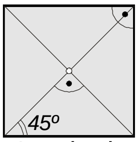
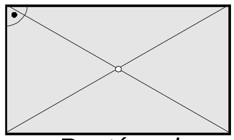
# CUADRILÁTEROS
## CLASIFICACIÓN

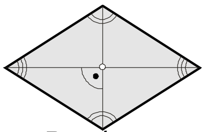
### PARALELOGRAMOS
(dos pares de lados paralelos)



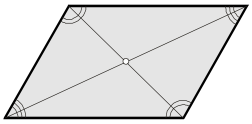

Cuadrado



Rectángulo



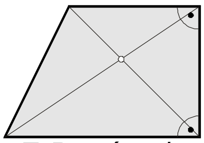
Rombo



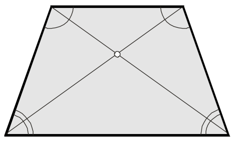
Romboide

| | Lados | Diagonales |
|---|---|---|
| Cuadrado | • Iguales los 4 lados<br>• Angulos de 90 º | • Iguales las 2<br>• Angulos de 90 º<br>• Bisectrices de los ángulos del cuadrado. |
| Rectángulo | • Iguales los lados paralelos (2 a 2)<br>• Angulos de 90 º | • Iguales las 2<br>• Angulos ≠ 90 º |
| Rombo | • Iguales los 4 lados<br>• Angulos ≠ 90 º iguales los opuestos | • Desiguales las 2<br>• Angulos de 90 º<br>• Bisectrices de los ángulos del rombo. |
| Romboide | • Iguales los lados paralelos (2 a 2)<br>• Angulos ≠ 90 º iguales los opuestos | • Desiguales las 2<br>• Ángulos ≠ 90 º |

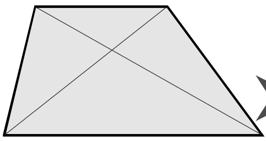
### TRAPECIOS
(un par de lados paralelos)



T. Rectángulo



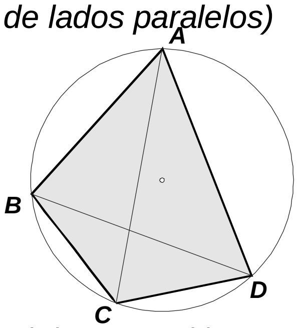
T. Isósceles

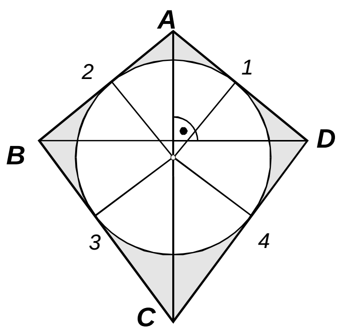


T. Escaleno

| | Lados | Diagonales |
|---|---|---|
| T. Rectángulo | • desiguales 2 a 2<br>• 2 ángulos de 90 º | • Desiguales las 2 |
| T. Isósceles | • Iguales los lados no paralelos<br>• Angulos ≠ 90 º iguales 2 a 2 | • Iguales las 2<br>• Angulos ≠ 90 º |
| T. Escaleno | • Desiguales 2 a 2<br>• Angulos ≠ 90 º | • Desiguales las 2 |

### TRAPEZOIDES
(ningún par de lados paralelos)



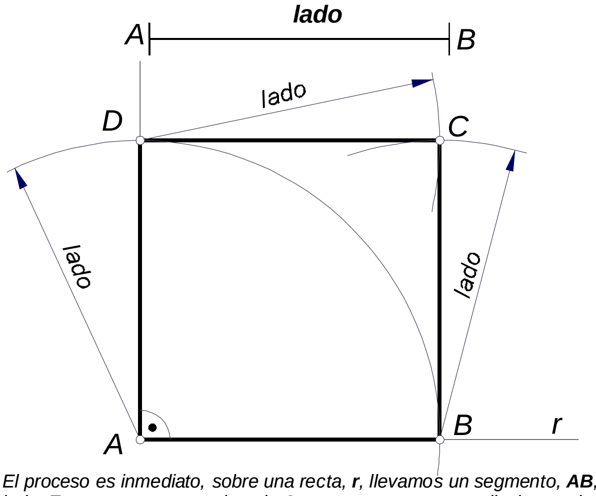

Un caso particular de los Trapezoides, es el **trapezoide Inscriptible** en una circunferencia.
Los ángulos opuestos ,**A** y **C**, **B** y **D**, son **suplementarios**. Inscritos que abarcan la misma cuerda, la diagonal

Otro trapezoide singular es el superior(bisósceles) los lados son iguales dos a dos, 1 con 2, 3 con 4
Dos ángulos opuestos, **B** y **D**, son iguales.
Las diagonales son perpendiculares.
Este cuadrilátero tiene una circunferencia inscrita.

## CUADRADOS
## para su construcción necesitamos un dato explícito.

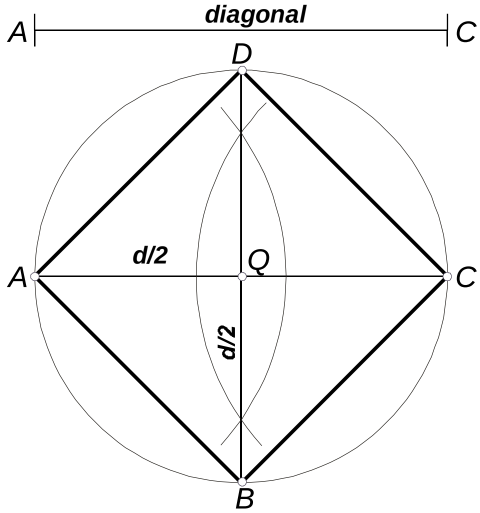
# CUADRILÁTEROS
## CONSTRUCCIÓN

### Cuadrado dado el lado.



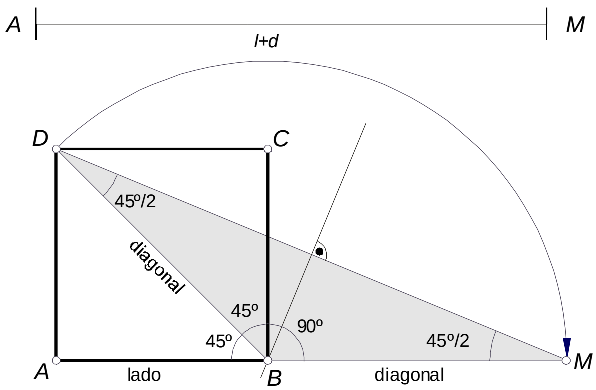

El proceso es inmediato, sobre una recta, ***r***, llevamos un segmento, ***AB***, igual al lado. En un extremo, por ejemplo ***A***, trazamos una perpendicular y sobre ésta situamos el punto ***D***, distando ***l*** de ***A***. Desde los puntos ***D*** y ***B*** trazamos sendos arcos de radio ***l*** y obtendremos el punto ***C***.

### Cuadrado dada la diagonal.



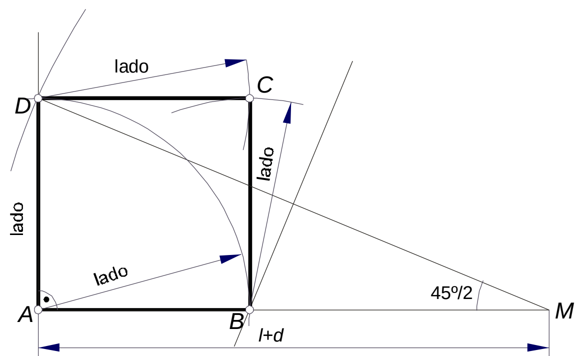

*En este caso, como sabemos que las diagonales del cuadrado son iguales y se cortan perpendicularmente en su punto medio, trazamos la **mediatriz** del segmento **AC**, diagonal, y hallamos el punto **Q**.*
*Llevando la distancia **d/2** a la mediatriz hallada obtenemos los vértices **B** y **D** que necesitamos. **Q** será el centro de la circunferencia circunscrita.*
*Si queremos situar el cuadrado en posición de equilibrio, con dos lados en posición horizontal, basta con colocar la diagonal formando un ángulo de 45º.*

### Cuadrado dado la suma del lado + la diagonal.




Fundamento

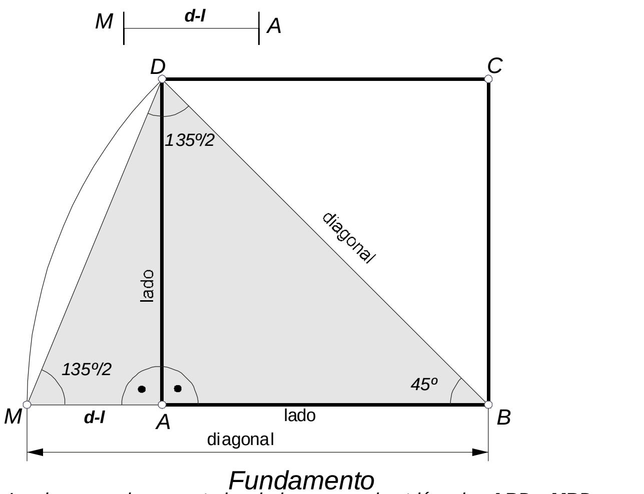
*Observando la figura de la izquierda, fundamento, y recordando lo que sabemos de la construcción de triángulos, vemos la relación existente entre los triángulos **ABD** y **AMD**, el ángulo en **M** es la mitad del ángulo en **B**, esto es **45º/2**; y el punto **B** estará en la **mediatriz** del lado **MD**, por ser este **triángulo isósceles**.*




Proceso

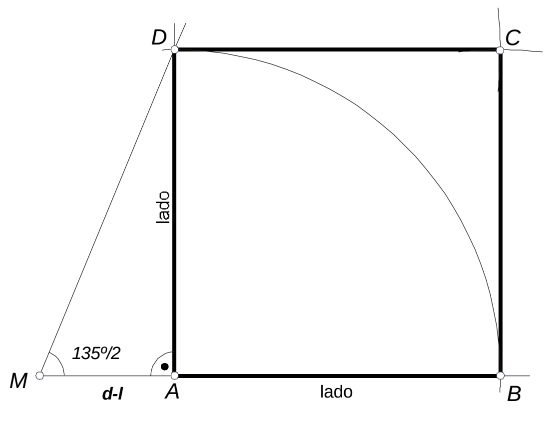
*Para construir el cuadrado trazamos en el extremo A una recta perpendicular al segmento AM (l+d) y por M trazamos un ángulo de 22º 30', donde se corten estará el punto D, del cuadrado, inmediatamente se obtiene el punto B, distando l de A o en la mediatriz de MD y a continuación el punto C distando l de los puntos B y D.*

### Cuadrado dado la diferencia de la diagonal y el lado.




Fundamento

*Igual que en el caso anterior si observamos los triángulos **ABD** y **MBD** vemos que el ángulo en **M** es de **135º/2** al ser isósceles el triángulo **MBD** el ángulo en **B**, al ser la diagonal del cuadrado es de **45º**.*



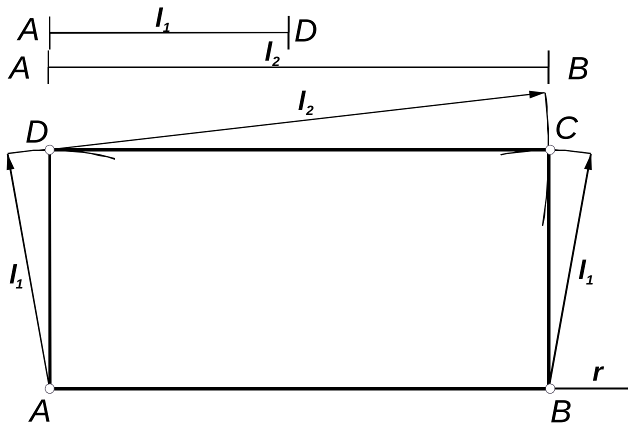

Proceso

*Para construir el cuadrado trazamos una recta perpendicular en **A**, al segmento **MA** y construimos en **M** el ángulo de **135º/2**, donde se cortan estará el punto **D** y los puntos **B** y **C** se obtendrán como en el caso anterior*

# CUADRILÁTEROS
## CONSTRUCCIÓN

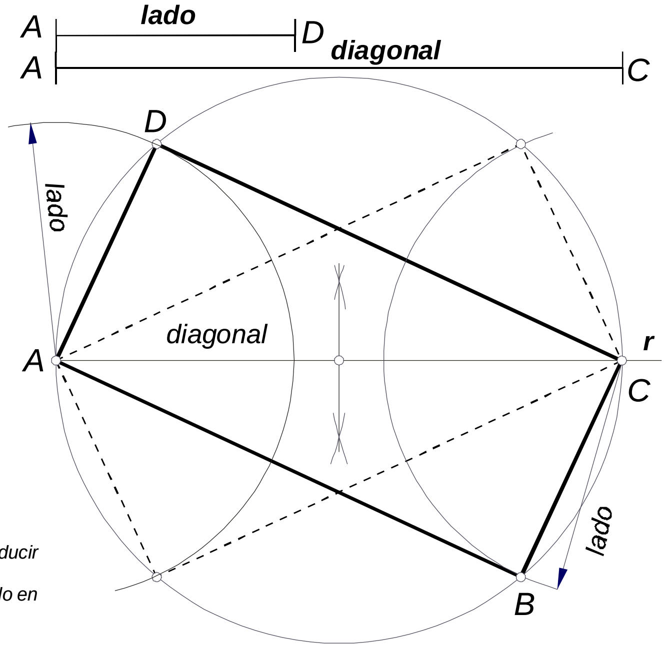
**RECTÁNGULOS para su construcción necesitamos dos datos explícitos.**

### Rectángulo dados los dos lados.

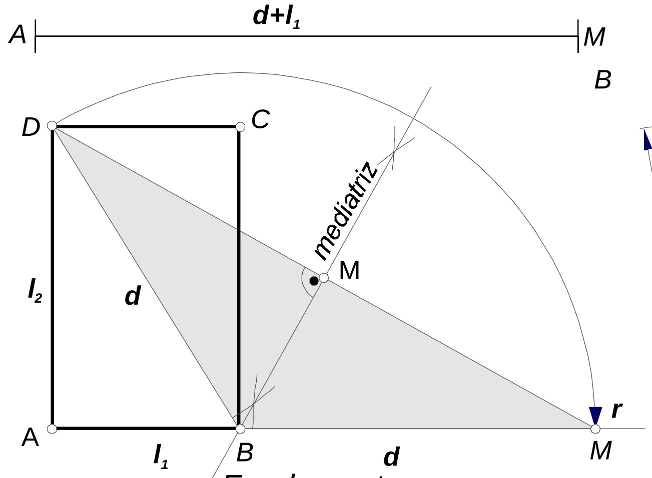



*La construcción de estos dos casos es obvia, basta observar ambos procesos para deducir su realización. En los dos casos hemos partido de semirrectas **r**.*
*En el segundo si partimos del lado, **AD**, horizontal o vertical, obtenemos el rectángulo en una posición de equilibrio.*

### Rectángulo dados el lado y la diagonal.

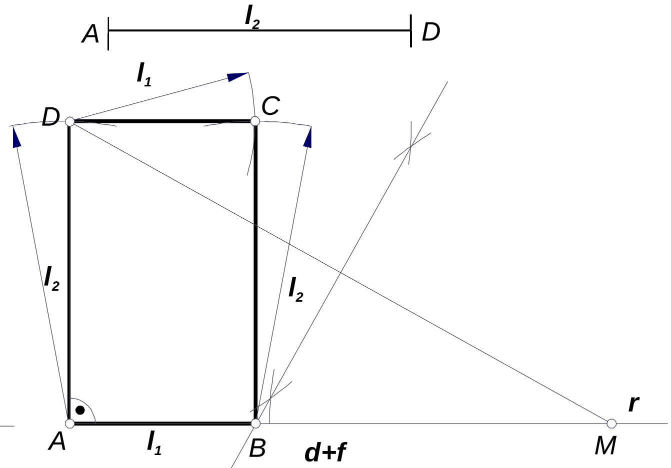



### Rectángulo dados la suma de un lado + la diagonal y el otro lado.




Fundamento

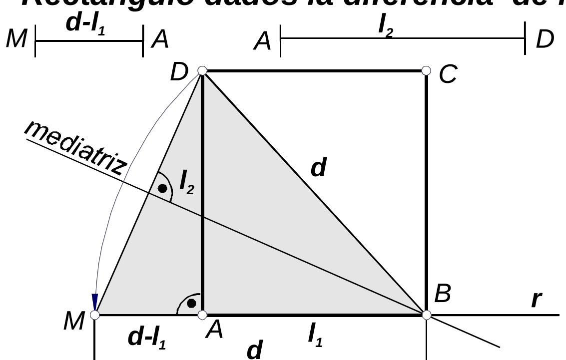
*En este caso observamos el triángulo **isósceles BMD** (dos lados son la diagonal ,**d**) y el triángulo **rectángulo AMD** (con catetos el lado **$l_2$** y la suma de la diagonal **d** y el otro lado **$l_1$**). El vértice **B** estará en la mediatriz del segmento **DM**.*




Proceso

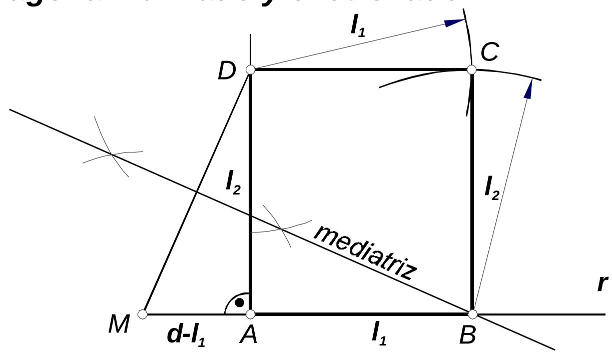
*Para su construcción trazamos una perpendicular en el extremo **A** de la semirrecta **r** en la que hemos trasladado **$d+l_1$**, y llevamos sobre el punto **D**, a una distancia **$l_2$**. Trazamos la mediatriz del segmento **DM** y obtenemos el punto **B**. El punto **C** es inmediato.*

### Rectángulo dados la diferencia de la diagonal - un lado y el otro lado.




Fundamento

*Igual que en el caso anterior si observamos el triángulo **MBD** vemos que es isósceles, **MB=BD** es la diagonal del rectángulo y el lado desigual, **MD**, es la hipotenusa del triángulo **MAD** del que conocemos los catetos.*



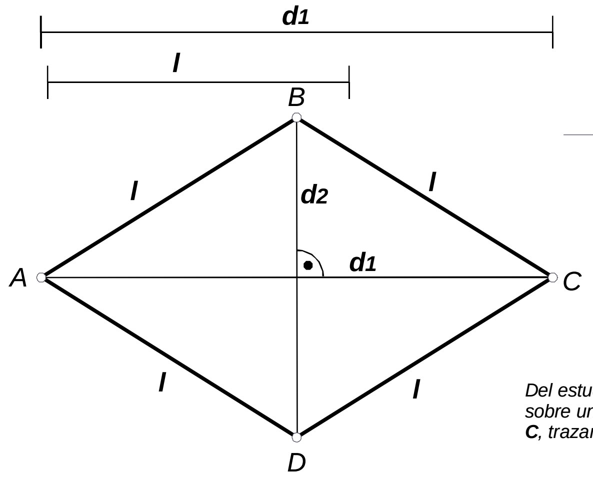

Proceso

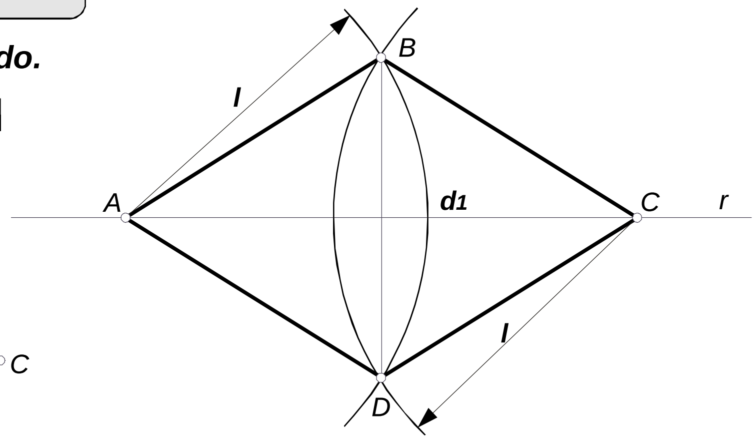
*Para construir el rectángulo construimos el triángulo rectángulo **MAD**, conocemos los catetos **MA** (diferencia de la diagonal y el lado) y **AD** (lado **$l_2$**). Trazamos la mediatriz de la hipotenusa que corta en **B** a la recta **r**, **AB** será el lado **$l_1$**, con centro en **B** y radio **$l_2$** y centro en **D** y radio **$l_1$** obtenemos el vértice **C**.*

**ROMBOS**
**para su construcción necesitamos dos datos explícitos.**

# CUADRILÁTEROS
## CONSTRUCCIÓN

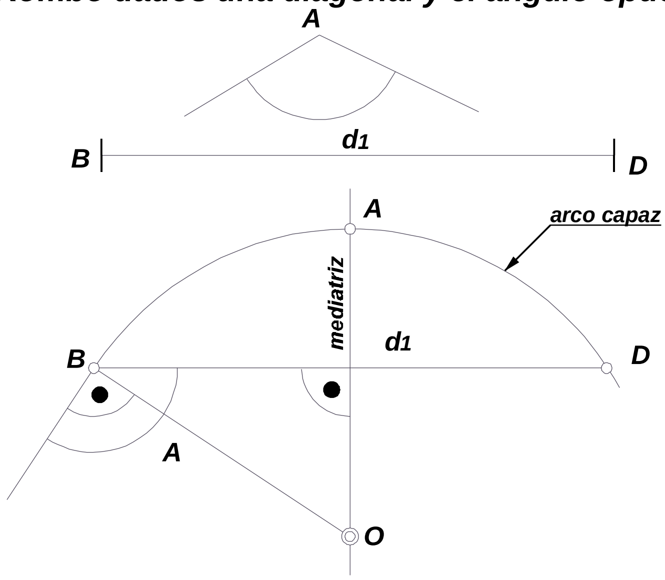
### Rombo dados una diagonal y el lado.

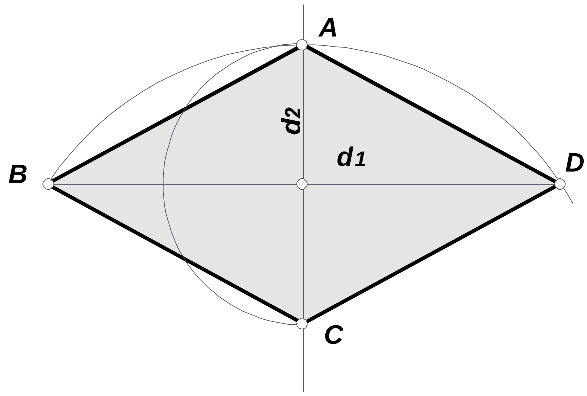



*Del estudio del rombo, **4 lados iguales**, se deduce el proceso, éste es inmediato, sobre una recta, **r**, llevamos un segmento, **AC**, diagonal. Con centros en **A** y en **C**, trazamos arcos de radio **l** y obtenemos los vértices **B** y **D**.*

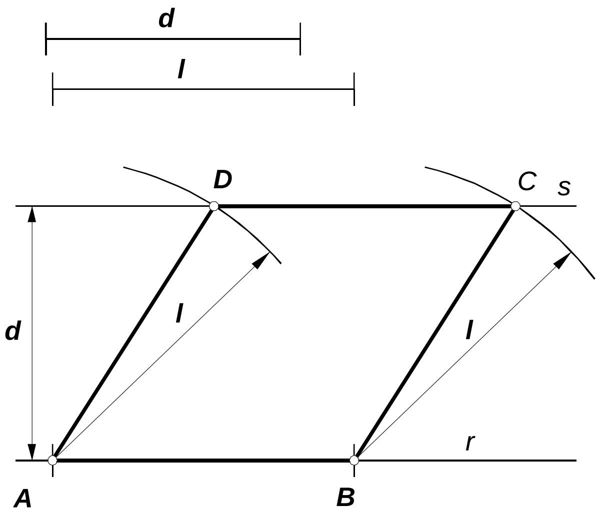
### Rombo dados una diagonal y el ángulo opuesto.

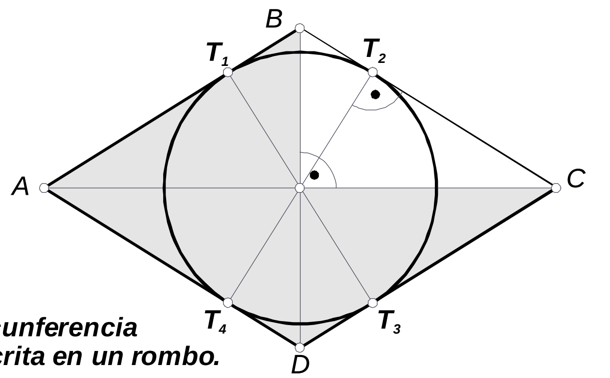



*1.- Las diagonales del rombo son perpendiculares en su punto medio, luego la diagonal **AC** será la **mediatriz de la BD**, dada, y viceversa.*
*2.- El **vértice A**, estará en el **arco capaz** del segmento **BD**, diagonal, y del **ángulo A**, opuesto a la diagonal.*
*3.- Una vez hallado el vértice A, el **vértice C**, restante, será **simétrico** con respecto a la **diagonal BD**.*

### Rombo dados la distancia entre dos lados paralelos, **d**, y el lado, **l** .




**Circunferencia inscrita en un rombo.**

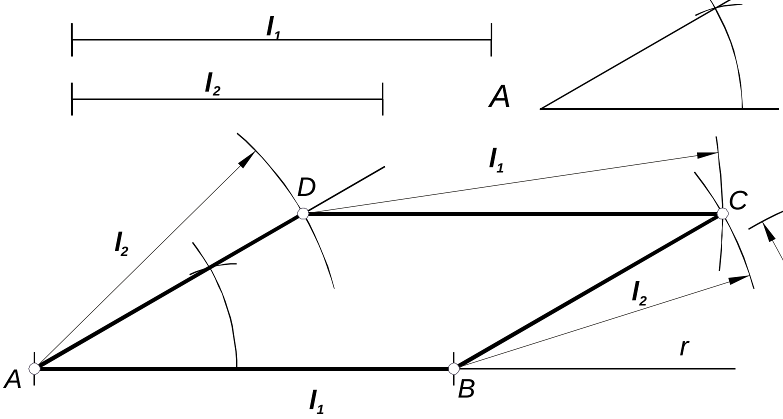
*1.- Sobre una recta, **r**, situamos el segmento **AB** igual al lado, **l**, del rombo.*
*2.- Trazamos una recta, **s**, **paralela** a **r** a la distancia, **d**, dada, sobre ella estará el lado **DC**.*
*3.- Con centro en **A** y **B** y radio **l,** trazamos arcos que cortan en **D** y **C**, respectivamente, a la recta **s**, vértices restantes.*

** En la parte superior hemos dibujado la **circunferencia inscrita** en un rombo; tendrá como **diámetro** la **distancia d**, entre lados, y su centro será en punto donde se cortan las diagonales*

# CUADRILÁTEROS
## CONSTRUCCIÓN

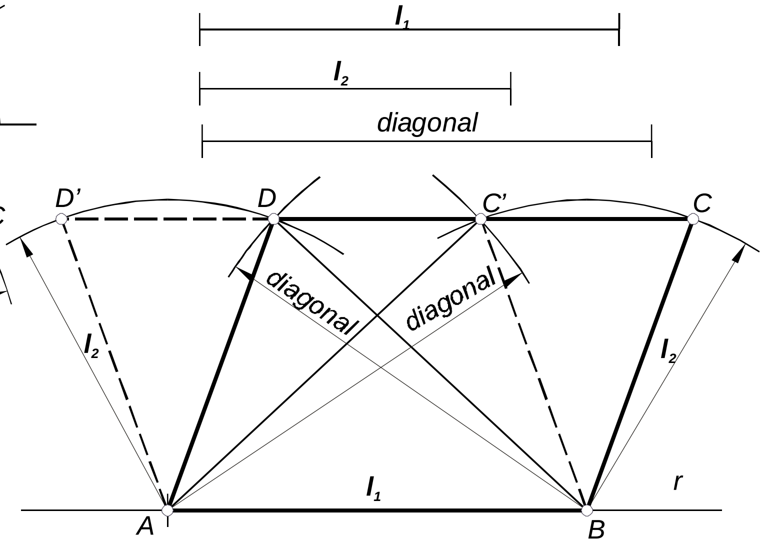
**ROMBOIDES**
**para su construcción necesitaremos tres datos explícitos.**

### Romboide dados los lados, y el ángulo que forman



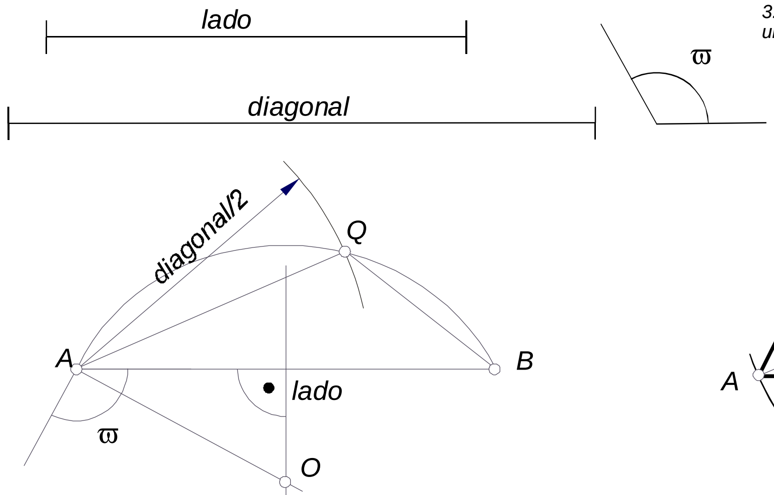

*1.- Sobre la semirrecta **r** situamos el segmento **AB**, lado **$l_1$**.*
*2.- Trasladamos el **ángulo A**, al vértice **A** y con centro en **A** y radio **$l_2$**, trazamos un arco que corta en **D** al lado del ángulo.*
*3.- Con centros en **D** y **B** y radios **$l_1$** y **$l_2$**, respectivamente, trazamos dos arcos que se cortan en **C**, vértice que nos faltaba.*

### Romboide dados los lados, y una diagonal

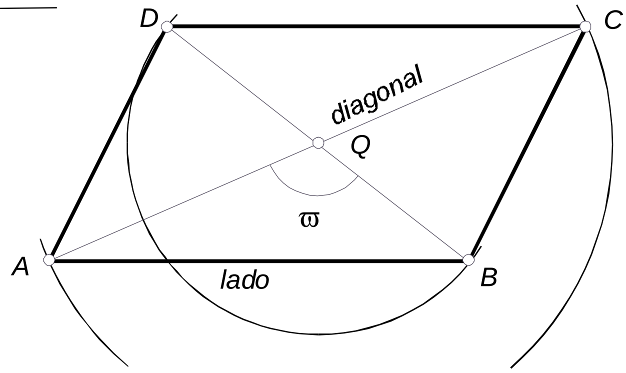



*1.- Sobre la recta **r** situamos el segmento **AB**, lado **$l_1$**, y trazamos dos arcos de centros **A** y **B**, de radio **$l_2$**.*
*2.- Con centros en **A** y **B** y radio á diagonal, trazamos dos arcos que se cortan en **C'** y **D**, vértices de las dos soluciones que tiene el problema que nos faltaba.*
*3.- Del estudio de la figura se deduce como hallar el 4º vértice, D' y C, en cada una de las soluciones.*

### Romboide dados una diagonal, un lado, y el ángulo que forman las diagonales.

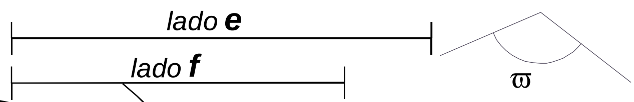


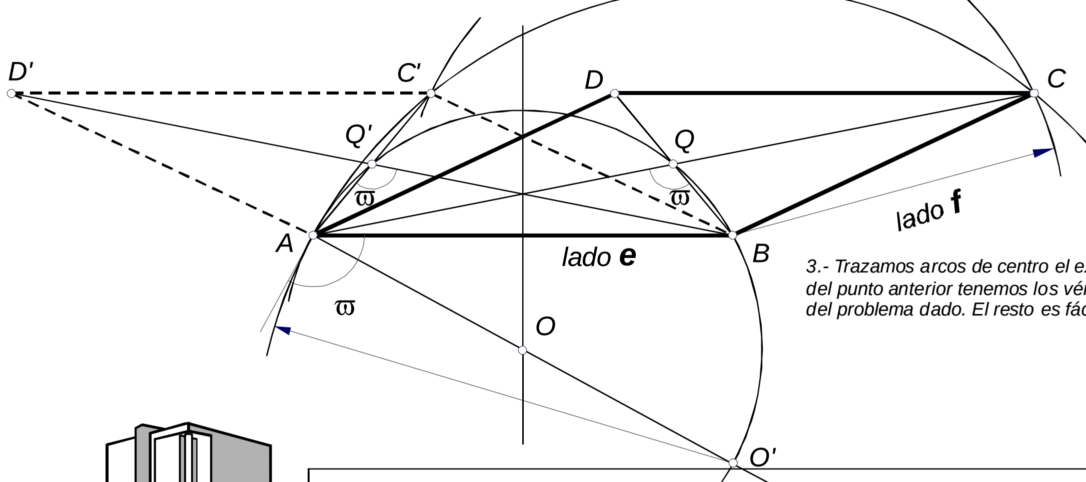

*1.- Se construye el arco capaz del ángulo que forman las diagonales y del lado dado.*
*2.- Se traza un arco de radio la mitad de la diagonal dada y centro uno de los extremos del lado, A, donde corte al arco capaz estará el centro, Q, del romboide.*




*3.- Duplicando las distancias AQ, mitad de una diagonal, y BQ, mitad de la otra diagonal, obtenemos los vértices C y D que restan para definir el romboide.*

### Romboide dados los lados, y el ángulo que forman las diagonales.



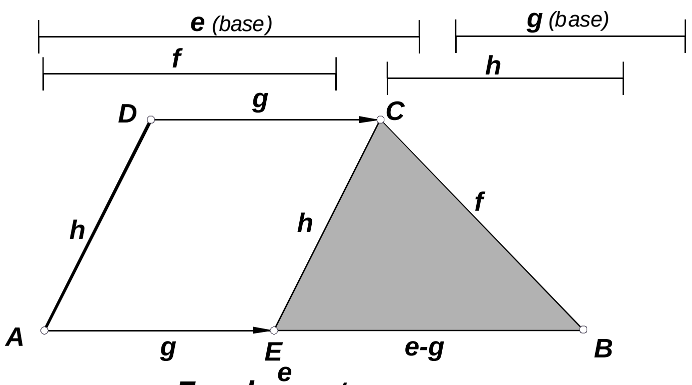




*1.- Se construye el arco capaz del ángulo que forman las diagonales y del lado **e***
*2.- Sabemos que las diagonales se cortan en su punto medio, luego sus extremos van a estar en un arco de centro el punto **O'** y radio **O'A**, siendo **O'A** el diámetro del arco capaz. (L. G. de los puntos medios de las cuerdas que parten de un punto de la circunferencia).*

*3.- Trazamos arcos de centro el extremo **B** y radio el lado **f** y donde cortan al arco del punto anterior tenemos los vértices **C** y **C'** que van a ser las dos soluciones del problema dado. El resto es fácil de deducir a la vista del dibujo..*

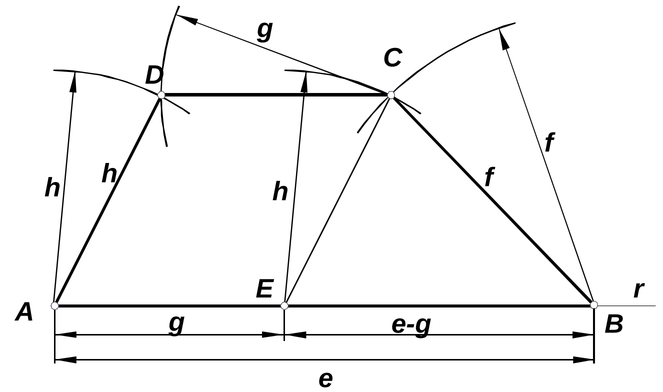
## TRAPECIOS
**para su construcción necesitaremos cuatro datos explícitos.**

### Trapecio dados los cuatro lados.




**Fundamento**

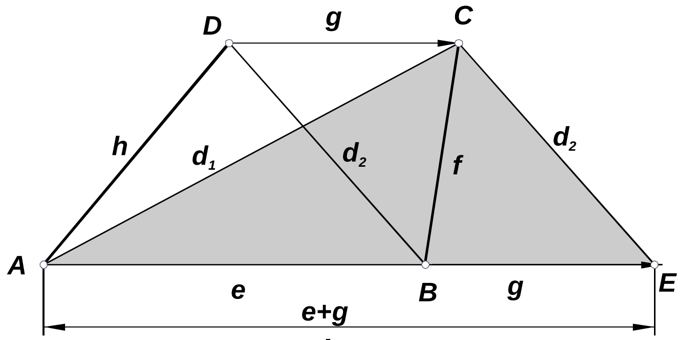
*Triángulo construido con lados: la diferencia de las bases y los otros lados del romboide.*
*Se fundamenta en una traslación de vector **g***




**Proceso**

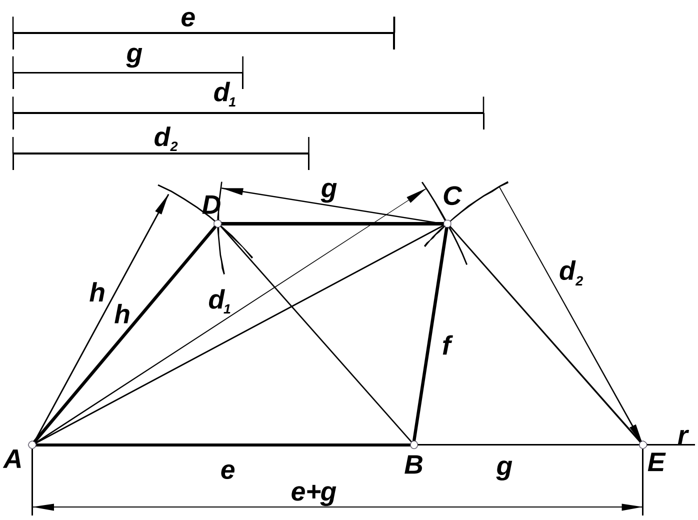
*Sobre una semirrecta, **r**, llevamos el lado **e** y el lado **g**. Construimos el triángulo **EBC** de lados, la diferencia **e-g**, el lado **f** y el lado **h**. Una vez situado el punto **C**, el punto D restante es inmediato se hallar.*

### Trapecio dadas las bases y las diagonales.




**Fundamento**

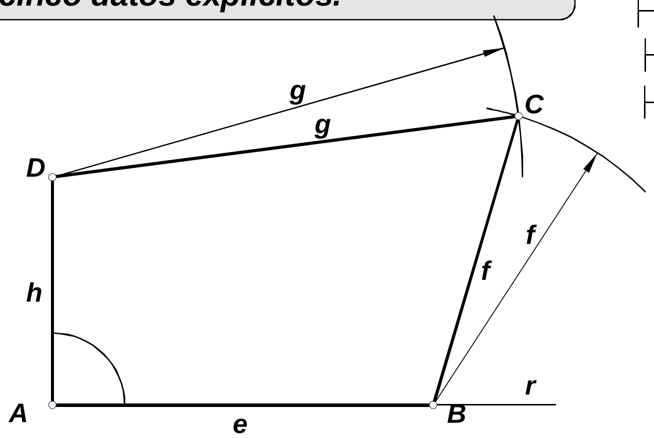
*Triángulo construido con lados: la suma de las bases y las diagonales del romboide.*
*Se fundamenta en una traslación de vector **g***



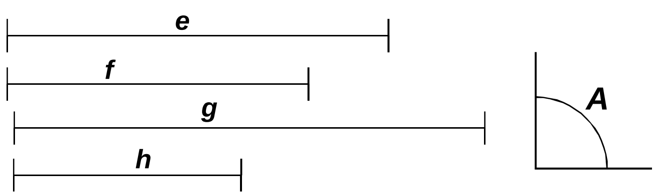

**Proceso**

*Para su construcción sobre la semirrecta, **r**, situamos el lado **e** y a continuación el lado **g** y construimos el triángulo **AEC**. Una vez situado el vértice **C,** el vértice **D** distará el lado **h** de **A** y el lado **g** de **C**.*

## TRAPEZOIDES
**para su construcción necesitaremos cinco datos explícitos.**



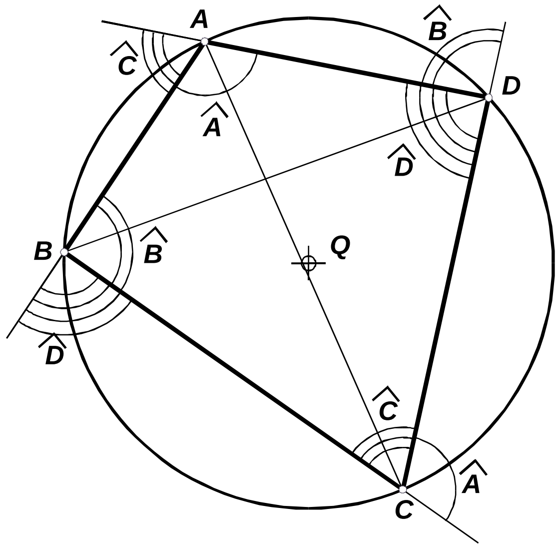

### Trapezoide dados los lados y un ángulo.




*Sobre la semirrecta, **r**, llevamos el lado **e** y el ángulo **A**, dados.*
*Situados los vértices **B** y **D**, el vértice restante, **C**, distará el lado **f** del **B** y el lado **g** del vértice **D**.*

# CUADRILÁTEROS
## y la CIRCUNFERENCIA

### CUADRILÁTEROS INSCRIPTIBLES
### CIRCUNFERENCIA CINCUNSCRITA

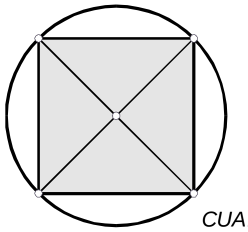



*Para que un **cuadrilátero** sea **INSCRIPTIBLE** en una circunferencia (sus vértices están en una circunferencia), es necesario que sus ángulos opuestos sean **SUPLEMENTARIOS**, esto es:*

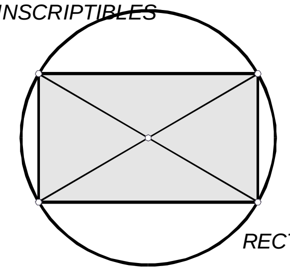
$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180º$$

*Son **ángulos inscritos** en la circunferencia que se apoyan en la misma cuerda, diagonales **BD** y **AC**, respectivamente, sus **centrales** correspondientes suman **360º** y los ángulos **inscritos 180º**.*

*PARALELOGRAMOS INSCRIPTIBLES*

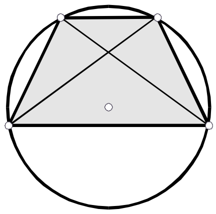


*CUADRADO*



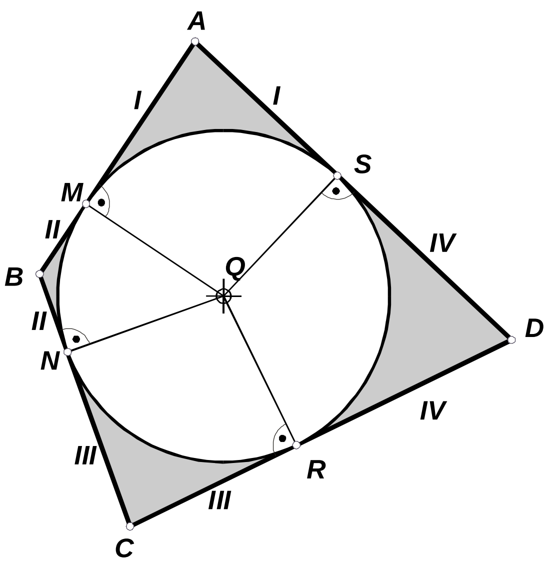
*RECTÁNGULO*

*TRAPECIOS INSCRIPTIBLES*



*TRAPECIO ISÓSCELES*

### CUADRILÁTEROS CIRCUNSCRIPTIBLES
### CIRCUNFERENCIA INSCRITA




*Para que un **cuadrilátero** sea **CIRCUNSCRIPTIBLE** en una circunferencia (sus lados son tangentes a una circunferencia), es necesario que la suma de las longitudes de sus lados opuestos sea igual, esto es:*

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$$

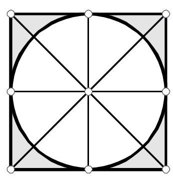
***Esto se fundamenta en que los segmento de tangente trazados desde un punto a la circunferencia son iguales. En la figura hemos descompuesto cada lado en dos segmentos, desde cada vértice al punto de tangencia, así tenemos:***

$$\overline{AB} = I + II$$
$$\overline{CD} = III + IV$$
$$\overline{BC} = II + III$$
$$\overline{AD} = I + IV$$

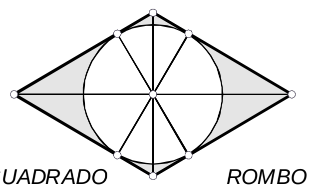
***si lo sustituimos en la igualdad anterior se cumple que:***

$$I + II + III + IV = II + III + I + IV$$

*PARALELOGRAMOS CIRCUNSCRIPTIBLES*

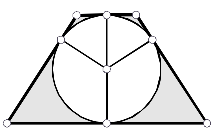


*CUADRADO*

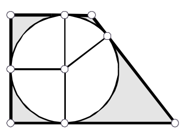


*ROMBO*

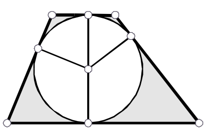
*TRAPECIOS QUE PUEDEN SER CIRCUNSCRIPTIBLES*



*TRAPECIO ISÓSCELES*



*TRAPECIO RECTÁNGULO*



*TRAPECIO ESCALENO*