son iguales.
- Los ángulos en vértices contiguos son suplementarios.
- Los lados opuestos son iguales.
- Dos triángulos iguales juntos forman un paralelogramo, o lo que se lo mismo, un paralelogramo se divide en dos triángulos iguales.

9. **Explica con tus palabras cómo se calcula el área de un paralelogramo. Teniendo en cuanta el ejercicio 6, ¿cuál sería el área de cualquier triángulo?**

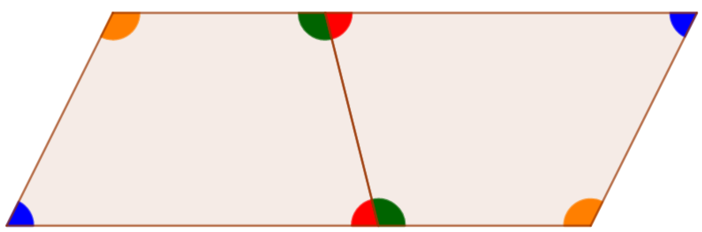




. El área de un paralelogramo es igual al área de un rectángulo que tenga un rectángulo con la misma base (la base puede ser cualquier lado) y la misma altura (segmento perpendicular desde un vértice opuesto a la base).
. Por tanto queremos demostrar que el área del paralelogramo ABCD es la misma que la del rectángulo BDFE.
. Como los lados BD y AC son paralelos los ángulos en C y D (rojo y verde) son suplementarios.
. El triángulo rectángulo ABE está formado por la altura y lo hemos trasladado a la derecha. ¿Es esta figura nueva un rectángulo?
. E, M y F están en la misma recta, por tanto BDFE es un cuadrilátero.
. Vemos que los ángulos opuestos en B (negro) y F (ángulo verde claro) son iguales y ángulos rectos. Lo mismo pasa en E y D, por tanto tenemos cuatro ángulos rectos, es decir, BDFE es un rectángulo.

Como podemos dividir un paralelogramo en dos triángulos iguales, el área de un triángulo es la mitad de la de un paralelogramo con la misma base y la misma altura.

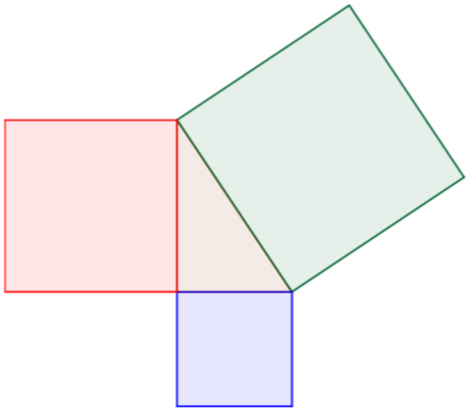
10. **Al juntar dos trapecios iguales obtenemos un paralelogramo. Explica de forma razonada por qué (haz una figura que lo justifique). Cómo calcularías el área de un trapecio.**



El trapecio de la izquierda tiene dos parejas de lados suplementarios, azul y verde y naranaja y rojo. Esto se debe a que en un trapecio dos de sus lados son paralelos (estos lados son las base mayor y la base menor). Al juntar el trapecio con otro igual girado, obtenemos un cuadrilátero. Sabemos que es un cuadrilátero dado que los ángulos rojo y verde son suplementario por tanto los cuatro vértices en los extremos están en la misma recta.
Como los ángulos opuestos son iguales la figura formada por los dos trapecios es un parelelogramo.

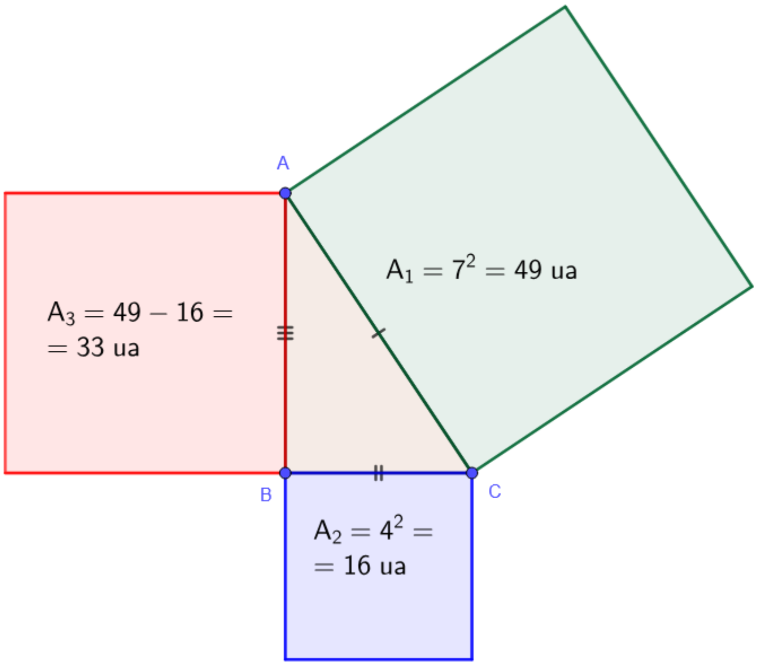
Por tanto el área de un trapecio es la mitad de la de un parelelogramo con la misma altura y con base la suma de las bases del trapecio.

11. **Explica con tus propias palabras, haciendo una figura, el teorema de Pitágoras. Recuerda que sólo se puede aplicar a triángulos rectángulos.**



El teorema de Pitágoras establece que el área del cuadrado de la hipótenusa (verde) es igual a la suma de las áreas de los cuadrados de los catetos (rojo y azul). Los **catetos** de un triángulo rectángulo son los lados que forman el ángulo recto y la **hipotenusa** es el lado opuesto al ángulo recto.

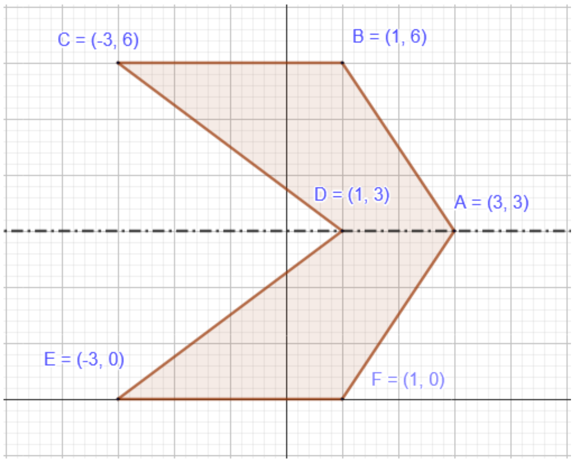
12. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 7 ul y uno de los catetos mide 4 ul. Utilizando el teorema de Pitágoras, calcula cuánto mide el otro cateto.



Como el área del cuadrado del cateto que no conocemos es 33 ua, obtendremos la longitud del lado calculando la raíz cuadrada del área del cuadrado que hemos calculado:

$$\overline{AB} = \sqrt{33}\text{ul}$$

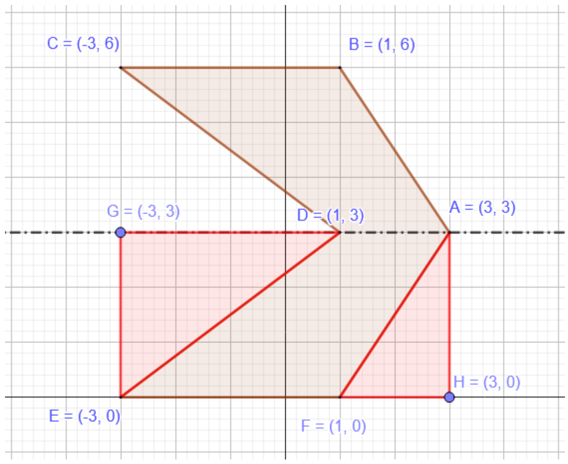
13. **Los puntos ABCDEF definen un polígono. Calcula su área y su perímetro. Si usas conceptos de simetría explícalo. Las coordendas de los vértices son:** $A(3,3)$**,** $B(1,6)$**,** $C(-3,6)$**,** $D(1,3)$**,** $E(-3,0)$ **y** $F(1,0)$**.**



El eje de simetría es el definido por el segmento $\overline{AD}$.
El eje de simetría divide la figura en dos trapecios (dos lados paralelos) iguales.

$$\mathrm{A_{ABCD}} = \mathrm{A_{ADEF}} = \frac{\text{Base mayor } + \text{ Base menor}}{2} \cdot \text{altura} =$$
$$= \frac{4+2}{2} \cdot 3 = 9 \text{ u.a.}$$

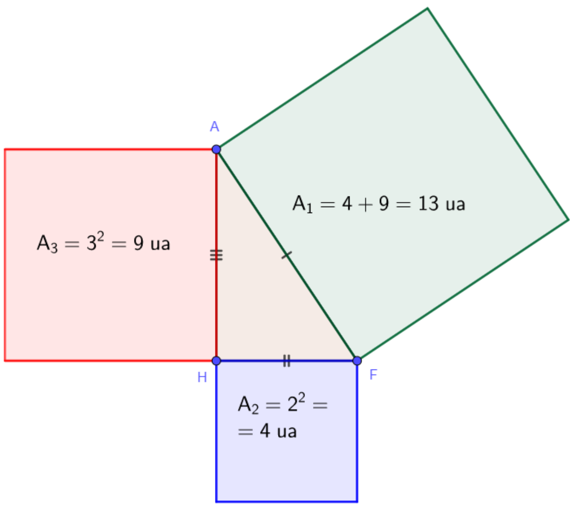
Por tanto $\mathrm{A_{ABCDEF}} = 2 \cdot \mathrm{A_{ABCD}} = 2 \cdot 9 = 18$ u.a.

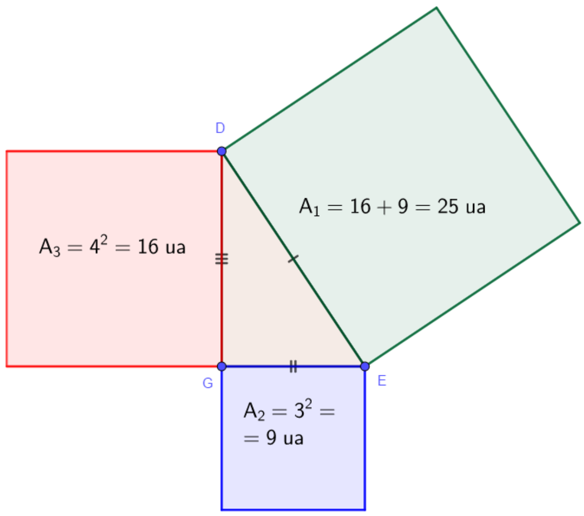


Para calcular el perímetro del polígono ABCDEF hemos dibujado los puntos auxiliares G y H.
Por simetría sabemos que:

$$\overline{CB} = \overline{EF} = 4\ u.l.$$
$$\overline{AF} = \overline{AB}$$
$$\overline{DE} = \overline{DC}$$

Para calcular $\overline{AF}$ y $\overline{DE}$ usaremos el teorema de Pitágoras.





Como el área del cuadrado de la hipotenusa son 13 ua, obtendremos la longitud de la hipotenusa calculando la raíz cuadrada del área del cuadrado que hemos calculado:

$$\overline{AF} = \sqrt{13}\text{ul}$$

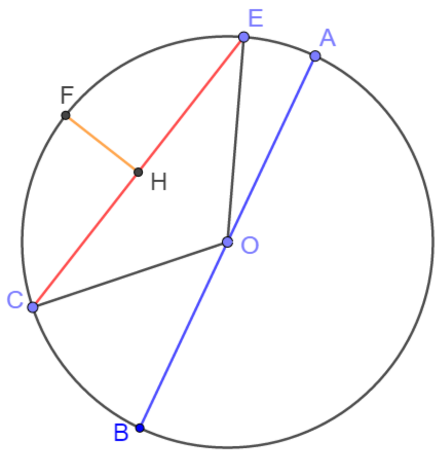
Como el área del cuadrado de la hipotenusa son 25 ua, obtendremos la longitud de la hipotenusa calculando la raíz cuadrada del área del cuadrado que hemos calculado:

$$\overline{AF} = \sqrt{25} = 5\text{ul}$$

Por tanto el perímetro será el doble de la suma de los lados que están encima del eje de simetría:

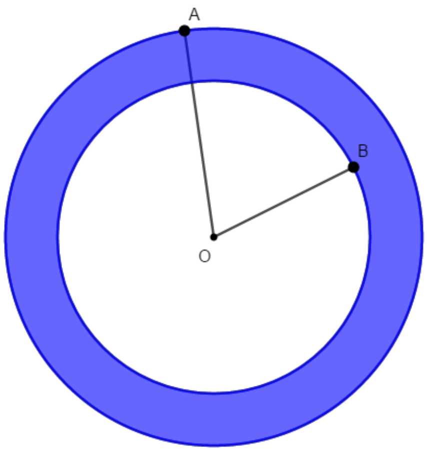
$$P = 2 \cdot (\overline{AB} + \overline{DC} + \overline{CD}) = 2 \cdot (5 + 4 + \sqrt{13}) = 18 + 2\sqrt{13}\text{ul}$$

14. Explica cada uno de los segmentos importantes asociados a una circunferencia (radio, diámetro, etc). Defínelos con tus propias palabras.



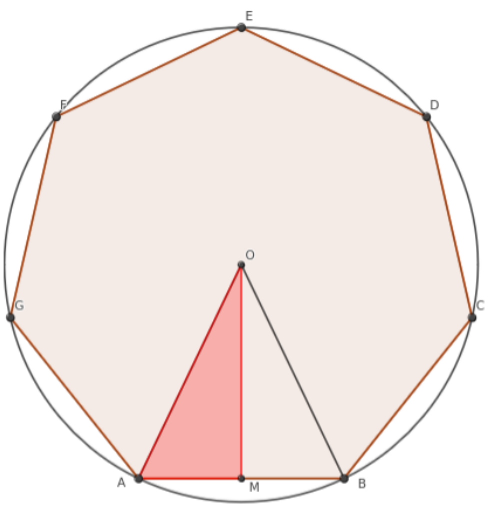
El **radio** es el segmento que une cualquier punto de la circunferencia con el centro. Los segmentos $\overline{OE}$ y $\overline{OC}$ son **radios**.
La **cuerda** es el segmento que une dos puntos de la circunferencia. El segmento $\overline{CE}$ es una **cuerda** de la circunferencia. El segmento $\overline{AB}$ es también una **cuerda**, pero, como pasa también por el centro, se llama **diámetro**. Mide lo mismo que dos radios, los segmentos $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$ son radios.
El segmento $\overline{FH}$ perpendicular a una cuerda desde su punto medio a la circunferencia se llama **flecha** o **sagita**.
Nota: El trozo de circunferencia entre C y E se llama arco (por eso los nombres de cuerda y flecha).

15. Una corona circular está formada por dos círculos concéntricos de radios 5ul y 3ul. Calcula el área de la corona que se forma.



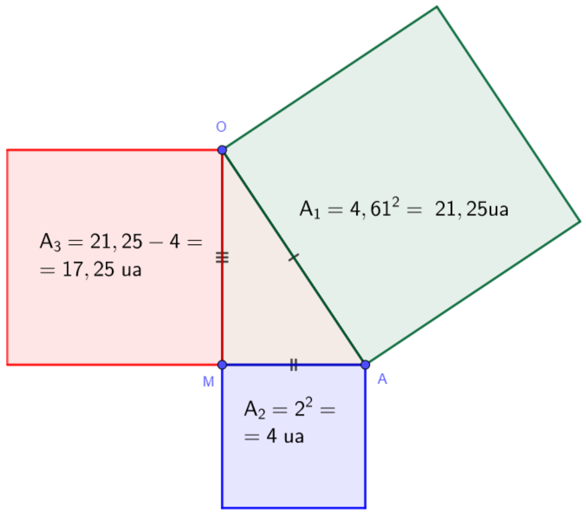
La corona es el espacio entre dos circunferencias concéntricas, tienen el mismo centro aunque distinto radio. Para calcular el área calculamos el área del círculo mayor y le restamos el área del círculo menor.
El segmento $\overline{\text{OA}} = 5$ul es el radio de la circunferencia mayor y el segmento $\overline{\text{OB}} = 3$ul es el radio de la circunferencia menor.
$\text{A}_{\text{corona}} = \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 3^2 = 25\pi - 9\pi = 16\pi$ua

16. Un polígono regular de siete lados de lado 4 cm está inscrito en una circunferencia de radio 4,61 cm. Cacula el área del polígono usando el teorema de Pitágoras y los triángulos isósceles en los que subdividimos un polígono regular.



El polígono regular de siete lados (heptágono) se puede dividir inscribir en una circunferencia y se puede dividir en siete triángulos iguales OAB.
El triángulo OAB es isósceles dado que $\overline{\text{OA}}$ y $\overline{\text{OB}}$ son radios de la circunferencia.
El triángulo OAB es isósceles y por simetría (eje $\overline{\text{OM}}$)se puede dividir en dos triángulos rectángulos iguales OAM y OMB.
Para calcular el área del heptágono, usaremos como base el lado del polígono. La altura del triángulo (apotema) isósceles la calcularemos usando el teorema de Pitágoras en el triángulo OAM.

El segmento $\overline{OM}$ es el **apotema** del polígono regular.



Como el área del cuadrado del cateto que nos falta son son 17,25 ua, obtendremos el apotema calculando la raíz cuadrada del área del cuadrado que hemos calculado:

$$\overline{OM} = \sqrt{17,25} = 4,14\text{ul}$$

El área del heptágono es el área del triángulo isósceles multiplicada por siete (siete triángulos iguales):

$$\text{A}_{\text{hep}} = 7 \cdot \frac{\text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = 7 \cdot \frac{4 \cdot 4,14}{2} = 57,96\text{ua}$$