	mit Wiederholung / mit Zurücklegen	ohne Wiederholung / ohne Zurücklegen

Geordnete Stichprobe

mit Wiederholung / mit Zurücklegen

Variation mit Wiederholung: $V_W\,(n\,;\,k) = n^k$

- Wähle aus hinreichend vielen Objekten n verschiedener Arten k aus und ordne sie auf k Positionen an!
- Es gibt n^k Wörter der Länge k aus einem Alphabet mit n Buchstaben.
- Zahlenschloss mit 1, 2, 3,4,5,6 ($n = 6$) Ziffern & $k = 3$ Einstellrädern.
- Eine Urne enthält 6 nummerierte Kugeln. Man ziehe 3 mal eine Kugel mit Zurücklegen. $V_W\,(6\,,3) = 6\ \cdot 6\ \cdot 6 = 6^3 = 216$

ohne Wiederholung / ohne Zurücklegen

Variation ohne Wiederholung $V_{oW}\,(n\,;\,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$

- Wähle aus n verschiedenen Objekten k aus und ordne sie auf k Positionen an.
- Eine Urne enthält 6 nummerierte Kugeln. Man ziehe 3 mal eine Kugel ohne Zurücklegen $V_{oW}(6;3)$ Anzahl der Möglichkeiten 3 Kugeln nacheinander aus einer Urne mit 6 Kugeln ohne Zurücklegen zu ziehen: $V_{oW}\,(6\,;\,3) = 6\cdot 5\cdot 4 = 120$.

$$V_{oW}\,(n\,;\,k) = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)\cdot(n-k)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1}{(n-k)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1}$$

mit Wiederholung / mit Zurücklegen

Permutation mit Wiederholung

$$P_{oW}\,(n\,;\alpha_1;\alpha_2;\ldots.\alpha_k) = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots 3\cdot 2\cdot 1}{\alpha_1!\cdot\alpha_2!\ldots\ldots\cdot\alpha_k!} = \frac{n!}{\alpha_1!\cdot\alpha_2!\ldots\ldots\cdot\alpha_k!} = \frac{\text{Anzahl der Möglichkeiten n Kugeln anzuordnen}}{\text{Anzahl der Anordnungen in den Gruppen}}$$

- Ordne n Objekte auf n Positionen an, aber: n Objekte k-verschiedener Arten.
- Eine Urne enthält 6 Kugeln, von denen 2 gelb und 4 blau sind. Man ziehe ohne Zurücklegen jeweils eine Kugel, bis die Urne leer ist. $P_{oW}\,(6,2,4) = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(2\cdot1)\cdot(4\cdot3\cdot2\cdot1)} = \frac{P(6)}{P(2)\cdot P(4)} = \frac{6!}{2!\cdot4!} = 15$

ohne Wiederholung / ohne Zurücklegen

Permutation ohne Wiederholung $P_{oW}\,(n) = n\,!$ „n – Fakultät“

$$P_{oW}\,(n\,;\,n) = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots 3\cdot 2\cdot 1 \coloneqq n\,!$$

- Ordne n Objekte auf n Positionen an : Variation ohne Wiederholung $V_{oW}\,(n\,;\,n)$
- Eine Urne enthält n= 6 nummerierte Kugeln. Man ziehe ohne Zurücklegen jeweils eine Kugel, bis die Urne leer ist.
  P(6)…Anzahl der Anordnungen $P(6) = 6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 6! = 720$
  $P_{oW}\,(n) = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots 3\cdot 2\cdot 1$ *Sprechweise:* „n – Fakultät“

Ungeordnete Stichprobe

mit Wiederholung / mit Zurücklegen

Kombination mit Wiederholung: $C_{mW}\,(n;\,k) = \binom{n+k-1}{k}$

- Wähle aus hinreichend vielen Objekten n verschiedener Arten k aus.
- Eine Urne enthält viele blaue und gelbe Kugeln.
- Man ziehe 3 mal ohne Zurücklegen eine Kugel.
-

$$C_{mW}\,(2\,;\,3) == \binom{2+3-1}{3} = \binom{4}{3} = 4$$

ohne Wiederholung / ohne Zurücklegen

Kombination ohne Wiederholung $C_{oW}\,(n\,;\,k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot n!}$

- Wähle „k aus n“ verschiedenen Objekten aus.
- Ziehen von k Kugeln mit einem Griff aus einer Urne mit n Kugeln.
- Alle geordneten Stichproben, die sich nur in Reihenfolge unterscheiden, ergeben dieselbe ungeordnete Stichprobe. Eine Urne enthält $n = 6$ nummerierte Kugeln. Man ziehe mit einem Griff $k = 3$ Kugeln. („6 aus 49“ Lottospiel!)

$$C_{oW}\,(6\,;\,3) = \frac{\text{Anzahl der geordneten Stichproben}}{\text{Anzahl der Reihenfolgen der 3 gezogenen Kugeln}} = \frac{120}{6} = 20$$

$$C_{oW}\,(n\,;\,k) = \frac{V_{oW}\,(n\,,k)}{P_{oW}\,(k)} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!} = \binom{n}{k}$$ *Sprechweise:* „n – über k“