

Het begrip afgeleide

www.karelappeltans.be

August 18, 2020

1 herhaling rico van een rechte

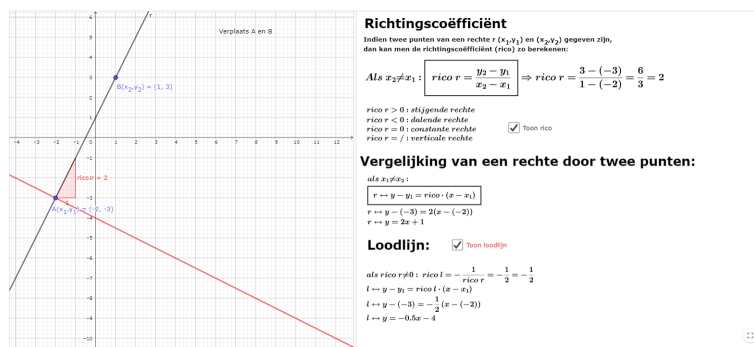


Figure 1: <https://www.geogebra.org/m/V6dh2XPP>

2 gemiddelde verandering over een interval

2.1 begripsvorming

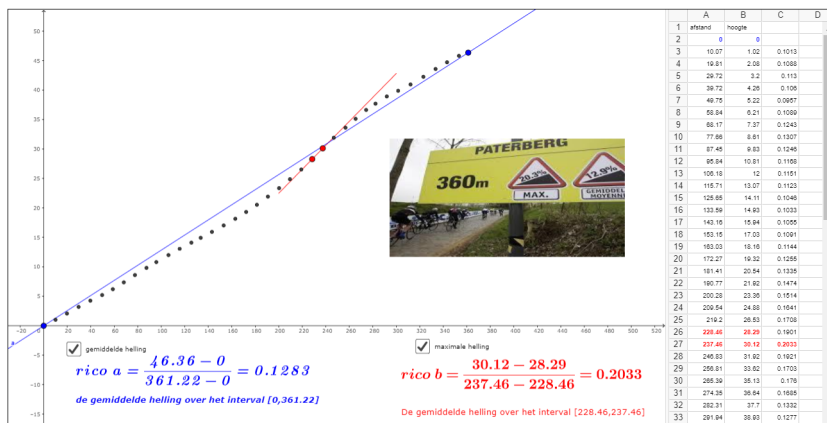


Figure 2: <https://www.geogebra.org/m/Bt3aCMHz>

2.2 Definitie

De gemiddelde verandering van een continue functie f over het interval $[a, b]$:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

M.a.w. dit is de rico van de rechte door de punten $P(a, f(a))$ en $Q(b, f(b))$

3 ogenblikkelijke verandering in een punt

3.1 Definitie afgeleide in een punt

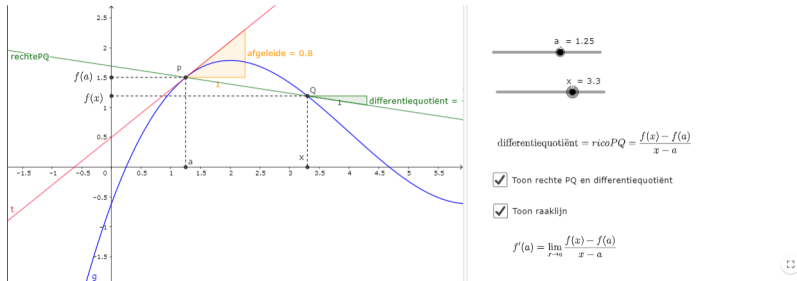


Figure 3: <https://www.geogebra.org/m/NGkF3XS6>

3.2 Berekening f'(a) met behulp van definitie

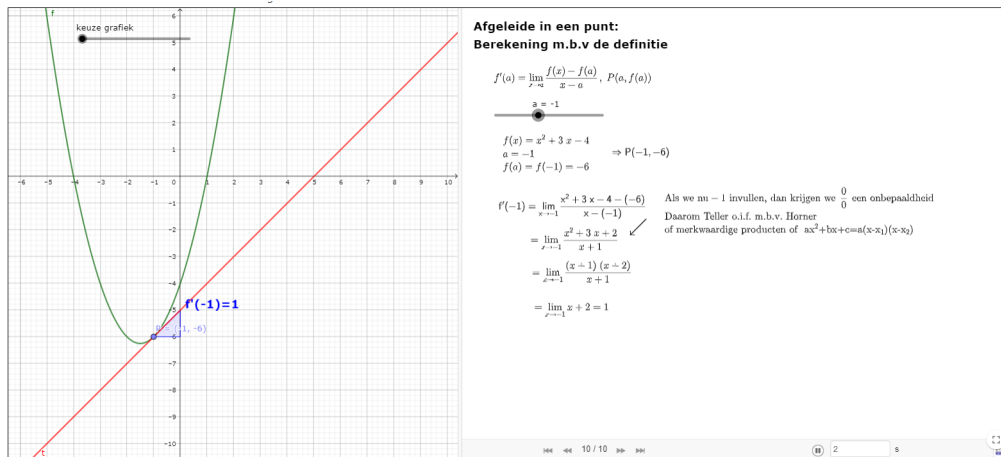


Figure 4: <https://www.geogebra.org/m/NGkF3XS6>

4 Rekenregel voor $x^n, n \in \mathbb{Q}$

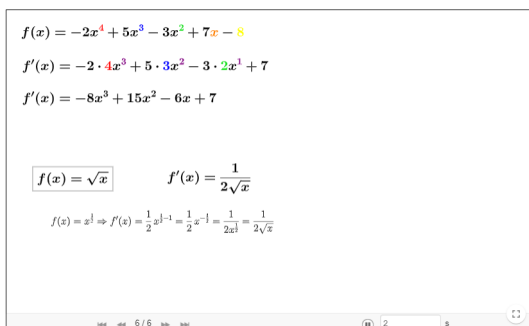


Figure 5: <https://www.geogebra.org/m/zdynkwv5>

5 Vergelijking raaklijn

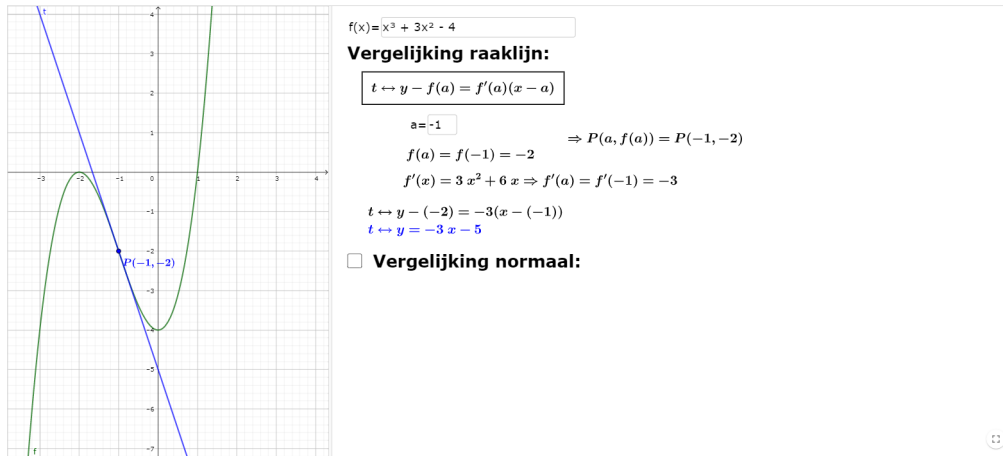


Figure 6: <https://www.geogebra.org/m/EscjM2Rh>

6 lineaire benadering

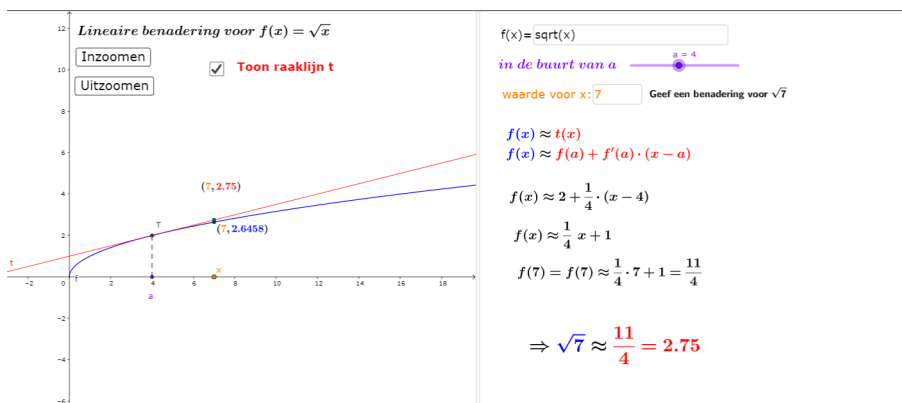


Figure 7: <https://www.geogebra.org/m/NwZHM6eQ>

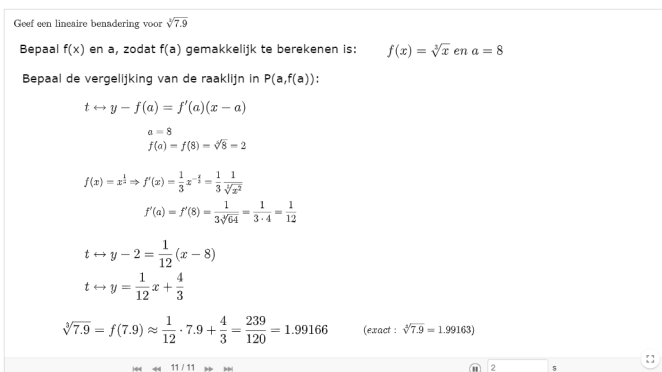


Figure 8: <https://www.geogebra.org/m/NwZHM6eQ>

7 afgeleide functie of hellingsfunctie

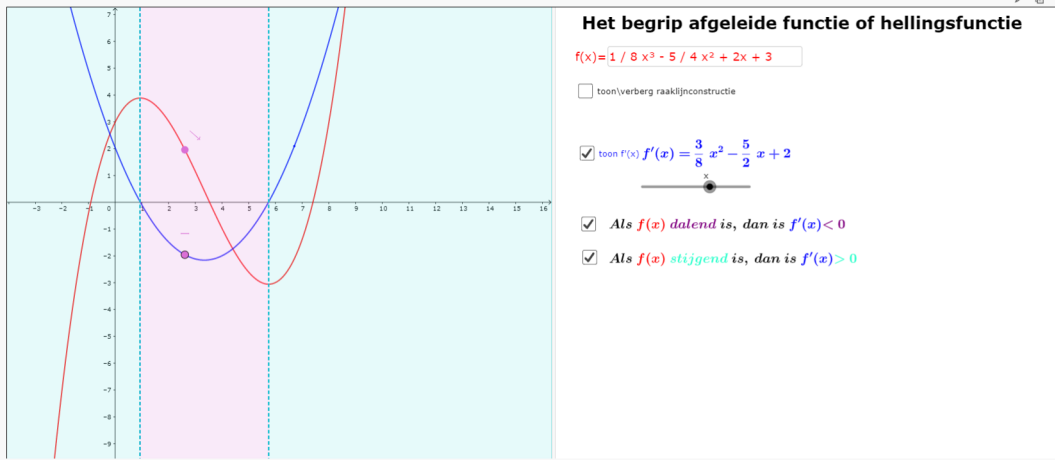


Figure 9: <https://www.geogebra.org/m/dWqwC5qd>

8 tweede afgeleide

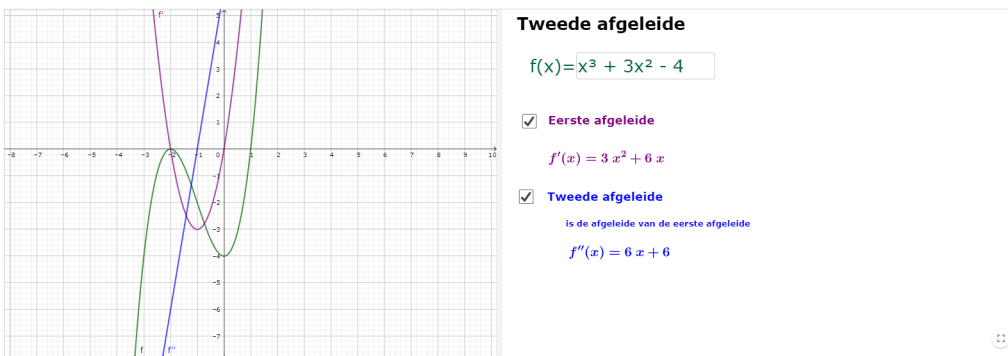


Figure 10: <https://www.geogebra.org/m/qt9vwxqv>

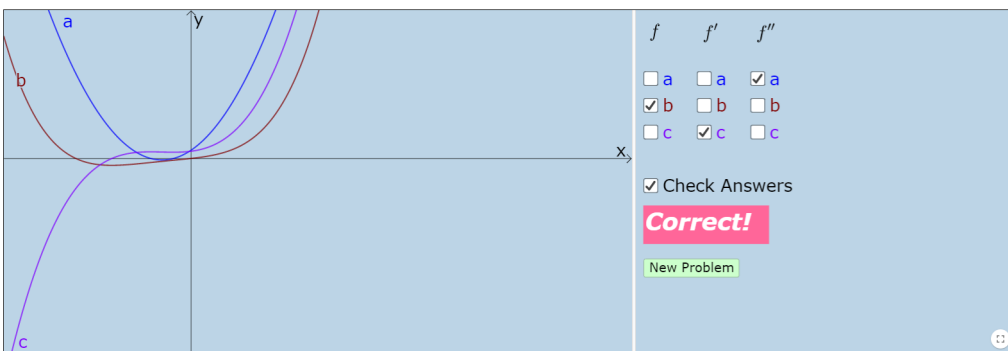


Figure 11: <https://www.geogebra.org/m/qt9vwxqv>

9 toepassingen uit de fysica

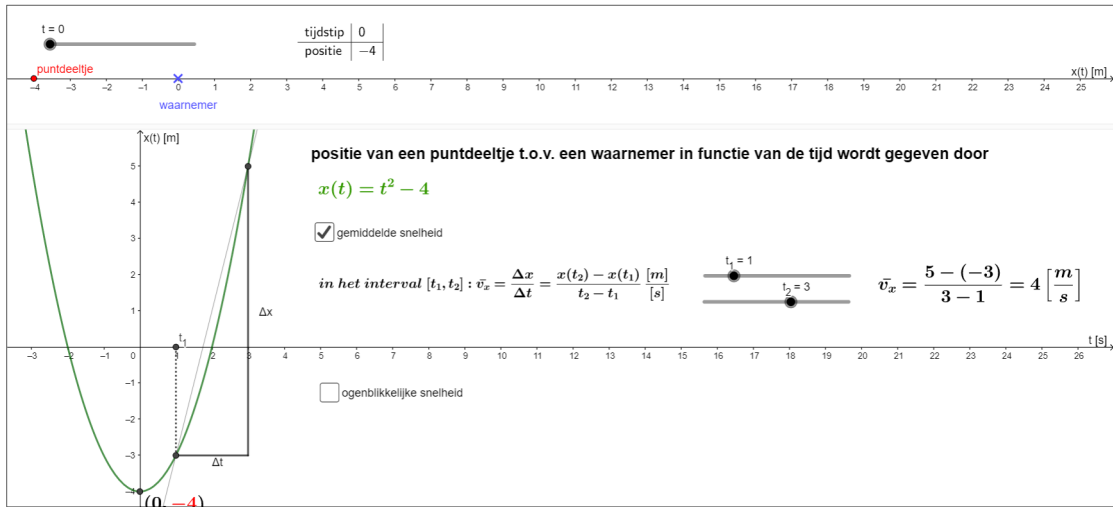


Figure 12: <https://www.geogebra.org/m/nsGgY8T3>

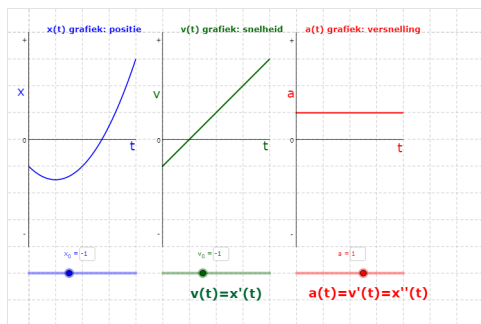


Figure 13: <https://www.geogebra.org/m/nsGgY8T3>

10 Niet alle functies zijn overal afleidbaar

10.1 verticale raaklijn

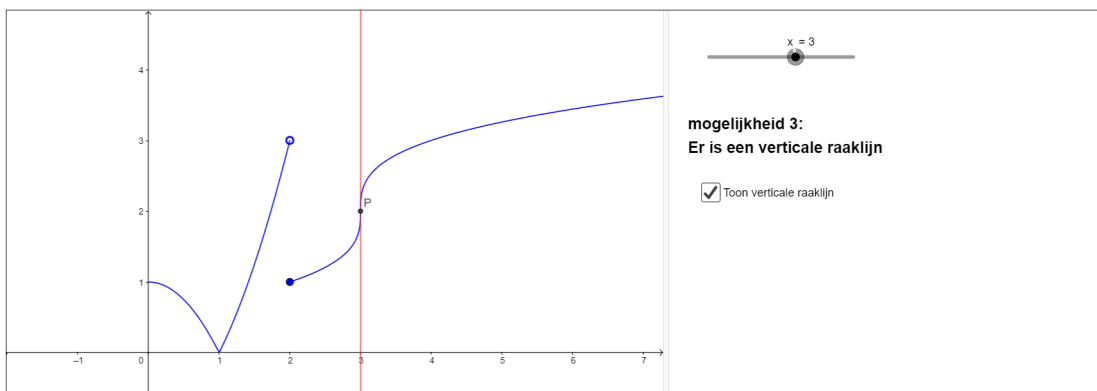


Figure 14: <https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn>

10.2 linkerafgeleide is verschillend van rechterafgeleide

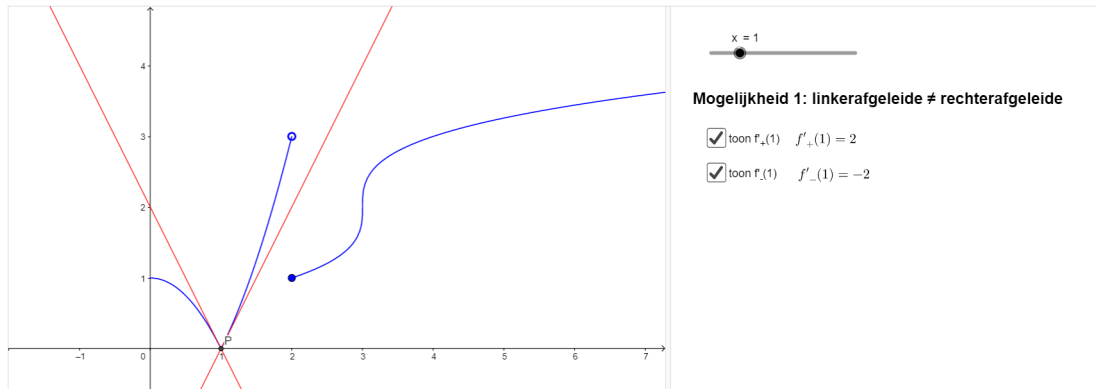


Figure 15: <https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn>

10.3 niet continu

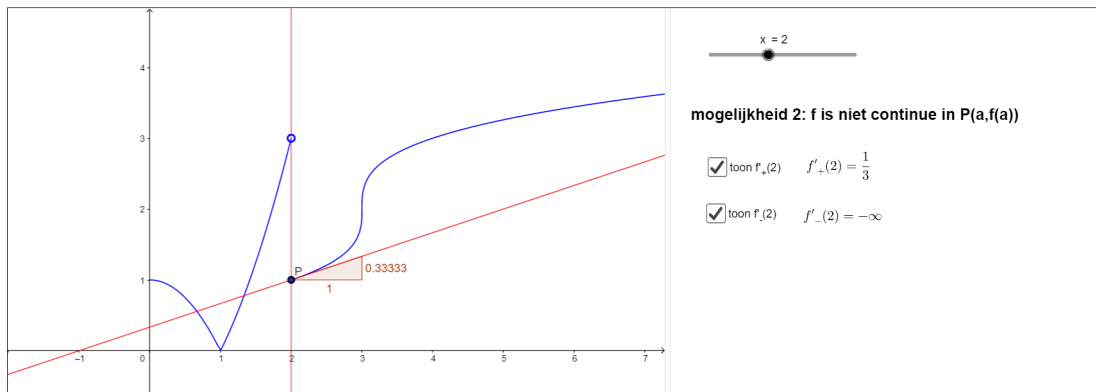


Figure 16: <https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn>

10.4 oefeningen

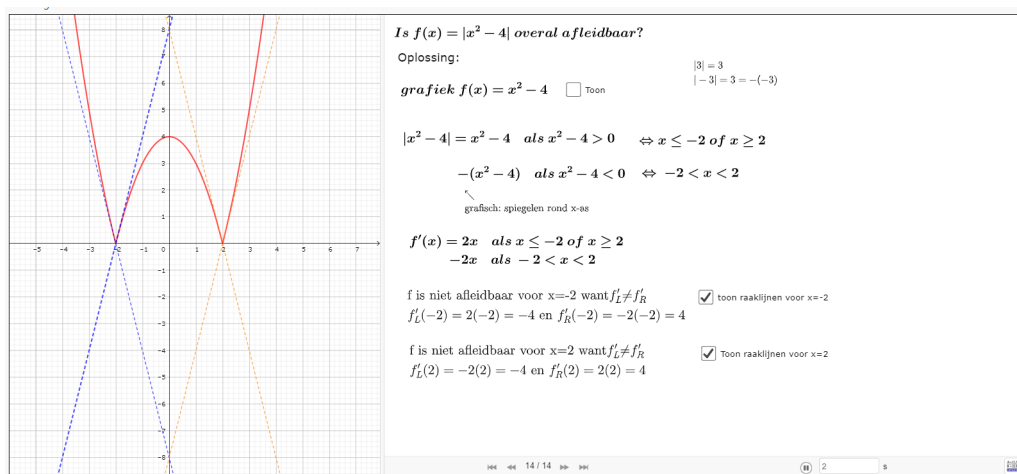


Figure 17: <https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn>

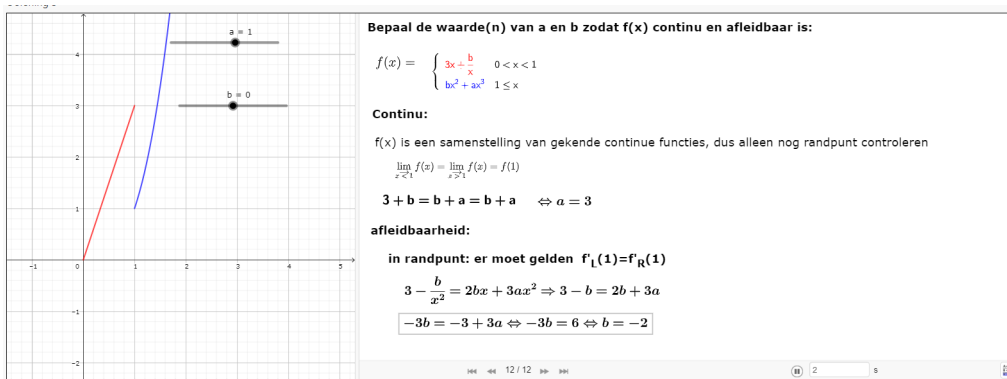


Figure 18: <https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn>

11 continuïteit en afgeleide

Continuïteit en afgeleide

Als f continu is in een interval I , dan is f ook afleidbaar in I

Fout: neem bijv $f(x) = |x^2 - 1|$

Als f afleidbaar is in een interval I , dan is f ook continu in dat interval I

juist, bewijs:

geg: $a \in I$ $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ bestaat

TD: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Bewijs: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - f(a) + f(a)$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot (x - a) + f(a)$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot \lim_{x \rightarrow a} (x - a) + f(a)$$

$$= f'(a) \cdot \lim_{x \rightarrow a} (x - a) + f(a)$$

$$= f'(a) \cdot 0 + f(a) = f(a)$$

Figure 19: <https://www.geogebra.org/m/xqp6dj2p>

12 alternatieve notaties

Voorbeeld: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

Notatie 1: $f'(x) = 3x^2 + 6x$

Notatie 2: $Df(x) = D(x^3 + 3x^2 - 4) = 3x^2 + 6x$

Notatie 3: $\frac{df(x)}{dx} = \frac{d(x^3 + 3x^2 - 4)}{dx} = 3x^2 + 6x$