



Actividad base HT2

Juan David Ospina Giraldo
Isabella Naranjo
Santiago Echeverry

Pregunta Guía

Ley de torricelli

Guiaremos nuestros experimentos con el fin de entender que tanto afectan la geometría del envase y el radio del agujero a nuestro modelo.

Calentamiento y Enfriamiento

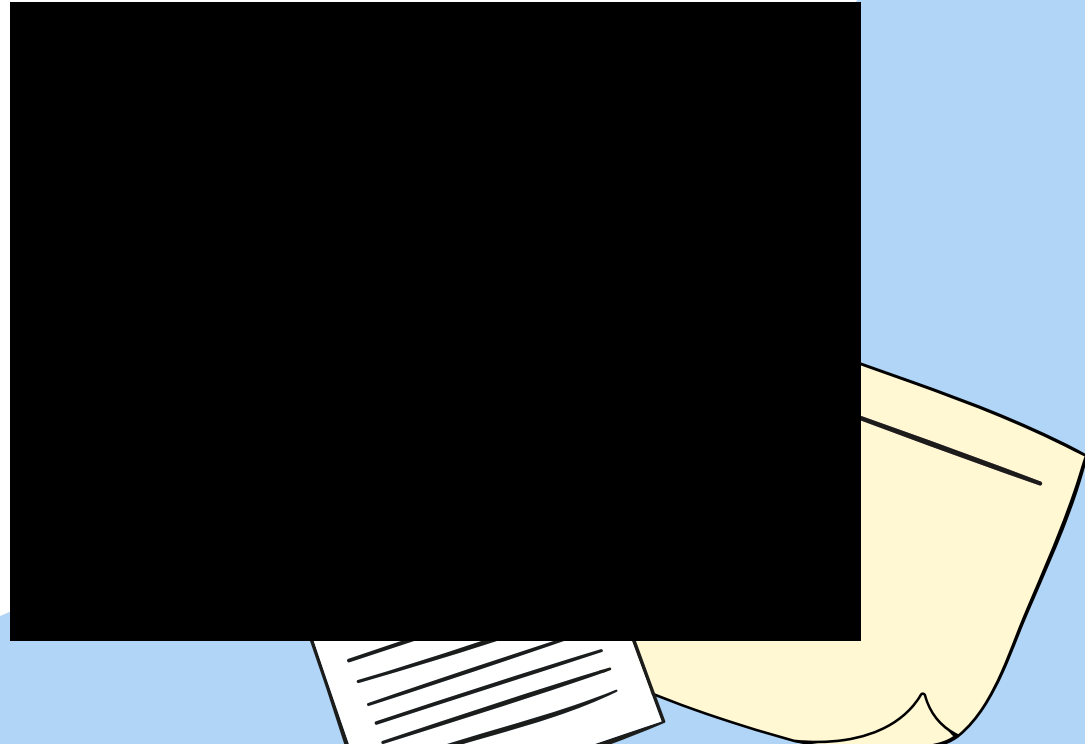
Cómo es la relación entre los resultados del modelo teórico con el modelo experimental y que tan aproximados son estos resultados.

Mezclas

El fin de este experimento es entender que tanto afectan la geometría del envase, el radio del agujero y la combinación entre dos sustancias a nuestro modelo.



Esperimento de torricelli



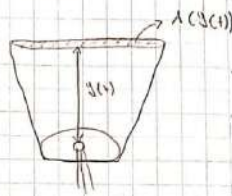
Ley de Torricelli:

$$\checkmark A(y(t)) \frac{dy(t)}{dt} = -k \sqrt{y(t)}$$

área transversal del fluido
↓
depende de la altura

↳ tasa de cambio de la altura en el tiempo

$$k = a \sqrt{2g}$$



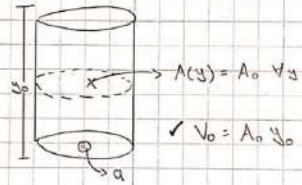
Formula $\rightarrow A(y) \frac{dy}{dt} = -k \sqrt{y}$

57) \checkmark tanque cilíndrico

$$\checkmark y(T) = 0$$

altura minutos

$$\checkmark y(0) = y_0$$



$$\rightarrow A(y) \frac{dy}{dt} = -k \sqrt{y}$$

$$A_0 \frac{dy}{dt} = -k \sqrt{y}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = \frac{-k dt}{A_0} \rightarrow \int y^{-1/2} dy = \int B dt$$

$$2\sqrt{y} = Bt + C$$

$$2\sqrt{y} = Bt + 2\sqrt{y_0}$$

$$2\sqrt{y} = \frac{-2\sqrt{y_0}}{T} t + 2\sqrt{y_0}$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{y_0} - \sqrt{y_0} \frac{t}{T}$$

* $y(0) = y_0$
 $2\sqrt{y_0} = B(0) + C$
 $2\sqrt{y_0} = C$

* $y(T) = 0$
 $2\sqrt{0} = BT + 2\sqrt{y_0}$
 $\frac{-2\sqrt{y_0}}{T} = B$

Ley de Torricelli

Durante el desarrollo de la hoja de trabajo logramos construir un modelo de la ley de torricelli simplificado ya que los cilindros tienen área transversal constante.

$$\sqrt{y} = \sqrt{y_0} \left(1 - \frac{t}{T}\right) \rightarrow y(t) = y_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$$

$$A_0 y = A_0 y_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$$

$$V(t) = V_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$$

Ley de Torricelli

Experimento # 1

Hoja de trabajo # 2.

Actividad Base = Experimentos

1.2) Ley de Torricelli

⇒ Recipiente #1

$$y(t) = y_0 \left(1 - \frac{t}{T} \right)^2$$

$$A_0 y(t) = A_0 y_0 \left(1 - \frac{t}{T} \right)^2$$

$$V(t) = V_0 \left(1 - \frac{t}{T} \right)^2$$



$$V(t) = 1000 \text{ ml} \left(\frac{1 - t}{91} \right)^2$$

Datos tomados en su respectivo tiempo:

$$V(0) = 1000 \text{ ml}$$

$$V(10) = 850 \text{ ml}$$

$$V(20) = 670 \text{ ml}$$

$$V(30) = 530 \text{ ml}$$

$$V(40) = 410 \text{ ml}$$

$$V(50) = 310 \text{ ml}$$

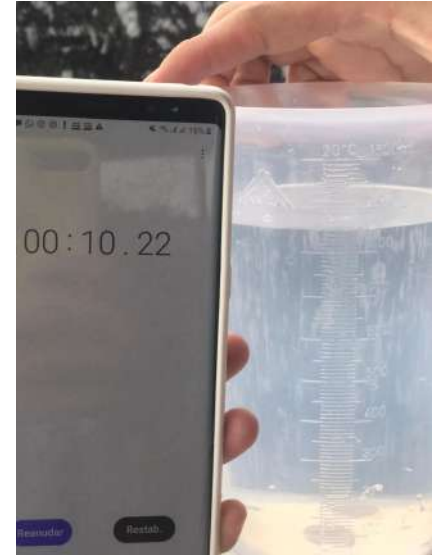
$$V(60) = 230 \text{ ml}$$

$$V(70) = 160 \text{ ml}$$

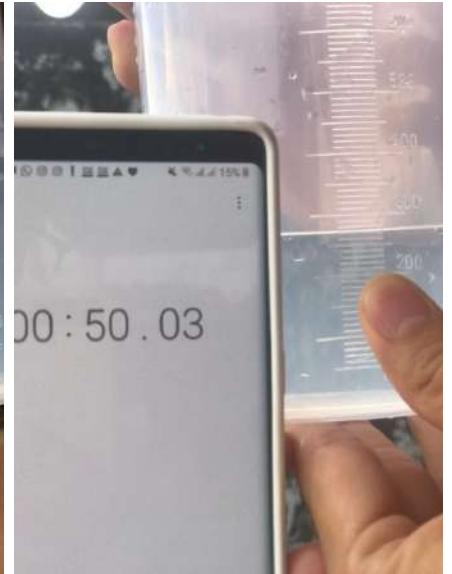
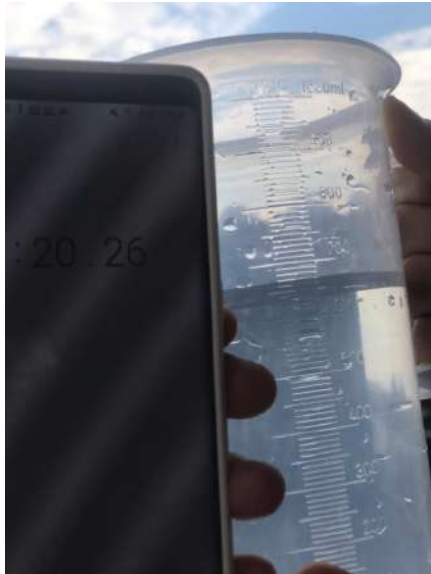
$$V(80) = 100 \text{ ml}$$

$$V(91) = 0$$

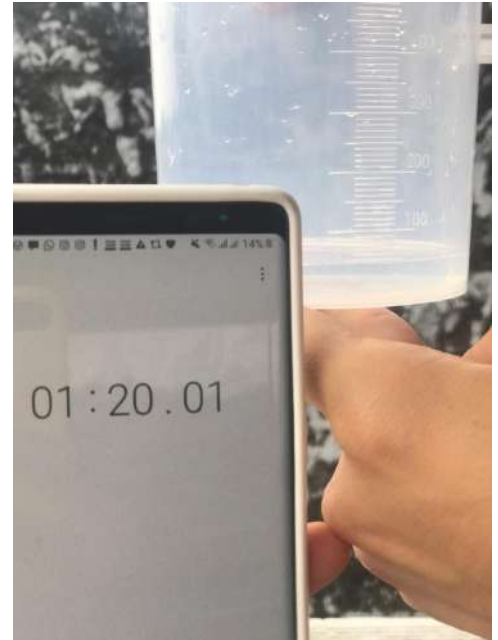
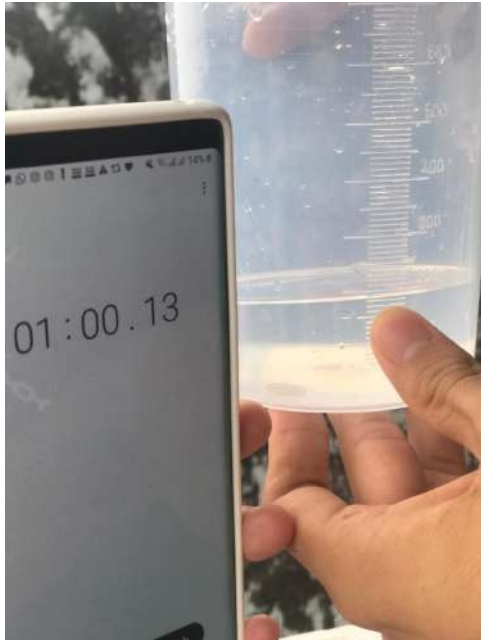
Paso a paso torricelli



Paso a paso torricelli

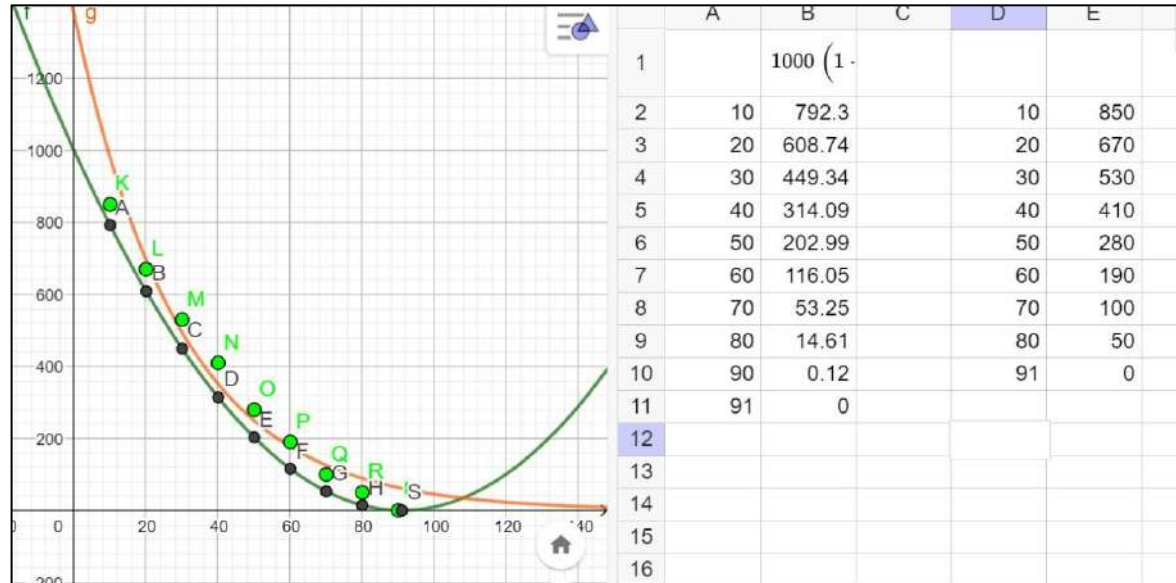


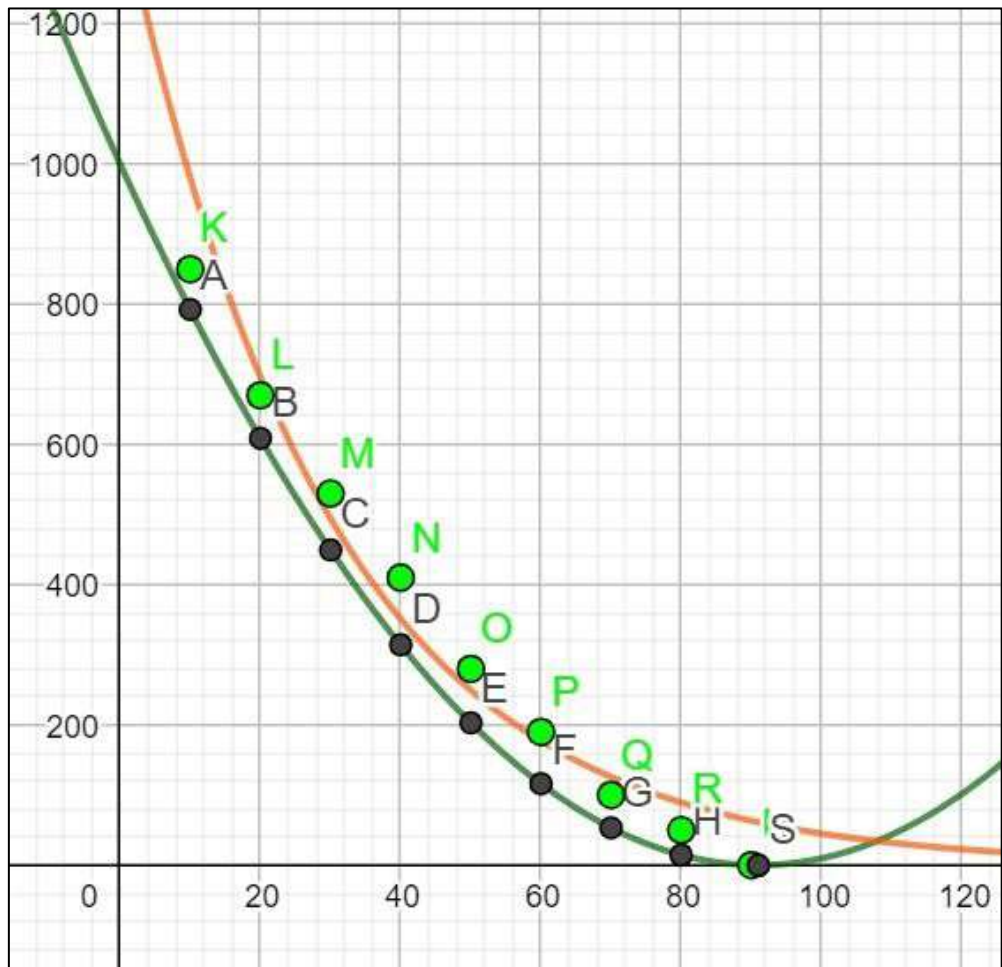
Paso a paso torricelli



Gráficas

Aquí encontramos la gráfica de torricelli graficada en geogebra, la curva verde es la teórica y los puntos verdes es la experimental.



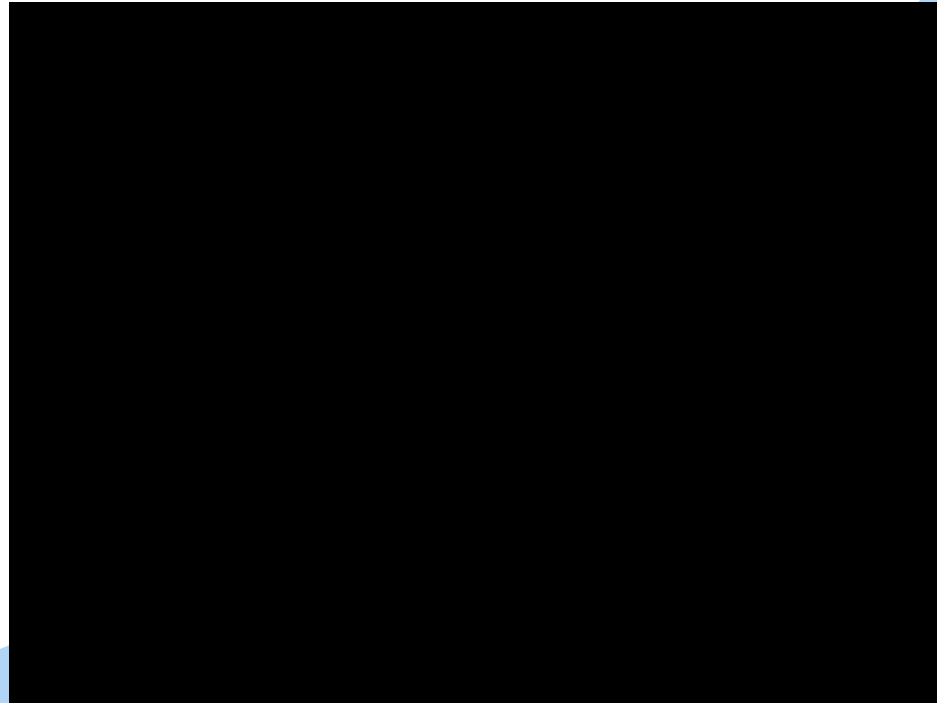


Error absoluto

A continuación se calcula el error absoluto de las mediciones comparando los datos teóricos y experimentales

Dato teorico	Dato experimental	Error absoluto (\pm)
792.3	850	-57.7
608.74	670	-61.26
449.34	530	-80.66
314.09	410	-95.91
202.99	280	-77.01
116.05	190	-73.95
53.25	100	-46.75
14.61	50	-35.39
0.12	0	0.12

Esperimento torricelli 2

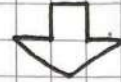


Ley de Torricelli

Experimento # 2

Recipiente # 2

$$V(t) = V_0 \left(1 - \frac{t}{T} \right)^2$$



$$V(t) = 1000 \text{ ml} \left(1 - \frac{t}{24} \right)^2$$

Datos tomado en un respectivo tiempo:

$$V(0) = 1000 \text{ ml}$$

$$V(5) = 670 \text{ ml}$$

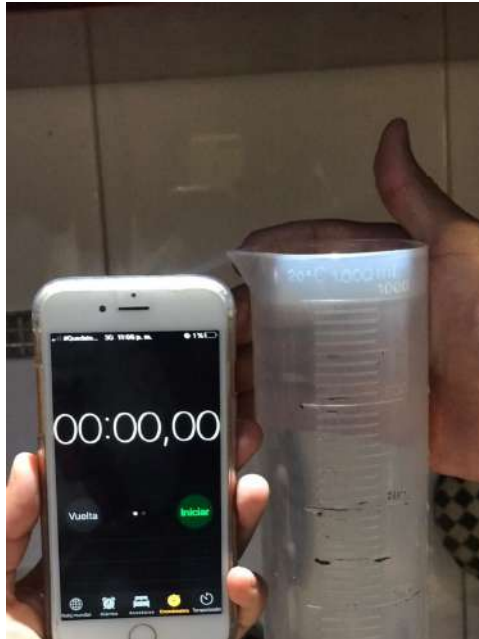
$$V(10) = 380 \text{ ml}$$

$$V(15) = 170 \text{ ml}$$

$$V(20) = 40 \text{ ml}$$

$$V(24) = 0$$

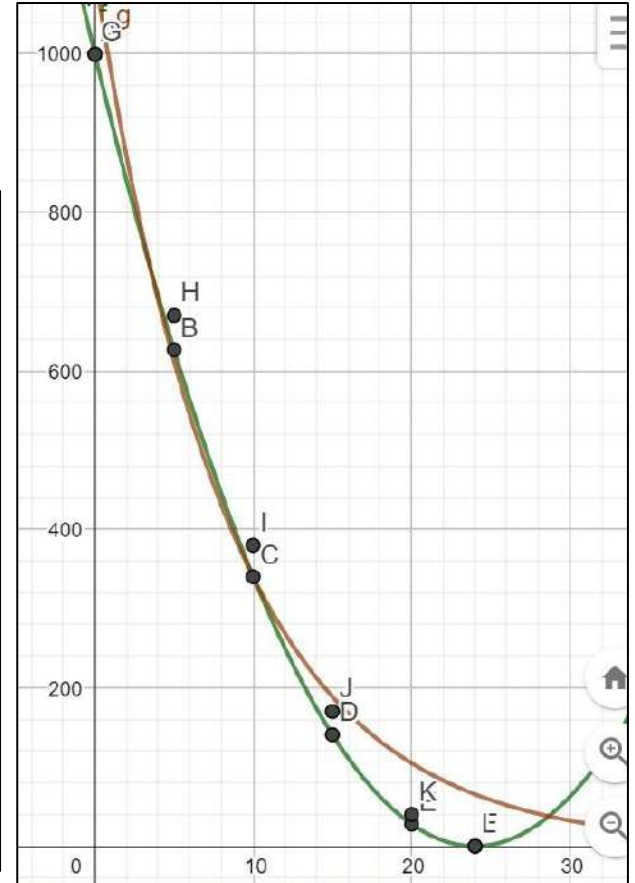
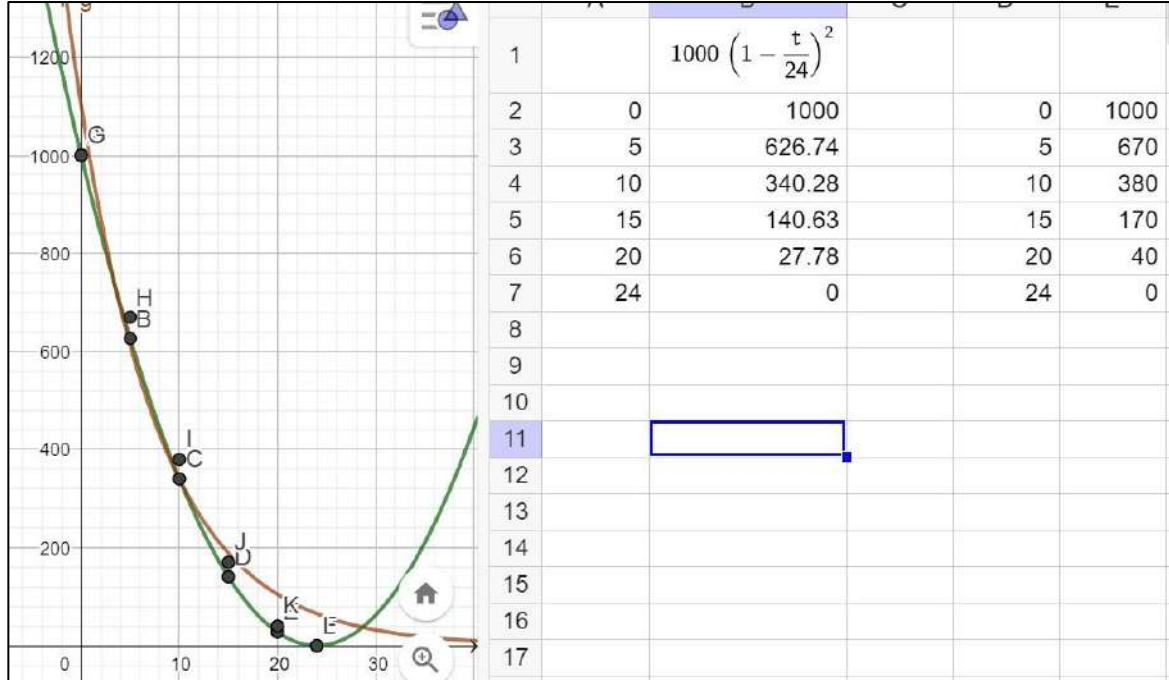
Paso a paso torricelli 2



Paso a paso torricelli 2



Gráficas

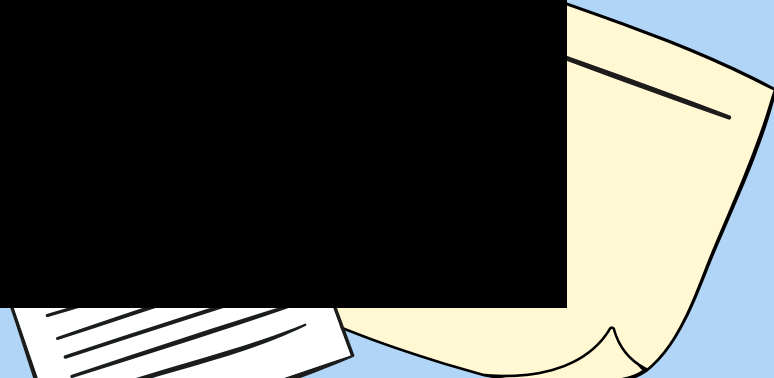


Error absoluto

A continuación se calcula el error absoluto de las mediciones comparando los datos teóricos y experimentales

Dato teorico	Dato experimental	Error absoluto
1000	1000	0
626.74	670	-43.26
340.28	380	-39.72
140.63	170	-29.37
27.78	40	-12.22
0	0	0

Enfriamiento



Modelo de Enfriamiento

Durante el desarrollo de la hoja de trabajo uno de los puntos nos permitió construir un modelo general para los experimentos de calentamiento y enfriamiento

65) Ley de Newton

$$\frac{dT}{dt} = k(A - T(t))$$

• A: Temp del medio ambiente

$$\rightarrow \frac{dT}{(A-T)} = k dt \rightarrow \int \frac{dT}{A-T} = \int k dt$$

$$-\ln|A-T| = kt + C$$

$$\rightarrow \ln|A-T| = -kt + B$$

$$\bullet u = A - T$$

$$du = -dT$$

$$\bullet -C = B$$

✓ Supongamos que la temp. inicial del cuerpo era $T(0) = T_0$

$$\ln|A-T_0| = -k(0) + B$$

$$\ln|A-T_0| = B$$

$$\rightarrow \ln|A-T| = -kt + \ln|A-T_0|$$

$$\ln|A-T| - \ln|A-T_0| = -kt \rightarrow \ln \left| \frac{A-T}{A-T_0} \right| = -kt$$

$$\ln \left(\frac{A-T}{A-T_0} \right) = -kt \rightarrow e^{\ln \left(\frac{A-T}{A-T_0} \right)} = e^{-kt}$$

$$\frac{A-T}{A-T_0} = e^{-kt} \rightarrow A-T = (A-T_0) e^{-kt} \rightarrow -T = (A-T_0) e^{-kt} - A$$

$$\checkmark T(t) = A - (A-T_0) e^{-kt} \rightarrow \text{Modelo general}$$

Modelo de Enfriamiento

Modelo de Enfriamiento

$$T(t) = \underbrace{A}_{\text{temp. medio ambiente}} - (A - \underbrace{T_0}_{\text{temp inicial}}) e^{-kt}$$

- $T(0) = 86$
- $A = 25$

$$\left. \begin{array}{l} T(t) = 25 - (25 - 86) e^{-kt} \\ T(t) = 25 + 61 e^{-kt} \end{array} \right\}$$

✓ Inicialmente podemos calcular el valor k para cada dato, pero teóricamente esto es muy aproximado a los resultados por separado

- $T(5) = 65 \rightarrow 65 = 25 + 61 e^{-k \cdot 5} \rightarrow k = -\frac{1}{5} \ln\left(\frac{30}{61}\right)$
- $T(10) = 55 \rightarrow 55 = 25 + 61 e^{-k \cdot 10} \rightarrow k = -\frac{1}{10} \ln\left(\frac{30}{61}\right)$
- $T(15) = 50 \rightarrow 50 = 25 + 61 e^{-k \cdot 15} \rightarrow k = -\frac{1}{15} \ln\left(\frac{30}{61}\right)$

Entonces tomaremos uno de esos al azar y ese será nuestro valor k para el modelo de enfriamiento de nuestro experimento

$$\rightarrow T(t) = 25 + 61 e^{\left(\frac{1}{5} \ln\left(\frac{30}{61}\right)\right) t}$$

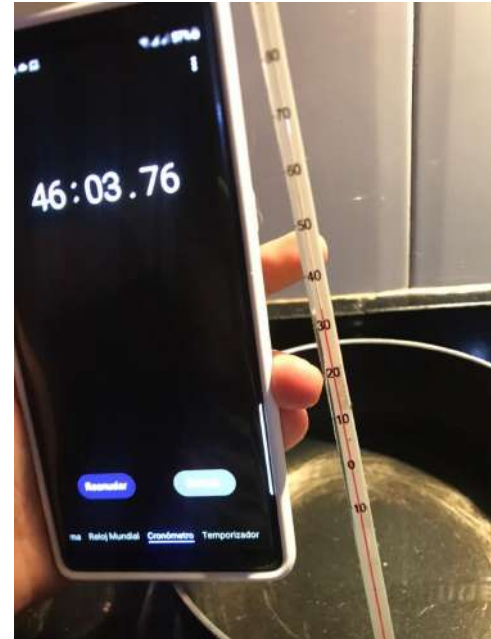
Paso a paso enfriamiento



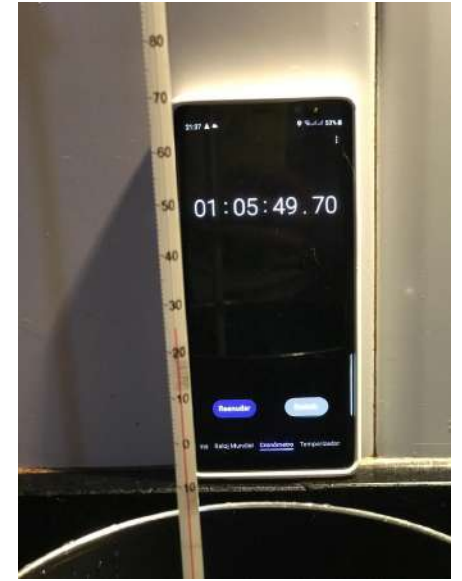
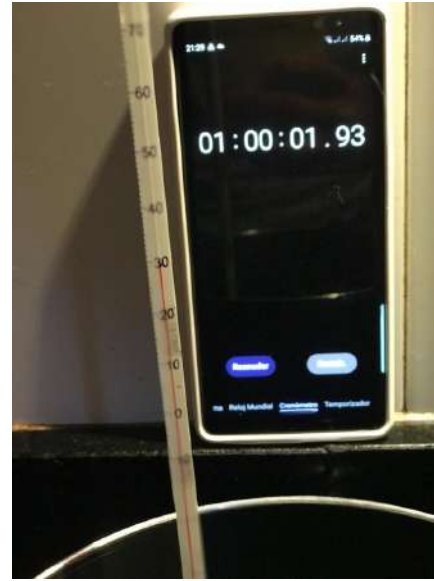
Paso a paso enfriamiento



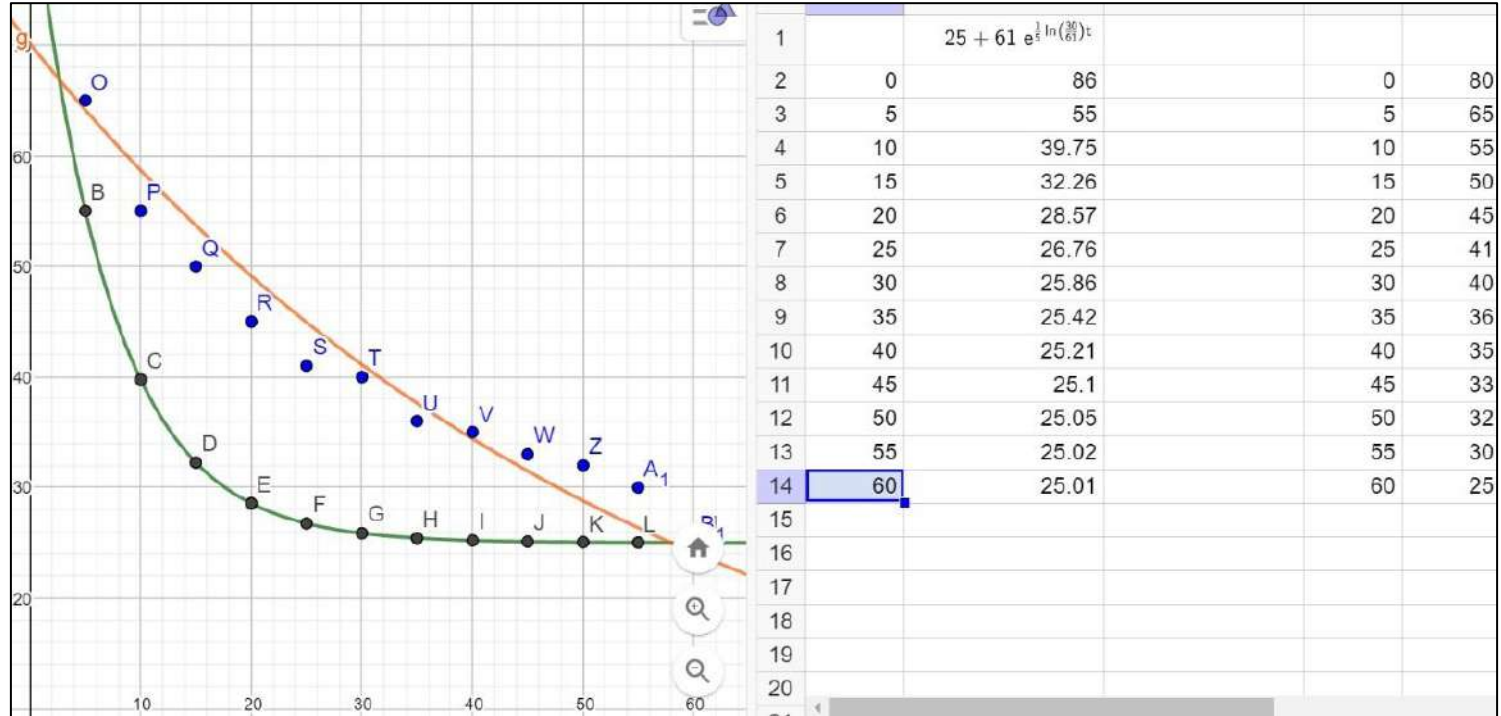
Paso a paso enfriamiento

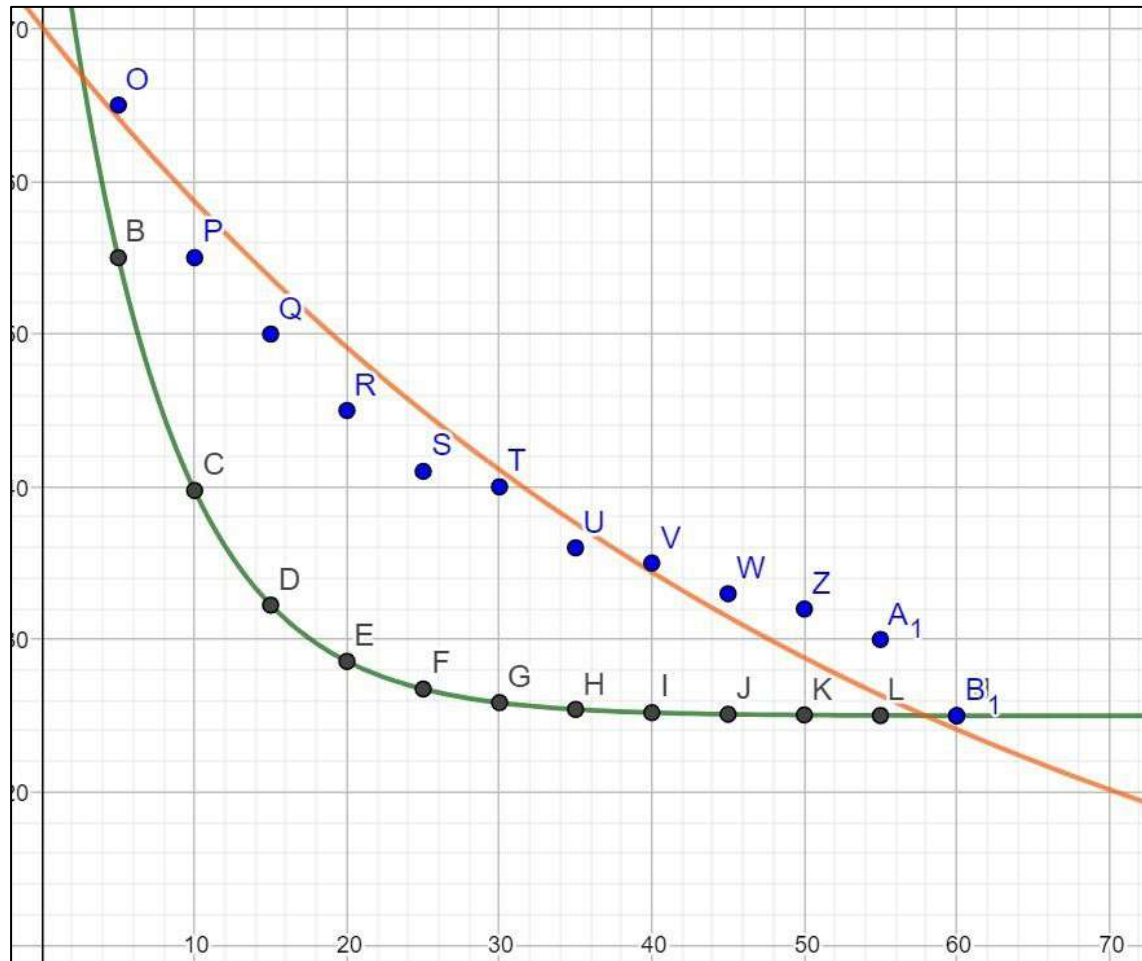


Paso a paso enfriamiento



Gráficas



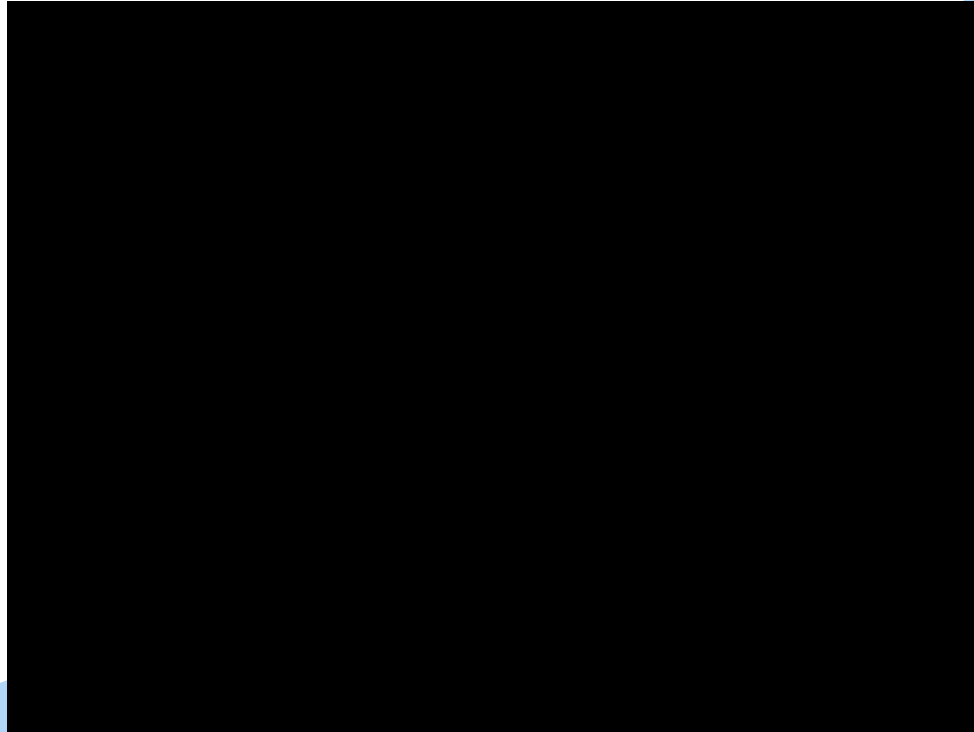


Error absoluto

A continuación se calcula el error absoluto de las mediciones comparando los datos teóricos y experimentales

Dato Teorico	Dato Experimental	Error absoluto (\pm)
86	80	6
55	65	-10
39.75	55	-15.25
32.26	50	-17.74
28.57	45	-16.43
26.76	41	-14.24
25.86	40	-14.14
25.42	36	-10.58
25.21	35	-9.79
25.1	33	-7.9
25.05	32	-6.95
25.02	30	-4.98
25.01	25	0.01

Calentamiento



Modelo de Calentamiento

Modelo de calentamiento

$$T(t) = \underbrace{A}_{\text{temp. ambiente}} - (A - \underbrace{T_0}_{\text{temp. inicial}}) e^{-kt}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet T(0) = 10 \\ \bullet A = 25 \end{array} \right\} \begin{array}{l} T(t) = 25 - (25 - 10) e^{-kt} \\ T(t) = 25 - 15e^{-kt} \end{array}$$

✓ Procedemos a calcular el valor de k con uno de los datos experimentales. Aunque para cada PVI el k varía un poco teóricamente el k es el mismo para todo PVI.

$$\bullet T(31) = 15 \rightarrow 15 = 25 - 15e^{-k \cdot 31}$$

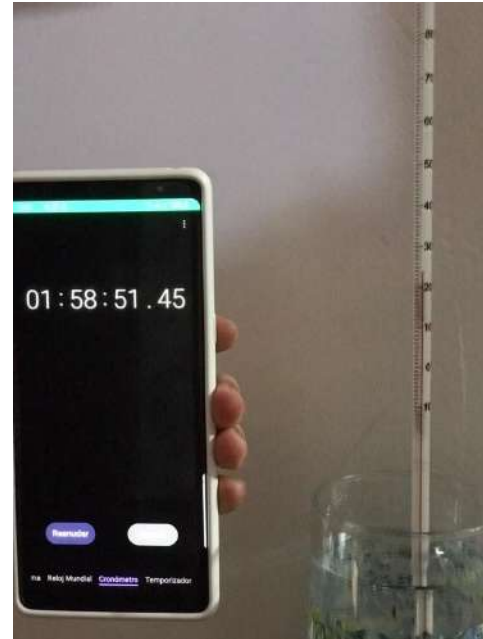
$$k = -\frac{1}{31} \ln\left(\frac{30}{61}\right)$$

$$\rightarrow T(t) = 25 - 15e^{\left(\frac{1}{31} \ln\left(\frac{30}{61}\right)\right)t}$$

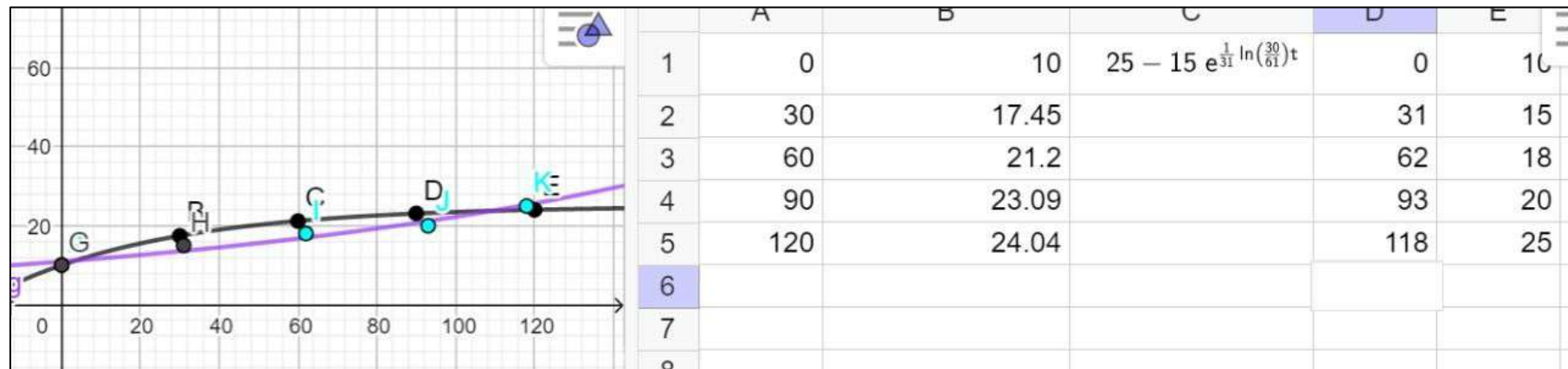
Paso a paso calentamiento

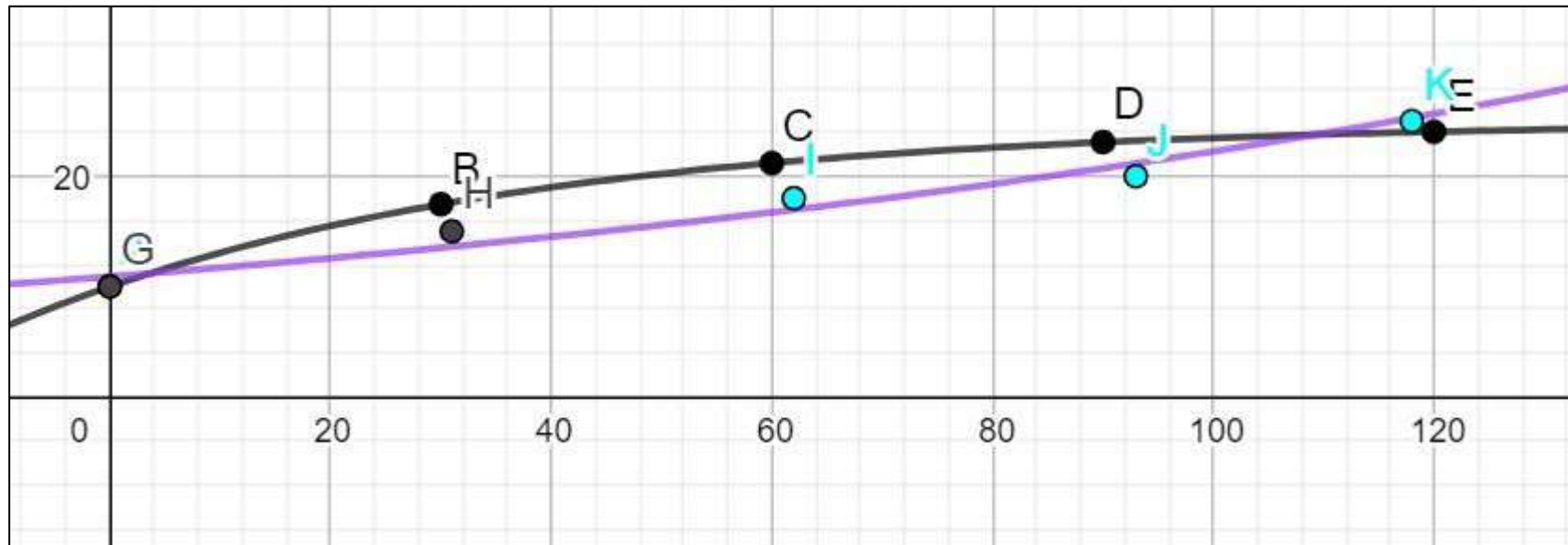


Paso a paso calentamiento



Gráficas





Error absoluto

A continuación se calcula el error absoluto de las mediciones comparando los datos teóricos y experimentales

Dato Teorico	Dato Experimental	Error absoluto (\pm)
10	10	0
17.45	15	2.45
21.2	18	3.2
23.09	20	3.09
24.04	25	-0.96

Modelo de Mezclas

$$C_e = \frac{\text{lb}}{\text{gal}}$$

$$r_e = \frac{\text{gal}}{\text{min}}$$

$$C_s = \frac{x(t)}{V(t)}$$

$$r_s = \frac{\text{gal}}{\text{min}}$$

$$V_0 = V_0 \rightarrow V(t) = V_0 + (r_e - r_s) t$$

$$x_0 = x_0$$

- C_e → Concentración
- r_e → Razon de cambio de entrada
- r_s → Razon de cambio de salida
- V_0 → Volumen inicial

$$\frac{dx(t)}{dt} = C_e r_e - C_s r_s$$

$$\frac{dx}{dt} = C_e r_e - \frac{x(t)}{V(t)} r_s$$

$$\frac{dx}{dt} = C_e r_e - \frac{r_s x(t)}{V_0 + (r_e - r_s) t}$$

Por motivos de escasez de materiales para realizar el experimento de mezclas por ello vamos a realizar el modelo teórico de cómo hubiéramos realizado el experimento.

1. necesitamos un recipiente que tenga un orificio en su parte inferior.
2. El envase debe contener X cantidad de agua (V_0).
3. otro recipiente mezclaremos X cantidad de sal en X cantidad de agua y mezclar
4. Mientras dejamos que el agua sin sal se vacíe por el orificio del recipiente al mismo tiempo introducimos la mezcla del recipiente de agua y sal.
5. Estipulamos un rango de tiempo para parar el vacío de agua y tomar su cantidad de sal, hasta que el recipiente se encuentre vacío.

Conclusiones

- ❑ Experimentalmente concluimos que el radio del agujero definitivamente influye en mayor medida en los resultados obtenidos como lo es en cuanto a la velocidad de salida del fluido.
- ❑ Es evidente que los errores presentes son de gran magnitud y esto en gran medida se debe a la imprecisión de las medias. Aun así logramos tener una buena aproximación a los modelos como el de calentamiento, enfriamiento y Torricelli, logrando tener un panorama más amplio de estos y su entendimiento.
- ❑ Para el caso del experimento para la ley de Torricelli tuvimos que restringirse a envases cilíndricos debido a la falta de herramientas en nuestros hogares.
- ❑ A medida que pasa el tiempo en el experimento de enfriamiento este se va reduciendo la diferencia en la temperatura de los valores teóricos con los experimentales.
- ❑ Los datos obtenidos experimentalmente en el experimento de enfriamiento y calentamiento no estuvieron tan cercanos esto producto a posibles fallas en los experimentos y variables del entorno que pudieron afectar los resultados.

