11 Objectes estructurals

11.119 Energia potencia. Estructura hiperestàtica. Paraboloide

Es tracta d'una estructura composta per tres fils o barres O-A, O-B i O-C amb articulacions en els punts A, B, C i O. El fil O-B és vertical i el O-A i O-B formen angles α i β respectivament amb la vertical. Únicament es dona una càrrega P, gravitatòria, de forma que els tres fils es troben traccionats. La magnitud A-C és la longitud l i la O-B, l'altura h. La càrrega P es troba en un punt lliscant, però la geometria de l'estructura es defineix amb els punts mòbils A, C i O (fig. 11.270). El principal problema radica en saber les forces que la carrega P provoca a cadascun dels fils i el desplaçament del punt O. Però aquesta qüestió ja està resolta a les aplicacions 10.15

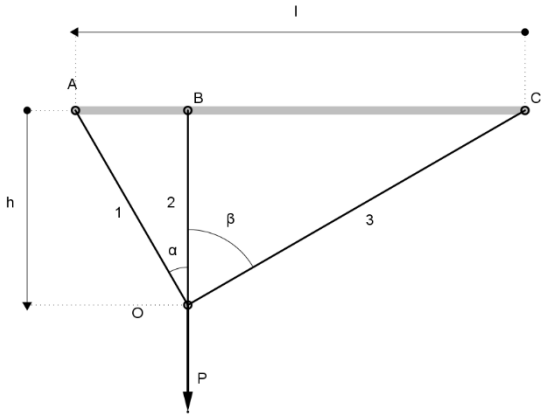


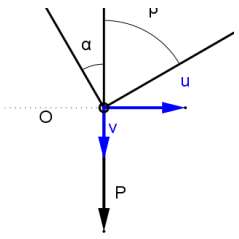
Fig. 11.270

i 11.109. Per tant, no seran objecte de càlcul. *L'objectiu de la present aplicació és trobar l'energia potencial de l'estructura i observar com la representació gràfica d'aquesta és un paraboloide.*

El procés de càlcul s'ha escrit a la segona finestra gràfica de l'aplicació. És el següent:

.1 Una energia potencial és la que es crea en un punt quan es troba traslladat per una força. És per tant, el producte d'una forçà per una distància. En el nostre cas, el punt que es trasllada és l'O i la força que ho fa possible és P. Però el desplaçament modifica la longitud de les barres. En primer lloc, caldrà calcular la longitud de les barres quan P= 0. La longitud de les barres O-A, O-B i O-C serà l1, l2 i l3, que es troben a la segona pantalla gràfica.

.2 Per calcular la deformació de les barres δ1, δ2 i δ3, no es podrà fer en el sistema de referència global de l'estructura, sinó en un sistema local definit pel punt O (fig. 11.271). Aquest tindrà un moviment segons l'eix de les x, u i segons el de les y, v. Vindran referenciats de la següent manera:



Barra 1. δ1= cos(α)·v+sin(α)·u
Barra 2. δ2= 1·v+0·u
Barra 3. δ3= cos(β)·v-sin(β)·u

Fig. 11.271

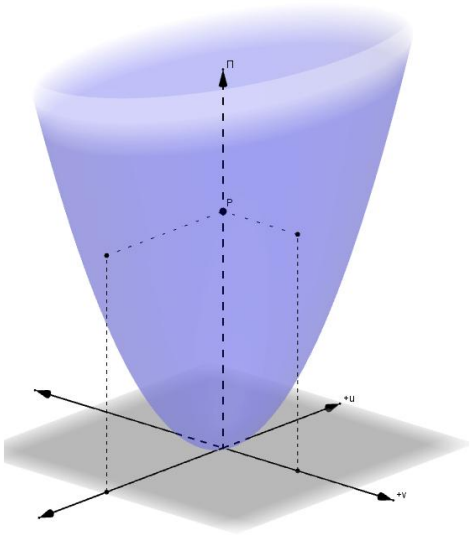
.3 L'energia potencial Ui de deformació d'una barra i s'expressa com $Ui= E \cdot A \cdot \delta i^2/(2 \cdot li)$ sent:

.E el mòdul de deformació del material de la barra. En el nostre cas, totes les barres estan compostes pel mateix material.
·A la secció de les barres. De la mateixa manera, totes les barres tenen la mateixa secció.
·δi és la deformació de la barra i.
·li és la longitud inicial de la barra i.

.4 L'energia potencial de deformació del conjunt de l'estructura U serà la suma de les energies de deformació de les barres que la componen. U= ΣUi.

.5 L'energia potencial de deformació també la conforma el conjunt de forces exteriors i els seus desplaçaments. En el nostre cas, únicament existeix una força. Serà H= -P·v.

.6 L'energia potencial de deformació total del sistema serà la suma de les dues anteriors: Π= U+H.



.7 L'energia potencial de deformació total del sistema Π té la següent expressió $\Pi = k1 \cdot v^2 + k2 \cdot u^2 + k3 \cdot u \cdot v - k4 \cdot v$ on k1...k4 es troben calculats en el full de càlcul de la pròpia aplicació i també s'exposen a la segona pantalla gràfica. La representació gràfica de la expressió anterior és un paraboloide, tal com es veu a la figura 11.272. El punt P que es mou sobre l'eix Π defineix unes coordenades u i v. Tindrem, per a cada valor de l'energia de deformació total del sistema Π, un valor dels desplaçaments u i v del punt O. Però aquests no tenen per què correspondre al valor de P assignat en el punt lliscant.

Fig. 11.272

Per a l'elaboració d'aquesta aplicació s'ha utilitzat el llibre '*Mecánica de Estructuras*' escrit per Miguel Cervera Ruiz i Elena Blanco Díaz i publicat per CIMNE. *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingenieria* i imprès per *Dsignum* el 2014. Aquí es pot trobar la teoria utilitzada i l'exemple que s'ha seguit en l'aplicació.